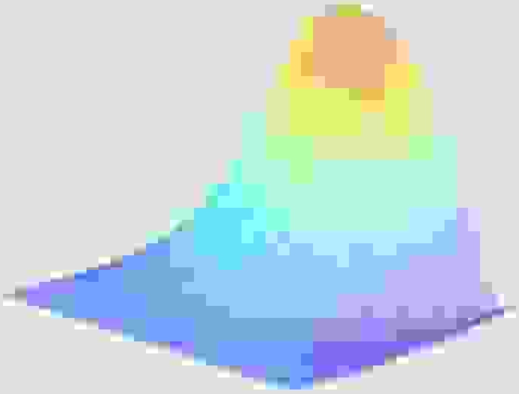


Ştefan Cantaragiu

MICROUNDE
SOLUŢII NUMERICE

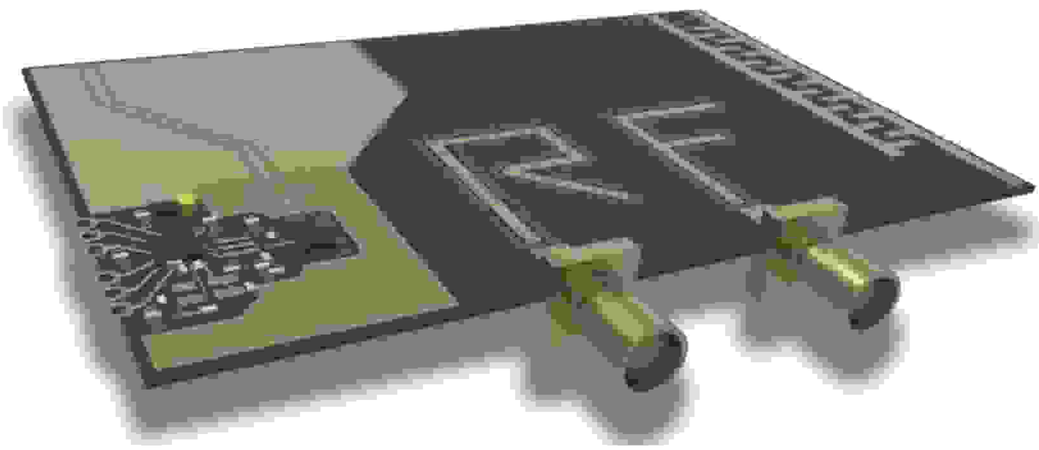
MICRO-ONDES
SOLUTIONS NUMÉRIQUES

Editura AOSR
ISBN PDF 978-630-6518-20-3

Editura Tehnică
ISBN PDF 978-973-31-2411-5

Ștefan Cantaragiu

MICROUNDE
soluții numerice



MICRO-ONDES
solutions numeriques

Editura
Academiei Oamenilor de Știință
din România

ISBN PDF 978-630-6518-20-3

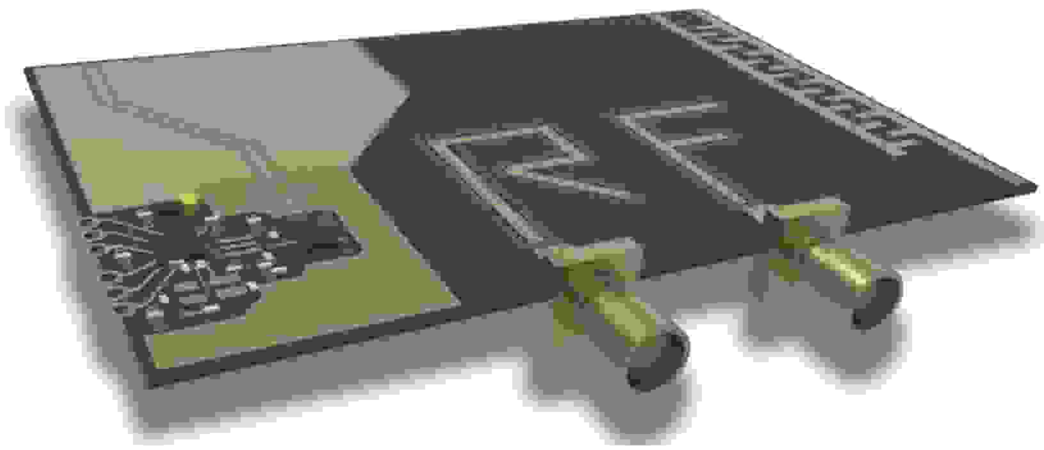
ISBN PDF 978-973-31-2410-8

CUPRINS / TABLE DE MATIERES

MICROUNDE soluții numerice

MICRO-ONDES solutions numeriques

MICROUNDE
soluții numerice



ARGUMENT

Cartea este rezultatul activității și experienței prodigioase a autorului într-un domeniu de real interes în actualitatea contemporană, și anume studiul teoriei și aplicațiilor microundelor.

Prin modul de abordare a problemelor tratate, de altfel de utilitate concretă în procesul de educație și inovare, cartea subliniază importanţa aspectelor referitoare la furnizarea unor date în strictă concordanţă cu fenomenele fizice din gama microundelor. Autorul demonstrează necesitatea acestor date și informații în studierea și proiectarea asistată a circuitelor integrate hibride în toată gama microundelor, precum antene și rețele de antene, componente ale sateliților, interconexiuni de mare viteză, filtre, conectori și circuite integrate cu elemente semiconductoare etc.

Dincolo de aspectele teoretice prezentate și analizate în carte, o atenție specială este acordată aplicațiilor concrete. In finalul lucrării, un capitol este dedicat, în principal, prin exemple concrete, inițierii și dezvoltării abilităților de calcul ai parametrilor distribuţiilor câmpului electromagnetic și a circuitelor de microunde.

Tematica prezentată este utilă specialiştilor în domeniu datorită folosirii liniilor de transmisiune microstrip pe scară din ce în ce mai largă în configuraţia tuturor circuitelor integrate hibride de microunde. Deopotrivă, lucrarea este un ghid practic necesar studenților, masteranzilor și doctoranzilor datorită accentului pus de autor pe utilizarea și dezvoltarea pachetelor de programe destinate calculului parametrilor circuitelor complexe de microunde.

Cartea este editată bilingv în limbile română și franceză. Secțiunea în limba română, prezintă o abordare cuprinzătoare a studiului câmpului electromagnetic cu accent pe metodele de calcul și soluțiile propuse, iar secțiunea în limba franceză este focalizată pe metodele numerice de calcul ale câmpului electromagnetic, ale parametrilor și ale circuitelor de microunde și, deopotrivă, pe ilustrarea pachetelor de programe interactive la care utilizatorul are acces prin intermediul aplicațiilor disponibile în cloud.

Prof. univ. dr. ing. Doina BANCIU

INTRODUCERE

Cartea își propune să aducă o contribuție esențială la elucidarea multora dintre provocările comportării câmpului electromagnetic în linia microstrip și este continuarea unei abordări similare [43], publicată cu ceva ani în urmă. În plus, cartea supune atenției o suită de pachete de programe interactive, destinate studiul comportării dinamice a câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată și a circuitelor de microunde aferente.

Totodată, lucrarea sintetizează experiența autorului acumulată în domeniul microundelor de-a lungul carierei profesionale, începută cu proiecte și realizări practice încă din primii ani ai studenției, atunci când proiectarea circuitelor domeniului FFI (prescurtare utilizată pentru *"frecvențe foarte înalte"*) cu ajutorul parametrilor S [44]÷[46], în detrimentul parametrilor admitanță (Y), era văzută cu oarecare circumspecție de mulți dintre specialiștii anilor '80.

Importanţa elaborării unor modele matematice riguroase reiese din faptul că proiectarea optimă a dispozitivelor de microunde care utilizează liniile microstrip presupune deţinerea unor informaţii reale privind caracteristicile de propagare ale câmpului electromagnetic şi configuraţia tuturor modurilor de undă existente în linie.

Într-o serie de lucrări de specialitate, [1]÷[7], analiza şi calculul parametrilor liniilor microstrip se efectuează în ipoteza aproximării cvasi-statice, care presupune că modul fundamental de undă de propagare poate fi aproximat cu modul transversal electromagnetic (TEM). O astfel de abordare permite să se obţină rezultate satisfăcătoare numai pentru valorile celor mai mari lungimi de undă din domeniul de frecvenţă al microundelor, atunci când lungimea de undă depăşeşte considerabil dimensiunile transversale ale liniei. Practic, proiectarea bazată pe aproximarea cvasi-statică poate fi acceptată atunci când frecvenţa de lucru a dispozitivelor de microunde este mai mică de 3 GHz, iar substratul are o permitivitate dielectrică relativă scăzută (de obicei, mai mică decât 6). Realizările recente din domeniul microundelor solicită, însă, funcţionarea liniilor microstrip la frecvenţe mult mai mari, atingând ordinul sutelor de GHz, precum şi utilizarea unor substraturi cu permitivitate relativă ridicată [2], [9], [18]÷[22], [32]÷[59]. O dată cu creșterea frecvenței de lucru, pe măsura deplasării în domeniul undelor centimetrice şi milimetrice, analiza cvasi-statică a liniei microstrip produce erori tot mai mari. Acest fenomen este consecința caracterului dispersiv al liniei microstrip (parametrii variază în funcție de frecvență) și a existenței în linie a unor moduri de undă de ordin superior.

Întrucât linia microstrip este o structură neomogenă, care conţine două medii dielectrice cu proprietăţi diferite, modul de propagare este unul hibrid şi nu poate fi asociat modului de propagare TEM.

Studiul comportării câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată presupune satisfacerea următoarelor obiective, prezentate în detaliu în conţinutul cărții:

1) să se ocupe de natura reală a modurilor de propagare hibride, respectiv să determine componentele câmpului electromagnetic, corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental (dominant din punct de vedere energetic), să determine modurile de propagare hibride de ordin superior și să permită obținerea informațiilor despre caracteristicile de dispersie ale parametrilor liniei;

2) să considere linia microstrip plasată în interiorul unei cutii metalice şi să permită, astfel, luarea în considerare a condițiilor generate de efectele de ecranare electrică;

3) să țină cont, din motive de ordin practic, de faptul că este necesar ca dimensiunile cutiei de ecranare să fie mult mai mari, în comparație cu grosimea mediului dielectric aflat în substrat şi cu lățimea stripului metalic plasat între cele două medii dielectrice;

4) să folosească o metodă suficient de generală pentru a permite obţinerea unor soluţii generale, care poate fi extinsă la structurile microstrip cu neomogenităţi fizico-geometrice ale conductoarelor liniilor mai complexe, datorate modificărilor multiple ale dimensiunilor acestora, care sunt specifice, în cazul rezonatoarelor, filtrelor, cuploarelor sau al configuraţiilor slotline şi al ghidurilor de undă coplanare [6];

5) să utilizeze aproximări corecte, în așa fel încât acuratețea calculelor să fie limitată doar de puterea de calcul și software-ul utilizat; aproximațiile acceptate în literatura de specialitate consideră că mediile dielectrice din structurile microstrip sunt fără pierderi și privind conductivitatea infinită a conductorului.

Dificultăţile pe care le presupune elaborarea studiului câmpului electromagnetic din linia microstrip constau, în principal, în satisfacerea simultană a obiectivelor stabilite mai sus.

Având în vedere tehnicile numerice de aproximare, utilizate la soluţionarea ecuaţiilor cu derivate parţiale, lucrările apărute în literatura de specialitate [10]÷[22], care se ocupă de analiza modurilor de propagare hibride şi de proprietăţile de dispersie ale liniilor microstrip, se pot împărţi în două grupe situate, într-un fel, la două extremităţi opuse ale spectrului cunoscut de aplicabilitate la problemele electromagnetismului. Prima grupă vizează metode numerice precedate de procesări analitice semnificative, în timp ce a doua grupă se caracterizează printr-o prelucrare analitică extrem de rudimentară, toată dificultatea fiind transferată procedurilor de calcul disponibile pe piață.

Dintre abordările care utilizează procesări analitice detaliate se evidenţiază, datorită aplicării în premieră a acestor tehnici la structurile microstrip, cele ale lui R. Mittra şi T. Itoh [11], care, prin modificarea metodei convenţionale (ce presupune rezolvarea problemelor Dirichlet şi Neuman din domeniul analizat), urmăresc determinarea modurilor de propagare din linia microstrip cu ajutorul unor ecuaţii integrale şi folosesc, în acest sens, serii de funcţii cu convergenţă foarte rapidă. Pe aceeaşi linie se situează lucrarea lui G. I. Zysman şi D. Varon [14], care au abordat problema electrodinamică a liniilor microstrip cu ajutorul sistemului de ecuaţii integrale, transformat într-o ecuaţie matricială, dar, din păcate, autorii articolelor [11] şi [14] nu furnizează detalii asupra modului în care se rezolvă sistemele de ecuaţii integrale. Metoda cel mai des utilizată în problemele de electrodinamică este metoda Fourier, în care soluţiile ecuaţiilor diferenţiale ale câmpului electromagnetic se determină sub forma unor serii de funcţii adaptate structurii microstrip, iar pentru aproximarea soluţiilor se utilizează sume parţiale ale seriilor.

G. I. Veselov, împreună cu un colectiv [22], au prezentat în lucrările lor rezultatele analizei structurilor electrodinamice microstrip, fără a dezvălui, însă, în nici una din lucrările ce au urmat [22], modul în care se obţin sistemul de ecuaţii infinit omogen şi modalitatea de rezolvare a acestuia.

Din cadrul celei de-a doua grupe menţionate, care vizează tehnici numerice des utilizate în rezolvarea sistemelor dinamice, se remarcă demersurile lui P. Daly [13], ce utilizează metoda elementului finit, cele ale lui J. S. Hornsby şi A. Gopinath [10], care folosesc metoda diferenţelor finite şi urmăresc satisfacerea tuturor obiectivelor sus-menţionate, dar insistă mai puţin asupra obiectivelor 3 şi 4.

Organizată pe opt capitole, cartea abordează într-o succesiune logică, cu detalierile corespunzătoare, studiului riguros al câmpului electromagnetic din linia microstrip și al circuitelor de microunde, și se încheie cu exemple de aplicaţiilor dedicate calculului parametrilor circuitelor de microunde.

Capitolele din compunerea cărții tratează următoarele subiecte:

În *capitolul 1* - "**Studiul câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată cu ajutorul metodei analitice**" - sunt prezentate, etapele necesare deterninării *configuraţiei modurilor de propagare hibride* din linia de transmisiune microstrip ecranată și apoi modalitatea de adaptare a modelului matematic ales la structuri microstrip mai complicate, alegându-se, în acest sens, liniile microstrip cuplate. La finele capitolului sunt prezentate rezultatele analizelor şi ale simulărilor efectuate cu ajutorul mediului de dezvoltare Matlab şi concluziile ce decurg din acestea.

În Capitolul 2 - "**Studiul câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată cu ajutorul metodei diferenţelor finite**" – este prezentată analiza câmpul electromagnetic cu ajutorul unei *metode numerice* performante, care a fost utilizată cu succes la rezolvarea celor mai complexe probleme ale electrodinamicii şi care permite *aproximarea ecuaţiilor Helmholtz într-un număr finit de puncte* din domeniul analizat.

În secţiunea finală a capitolului sunt prezentate graficele componentelor câmpului electromagnetic, iar prin intermediul câtorva determinări elocvente, limitele formulelor pe care le utilizează metoda cvasi-statică la frecvenţele superioare ale microundelor.

În ***capitolul 3*** - "**Parametrii liniei microstrip ecranate**" - se trec în revistă modalităţile de calcul a principalilor parametri ai liniei, determinaţi, mai întâi, cu ajutorul **aproximării cvasi-statice** şi, ulterior, cu ajutorul *analizei electrodinamice a câmpului electromagnetic*. Totodată, se definesc şi *mărimile specifice propagării* câmpului în linia microstrip ecranată.

Capitolul 4 este dedicat prezentării câtorva elemente de circuit care se regăsesc în configuraţia circuitelor din gama microundelor (*inductanţe, condensatoare, rezistoare, rezonatoare, joncţiuni şi dispozitive de excitare a liniilor de transmisiune, cuploare direcţionale, divizoare şi sumatoare de putere*), fără, însă, a-şi propune epuizarea acestora.

În cadrul ***capitolului 5,*** intitulat "**Studiul circuitelor de microunde cu ajutorul parametrilor S**", îşi propune să ofere o metodă valabilă în domeniul microundelor, care să elimine dificultăţile pe care le presupune analiza multiporţilor cu ajutorul parametrilor impedanţă şi admitanţă. În partea finală a capitolului este prezentată *metoda grafurilor de fluenţă,* care permite calcularea *câştigului unui diport*, parametru esenţial în cazul analizei circuitelor active de microunde.

Capitolul 6, **"Amplificatoare de microunde cu tranzistoare"**, prezintă pe parcursul său modul în care se analizează stabilitatea unei structuri active de microunde, algoritmul de calcul al amplificatoarelor de microunde de bandă îngustă cu tranzistoare prin *metoda grafo-analitică* şi alte aspecte legate de specificitatea domeniului abordat (*proiectarea circuitelor de adaptare*, scheme de conectare, considerente avute în vedere la realizarea practică a amplificatoarelor).

În cadrul ***capitolului 7,*** **"Studiul neomogenităţilor circuitelor de microunde cu ajutorul matricei de dispersie"**, se pun bazele unei metode de calcul al structurii câmpului electromagnetic, în care se ţine cont de diversitatea şi complexitatea *modurilor de undă* şi de multitudinea neomogenităţilor liniei de transmisiune pe care le presupune configuraţia unui circuit de microunde.

Capitolul 8, **"Pachet de programe Matlab pentru calculul parametrilor câmpului electromagnetic și ai circuitelor de microunde"**, lansează o provocare și, în același timp, o invitație adresată în special studenților, masteranzilor și doctoranzilor în domeniu de a extinde suita de programe ce poartă numele generic de *Microwave Solutions*, destinate calculului anumitor parametri ai distribuţiilor câmpului electromagnetic. Toate implementările metodelor utilizate au fost realizate folosind mediul integrat de dezvoltare Matlab. Capitolul prezintă doar cu titlu de exemplu, câteva aplicaţii concrete în scopul ilustrării modalităţii de utilizare a pachetului de programe, iar conceperea lor sub forma unei implementări modulare facilitează integrarea viitoare în pachet a unor alte componente, circuite și aplicații de microunde.

Prezentarea anexelor aferente capitolelor cărții și a bibliografiei bogate, dar în același timp selective, completează abordarea aplicativă a soluțiilor propuse cititorilor.

* *
*

Aduc mulţumirile mele Editurii Tehnice și Editurii Academiei Oamenilor de Știință din România, constituite dintr-un colectiv eficient şi profesionist, cu o mențiune specială pentru susținerea și aportul doamnei prof. univ. dr. ing. Doina Banciu, Vicepreședinte al Academiei Oamenilor de Știință din România, care s-a aplecat cu interes asupra acestei lucrări, a avut inițiativa și a pledat pentru redactarea acesteia în ediție bilingvă și a acceptat invitația prefațării cărții.

Recunoștința mea profundă se adresează soților Ursu, respectiv regretatei matematician Felicia Ursu și matematicianului dr. Ioan Ursu, pentru înțelegerea și validarea abordărilor stimulative pe care domeniul microundelor le impune din start cu imuabilitate.

Nu în ultimul rând, aduc mulţumiri întregii mele familii pentru înţelegere şi sprijinul constant și necondiționat.

CAPITOLUL 1

STUDIUL CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC DIN LINIA MICROSTRIP ECRANATĂ CU AJUTORUL METODEI ELECTRODINAMICE

În acest capitol este prezentată metoda electrodinamică de studiu a câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată, care permite verificarea ecuaţiilor electromagnetismului în totalitatea domeniul analizat şi satisfacerea condiţiilor impuse câmpului electromagnetic la suprafaţa de separare dintre cele două medii dielectrice din compunerea liniei microstrip ecranate şi în imediata vecinătate a muchiei conductorului aflat între acestea.

Formularea problemei, ce se doreşte a fi analizată, vizează satisfacerea tuturor obiectivelor prezentate în capitolul introductiv şi presupune parcurgerea, în principal, a două etape: prima se referă la trecerea de la obiectul real la modelul fizic, iar a doua se ocupă de formalizarea matematică a modelului fizic adoptat.

Modelul matematic ales, care permite studierea comportării câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată, este un sistem de ecuaţii liniare, la a cărui rezolvare contribuie analiza structurii electrodinamice.

1.1 Ecuaţiile fundamentale ale electromagnetismului

Determinarea riguroasă a configuraţiei câmpului electromagnetic şi a parametrilor liniei microstrip ecranate şi a caracteristicilor de dispersie ale acestora este posibilă cu ajutorul analizei electrodinamice.

De unde rezultă necesitatea şi importanţa analizei electrodinamice a fenomenelor din structura microstrip ?

O încercare de a răspunde la această întrebare este prezentată în continuare, dar alte argumentele în favoarea utilizării acestei abordări vor fi dezvăluite în conţinutul capitolului.

Legitatea matematică, care descrie comportarea sistemelor dinamice, exprimată de forma generală a unui sistem liniar de ecuaţii diferenţiale:

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n,$$

caracterizează orice mişcare materială, de la mişcarea unui resort până la mişcarea unei navete spaţiale. În consecinţă, acest sistem de ecuaţii este utilizat în orice problemă de vibraţii. Natura ondulatorie a microundelor impune utilizarea ecuaţiilor diferenţiale ale lui Maxwell în vederea determinării configuraţiei câmpului electromagnetic din linia microstrip.

De asemenea, necesitatea elaborării unui model matematic, bazat pe analiza electrodinamică a câmpului electromagnetic din linia de transmisiune microstrip ecranată, este impusă de existenţa în modelul fizic al liniei a unor configuraţii în care distingem în esenţă:

a) mediile dielectrice şi conductoare, cu proprietăţi electrodinamice distincte;

b) singularităţile reprezentate de muchiile conductorului metalic plasat între cele două medii dielectrice.

Sunt două aspecte coerente privind rezolvarea discontinuităţilor:

- din punct de vedere fizic muchiile nu sunt geometric perfecte, ci prezintă nişte ”rotunjiri”;

- din punct de vedere matematic, metodele de aproximare vin tocmai să corespundă acestor “imperfecţiuni” geometrice.

Aceste discontinuităţi pot determina singularităţi ale soluţiilor ecuaţiilor diferenţiale ale lui Maxwell, care ar implica, paradoxal, valori infinite ale energiei câmpului electromagnetic în spaţiile finite din imediata vecinătate a muchiilor conductorului. În vederea depăşirii unor astfel de dificultăţi se folosesc metodele de aproximare, convergenţă şi optimizare, specifice analizei fenomenelor electrodinamice.

* *
*

Distribuția câmpului electromagnetic din linia microstrip simetrică ecranată se determinată cu ajutorul ecuaţiilor electromagnetismului, cunoscute în literatura de specialitate şi sub denumirea de “ecuaţiile Maxwell”. Configurația unei secțiuni transversale, în planul *x0y* din linia microstrip ecranată, este prezentată în figura 1.1.

Studiul electromagnetic al unui mediu dielectric perfect (liniar, omogen şi izotrop) duce la determinarea unui câmp electromagnetic, constituit din vectorul câmp electric $\vec{E}$ şi vectorul câmp magnetic $\vec{H}$, funcţii de punct şi de timp, a căror propagare se studiază în regim armonic, adică:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)e^{j\omega t},$$

$$\vec{H} = \vec{H}(x, y, z)e^{j\omega t},$$

unde ω este frecvenţa unghiulară. Legea de distribuţie a câmpului, în secţiunea transversală a liniei microstrip ecranate, nu este o funcţie de z.

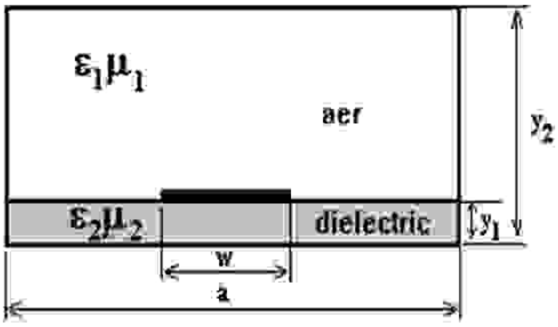


Figura 1.1 Secţiune transversală prin linia de transmisiune microstrip simetrică ecranată.

În schimb, propagarea de-a lungul liniei microstrip este funcție de z şi are loc sub forma unei unde progresive:

$$f(z) = e^{-\gamma z} \qquad (1.1)$$

Mărimile $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ reprezintă, în acelaşi timp, vectori şi amplitudini complexe ale câmpului electric şi magnetic. Aceste câmpuri, împreună cu vectorii densitate de flux electric $\vec{D}$ şi densitate de flux magnetic $\vec{B}$, verifică ecuațiile de evoluție ale lui Maxwell, respectiv:

- legea inducției,

$$rot\,\vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \qquad (1.2a)$$

- legea lui Ampere,

$$rot\,\vec{H} = \vec{J_c} + \vec{J_d} \qquad (1.2b)$$

şi ecuaţiile de stare, respectiv:

-legea lui Gauss pentru câmpul electric,

$$div\,\vec{D} = \rho_v \qquad (1.2c)$$

- legea lui Gauss pentru câmpul magnetic,

$$div\,\vec{B} = 0, \qquad (1.2d)$$

în care:

$\vec{J}_c$ este vectorul densitate de curent de conducţie,

$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ este vectorul densitate de curent de deplasare,

ρ_v este amplitudinea complexă a densităţii de volum a sarcinii electrice (mărime scalară).

Ecuaţia de conservare, denumită şi ecuaţia de continuitate [27], asigură legătura dintre $\vec{J}$ şi ρ_v şi se scrie sub forma:

$$div\,\vec{J} + \frac{\partial \rho_v}{\partial t} = 0 \qquad (1.3)$$

Se observă că cele două legi ale lui Gauss sunt consecințe imediate ale ecuațiilor (1.2a), (1.2b) şi (1.3). Mediile dielectrice perfecte şi cele magnetice perfecte verifică relațiile:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \qquad (1.4a)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \qquad (1.4b)$$

unde ε este permitivitatea dielectrică a mediului, iar μ reprezintă permeabilitatea magnetică a acestuia.

Mediile conductoare verifică legea lui Ohm, respectiv:

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E}, \qquad (1.5)$$

unde σ este conductivitatea mediului.

În vid permitivitatea şi permeabilitatea acestuia sunt totdeauna constante şi au valorile:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi}\, 10^{-9} \frac{F}{m},$$

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{H}{m},$$

iar $\varepsilon_0 \mu_0 c_0^2 = 1$,

unde $c_0 = 3x10^8$ m/s şi este viteza luminii în vid.

Dacă se aplică rotorul primei ecuaţii de evoluţie a lui Maxwell, (1.2a), se obţine relaţia:

$$rot\, rot\, \vec{E} = -\, rot\, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

în care, dacă se ţine cont de relaţia (1.4b) şi de proprietatea de omogenitate a operatorului liniar diferenţial, se obţine:

$$rot\, rot\, \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mu\, rot\, \vec{H} \qquad (1.6)$$

Apoi, în expresia (1.6) se introduce relaţia (1.2b), în care s-a ţinut cont de faptul că, în cazul mediilor dielectrice, vectorul densitate de curent de deplasare, $\vec{J}_d$ este mult mai mare decât vectorul densitate de curent de conducţie, $\vec{J}_c$ [27], şi se obţine:

$$rot\, rot\, \vec{E} = -\varepsilon\mu\, \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}. \qquad (1.7)$$

În relaţia (1.7) se foloseşte formula dublului rotor şi se obţine o ecuaţie corespunzătoare vectorului câmp electric, respectiv:

$$\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \Delta \vec{E} = 0, \qquad (1.8a)$$

unde $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ este laplace-ianul exprimat în coordonate carteziene. Indicele δ, introdus pentru a diferenţia cele două domenii din figura 1.1, are valoarea 1, atunci când ecuaţia (1.8a) descrie comportarea câmpului electric în aer şi valoarea 2, atunci când ecuaţia descrie comportarea câmpului din mediul dielectric plasat sub stripul metalic.

În mod analog se obţine ecuaţia corespunzătoare vectorului câmp magnetic, respectiv:

$$\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \Delta \vec{H} = 0 \qquad (1.8b)$$

Viteza de propagare a undelor prin linia de transmisiune se calculează cu relaţia:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_{r\delta}\mu_{r\delta}}},$$

unde $\varepsilon_{r\delta}$ şi $\mu_{r\delta}$ reprezintă permitivitatea relativă şi respectiv permeabilitatea relativă a mediilor.

În regim armonic, cu dependenţă temporală dată de funcţia $e^{i\omega t}$, ecuaţiile (1.2a)÷(1.2b), ţinând cont de relaţiile (1.3), (1.4a), (1.4b) şi (1.5), devin:

$$rot\,\vec{E} + i\omega\mu^{(\delta)}\vec{H} = 0, \tag{1.9a}$$

$$rot\,\vec{H} - i\omega\varepsilon^{(\delta)}\vec{E} = \vec{J}, \tag{1.9b}$$

$$div\,\vec{J} - i\omega\rho = 0, \tag{1.9c}$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}, \tag{1.9d}$$

iar ecuaţiile (1.8a) şi (1.8b) devin:

$$\Delta\vec{E} + \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\vec{E} = 0, \tag{1.10a}$$

$$\Delta\vec{H} + \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\vec{H} = 0 \tag{1.10b}$$

Ecuaţiile (1.10a) şi (1.10b) reprezintă **ecuaţiile undelor** pentru câmpul electric şi respectiv magnetic.

1.2 Ecuaţiile Helmholtz

Din considerente de simetrie se analizează doar jumătate din structura prezentată în figura 1.1 (de asemenea, s-a redus la jumătate numărul neomogenităţilor geometrice care urmează a fi analizate), iar axa de simetrie s-a considerat la mijlocul conductorului (stripului metalic), unde $x=0$ (figura 1.2). În literatura de specialitate [22], această secţiune înjumătăţită a liniei microstrip ecranate este denumită celula elementară. Se consideră că în planurile care limitează celula elementară se află dispuşi pereţi electrici (în $x=x_2$, $y=0$ şi $y=y_2$) şi un perete magnetic (în planul $x=0$).

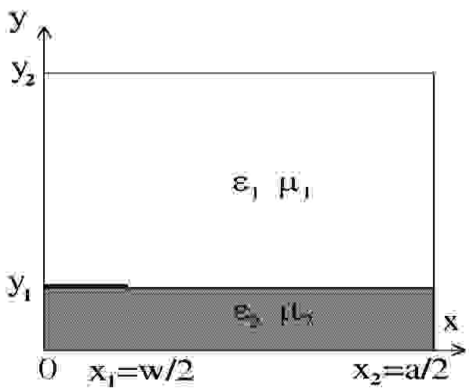


Figura 1.2. Celula elementară a liniei microstrip ecranate.

Grosimea conductorului situat la limita de separare dintre medii se consideră a fi egală cu zero, iar mediile se caracterizează prin permitivităţi şi permeabilităţi relative scalare.

În continuare, se doreşte obţinerea unor ecuaţii, ale căror soluţii să fie valabile atât în domeniul 1, cât şi în domeniul 2.

Întrucât propagarea undelor electromagnetice în linie se face de-a lungul axei longitudinale z, care este perpendiculară pe secţiunea transversală din figura 1.2, aceasta se supune legii de variaţie din relaţia (1.1). În consecinţă, se pot considera notaţiile simbolice:

$$\frac{\partial}{\partial z} \to -\gamma \quad \left(\frac{\partial e^{-\gamma z}}{\partial z} = -\gamma e^{-\gamma z}\right), \tag{1.11}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \to \gamma^2 \quad \left(\frac{\partial^2 e^{-\gamma z}}{\partial z^2} = \gamma^2 e^{-\gamma z}\right), \tag{1.12}$$

Întrucât în condiţii de propagare, în linia microstrip fără pierderi, constanta de propagare este pur imaginară, respectiv:

$$\gamma \cong i\,\beta, \tag{1.13}$$

ecuaţiile undelor pentru câmpul electric şi magnetic, (1.10a) şi (1.10b), devin:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} - \beta^2\right)\vec{E} = 0, \tag{1.14a}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} - \beta^2\right)\vec{H} = 0. \tag{1.14b}$$

Dacă se folosesc expresiile numărului de undă longitudinal,

$$k_\delta^2 = \omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \varepsilon \mu^{(\delta)} - \beta^2 = k_0^2 \varepsilon_{r\delta} \mu_{r\delta} - \beta^2, \tag{1.15}$$

şi ale laplace-ianului transversal exprimat în coordonate carteziene,

$$\Delta_T = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

se obţine

$$\Delta_T \vec{E} + \mathrm{k}_\delta^2 \vec{E} = 0, \tag{1.16a}$$

$$\Delta_T \vec{H} + \mathrm{k}_\delta^2 \vec{H} = 0, \tag{1.16b}$$

care reprezintă, fiecare, **ecuaţia membranei "elastice"** (ecuaţia bidimensională a undelor). Denumirea provine de la similitudinea cu ecuaţia membranei din mecanică.

Considerând ecuaţiile scalare pentru componentele axiale ale câmpului electric şi magnetic rezultă:

$$\Delta_T E_z + \mathrm{k}_\delta^2 E_z = 0, \tag{1.17a}$$

$$\Delta_T H_z + \mathrm{k}_\delta^2 H_z = 0. \tag{1.17b}$$

Ecuaţiile (1.17a) şi (1.17b) sunt cunoscute sub denumirea de **ecuaţiile Helmholtz.**

Rezolvarea ecuaţiilor (1.17a) şi (1.17b) se efectuează în mod similar prin aplicarea metodei separării variabilelor; pentru ecuația (1.17b) se consideră soluţia:

$$H_z = X(x)Y(y).$$

Înlocuind soluţia propusă în ecuaţia lui Helmholtz se obţine:

$$Y\frac{d^2X}{dx^2} + X\frac{d^2Y}{dy^2} + k_\delta^2 XY = 0$$

sau, împărţind cu *XY*:

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} + k_\delta^2 = 0$$

Întrucât *X(x)* este o funcţie numai de *x* şi *Y(y)* numai în funcție de *y*, din ecuaţia de mai sus rezultă că este necesar să fie îndeplinite relaţiile:

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -k_x^2 \tag{1.18a}$$

şi

$$\frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} = -k_{y\delta}^2, \tag{1.18b}$$

în care k_x şi $k_{y\delta}$ sunt constante reale, denumite şi numere de undă transversale. Mărimile k_x şi $k_{y\delta}$ satisfac relaţia:

$$k_x^2 + k_{y\delta}^2 = k_\delta^2.$$

Soluţiile generale ale ecuaţiilor (1.18a) şi (1.18b) sunt:

$$X = A\ cos\ k_x x + B\ sin\ k_x x,$$

$$Y = C\ cos\ k_{y\delta} y + D\ sin\ k_{y\delta} y$$

Constantele *A, B, C, D,* k_x şi $k_{y\delta}$ se determină aplicând condiţiile la frontieră.

În mod similar se rezolvă şi cea de-a doua ecuaţie Helmholtz, în care sunt implicate componentele longitudinale ale câmpului electric.

Deoarece ecuaţiile Helmholtz sunt omogene, având proprietatea ca orice combinaţie liniară de soluţii particulare să se constituie, de asemenea, într-o soluţie, rezultă că soluţiile se determină sub forma unor serii formate din funcţii proprii, care satisfac, pe membri, ecuaţiile (1.17a) şi (1.17b), respectiv:

$$E_{z\delta}(x,y) = \sum_m A_{\delta m}\ Xe_m(x)\ Ye_{\delta m}(y), \qquad (1.19a)$$

$$H_{z\delta}(x,y) = \sum_m B_{\delta m}\ Xh_m(x)\ Yh_{\delta m}(y), \qquad (1.19b)$$

unde

- $A_{\delta m}$ şi $B_{\delta m}$ sunt coeficienţi necunoscuţi, evident cu valori diferite faţă de constantele *A* şi *B* utilizate în expresia soluţiei ecuaţiei (1.18a);
- $Xe_m(x) = cos\, k_{xm}x$ şi $Xh_m(x) = sin\, k_{xm}x$ formează un sistem de funcţii proprii (ortogonale) pe intervalul $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$;
- $Ye_{\delta m}(y) = sin[\,k_{y\delta m}(y - b_\delta)]$ și $Yh_{\delta m}(y) = cos[\,k_{y\delta m}(y - b_\delta)]$ formează, de asemenea, un sistem de funcţii proprii pe intervalul $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$;
- $b_1 = 0$ și $b_2 = y_2, m \in N^*;\ N^* = N - \{0\}$;
- $k_{xm} = \frac{m\pi}{a},\ k_{y\delta m}^2 = k_\delta^2 - k_{xm}^2$.

Afirmaţia, conform căreia soluţiile ecuaţiilor Helmholtz sunt formate din funcţii proprii, s-a adoptat plecând de la terminologia specifică sistemului de ecuaţii, cunoscut în algebră sub forma:

$$M\vec{v} - \lambda_i \vec{v} = 0, \qquad (1.20)$$

unde operatorul M este autoadjunct, în cazul de faţă o matrice de dimensiune (n×n), $\vec{v}$ *este vector propriu de dimensiune (n×1), iar* λ_i *reprezintă valorile parametrice ale sistemului şi se constituie într-un sistem de valori proprii (n,i* $\in N^*$*).*

De fapt, sorgintea problemei (1.20) este tot în teoria ecuaţiilor diferenţiale: soluţiile generate de sistemul liniar de ecuaţii diferenţiale:

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n$$

. . . .

$$\dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n$$

sau:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}, \; M = (a_{ij}),$$

care poate fi considerat ca forma liniară de maximă generalitate a unei legităţi matematice care descrie comportarea sistemelor dinamice.

Faptul că matricea M este autoadjunctă (în sensul că $M^t = \bar{M}$) are, pe de o parte, semnificaţie fizică (structurile care se supun acestei legităţi sunt izotrope), iar, pe de altă parte, din punct de vedere matematic, această condiţie ne asigură că valorile proprii sunt reale. Întrucât operatorul diferenţial este de asemenea autoadjunct, se poate face corespondenţa dintre ecuaţiile Helmholtz (1.17a)÷(1.17b) şi sistemul (1.20), astfel:

$$M \rightarrow \Delta_t^2 \,, \vec{\mathrm{v}} \rightarrow E_z(H_z) \text{ şi } \lambda_i \rightarrow -k_\delta^2$$

Glisarea din domeniul matricilor în cel al ecuaţiilor diferenţiale şi invers este posibilă şi naturală.

În continuare, se vor prezenta câteva observaţii legate de faptul că ecuaţiile lui Helmholtz reprezintă o problemă de valori proprii:

- vectorii proprii sunt ortogonali şi liniari independenţi şi pot forma baze ortogonale, iar prin normare pot forma baze ortonormate şi pot facilita astfel rezolvarea sistemului de ecuaţii integral (inclusiv determinarea coeficienţilor necunoscuţi $A_{\delta m}$ şi *$B_{\delta m}$), rezultat prin reunirea tuturor condiţiilor impuse câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată;*

- funcţiile proprii, care intră în compunerea soluţiilor ecuaţiilor Helmholtz, respectiv $Xe_m(x)$, $Ye_{\delta m}(y)$, $Xh_m(x)$ și $Yh_{\delta m}(y)$ se pot dezvolta în serii Fourier de către alte funcţii proprii ortogonale, care apar în structura sistemului de ecuaţii integral;

- dacă λ este valoare proprie, atunci problema neomogenă corespunzătoare

$(M-\lambda)\vec{v}=s$, $s\neq 0$, în general, nu are soluţie;

- fenomenele descrise de o problemă de valori proprii verifică legea conservării energiei (sistemul descris de ecuaţia $m\ddot{x}+f\dot{x}+rx=0$ este neconservativ pentru $f\neq 0$, deoarece soluţia reprezintă o oscilaţie amortizată exponenţial cu factorul f sau conservativ pentru f=0) şi în consecinţă fenomenele sunt ondulatorii.

Generic vorbind, se poate aprecia că funcţiile şi valorile proprii sunt comune oricărei probleme de vibraţii şi, cum domeniul microundelor nu-şi ascunde natura ondulatorie, această abordare poate fi adecvată rezolvării ecuaţiei (1.17a) sau (1.17b).

1.3 Expresiile componentelor transversale ale câmpului electromagnetic

Componentele transversale se pot determina pornind de la componentele axiale obţinute cu ajutorul soluţiilor (1.19a) şi (1.19b), care sunt generate de ecuaţiile Helmholtz. Pentru aceasta se vor stabili relaţiile de legătură între componentele longitudinale şi cele transversale [27]:

$$\vec{E}=\vec{E}_T+\vec{e}_z E_z \tag{1.21a}$$

$$\vec{H}=\vec{H}_T+\vec{e}_z H_z \qquad (1.21b$$

unde E_T, H_T reprezintă vectorul câmp electric şi respectiv magnetic transversal, iar e_z versorul corespunzător direcţiei de propagare (axa z), paralelă cu axa liniei. Se pun în evidentă componentele transversale şi axiale ale operatorului ∇:

$$\nabla=\nabla_T+\vec{e}_z\frac{\partial}{\partial z}$$

Ţinând seama de observaţia (1.11) şi de relaţia (1.13) operatorul ∇ ia forma:

$$\nabla=\nabla_T\text{-}i\beta\vec{e}_z$$

pentru ca, apoi, în conformitate cu ecuaţiile (1.9a) şi (1.9b), relaţiile dintre componentele câmpului electromagnetic să devină:

$$(\nabla_T\text{-}\ i\beta\vec{e}_z)\times(\vec{E}_T+\vec{e}_z E_z)=-i\omega\mu^{(\delta)}(\vec{H}_T+\vec{e}_z H_z)$$
$$(\nabla_T\text{-}\ i\beta\vec{e}_z)\times(\vec{H}_T+\vec{e}_z H_z)=i\omega\varepsilon^{(\delta)}(\vec{E}_T+\vec{e}_z E_z).$$

Se separă componentele longitudinale şi transversale:

$$L:\qquad (\nabla_T\times\vec{E}_T)=-\ i\omega\mu^{(\delta)}\vec{e}_z H_z \tag{1.22}$$

$$T: \quad i\beta\vec{e}_z \times \vec{E}_T - \vec{e}_z \times \nabla_T E_z = -i\omega\mu^{(\delta)}\vec{H}_T \tag{1.23}$$

Considerând şi ecuaţia duală relaţiei (1.23), se obţine sistemul:

$$-i\beta\vec{e}_z \times \vec{E}_T + \vec{e}_z \times \nabla_T E_z = i\omega\mu^{(\delta)}\vec{H}_T \tag{1.24}$$

$$-i\beta\vec{e}_z \times \vec{H}_T + \vec{e}_z \times \nabla_T E_z = -i\omega\varepsilon^{(\delta)}\vec{E}_T, \tag{1.25}$$

din care se poate elimina$\vec{H}_T$, dacă se înmulţeşte relaţia (1.24), vectorial, cu $i\beta\vec{e}_z$ (pe stânga) şi ecuaţia (1.25) cu $i\omega\mu$. În consecinţă rezultă:

$$-\beta^2\vec{e}_z \times (\vec{e}_z \times \vec{E}_T) + i\beta\vec{e}_z \times (\vec{e}_z \times \nabla_T E_z) = -\omega\beta\mu^{(\delta)}(\vec{e}_z \times \vec{H}_T) \tag{1.26}$$

$$-\omega\beta\mu^{(\delta)}(\vec{e}_z \times H_z) + i\omega\mu^{(\delta)}(\vec{e}_z \times \nabla_T H_z) = \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\vec{E}_T \tag{1.27}$$

Din însumarea celor două ecuaţii, (1.26) şi (1.27), şi după dezvoltarea dublelor produse vectoriale, se obţine:

$$\beta^2\vec{E}_T - \mathrm{i}\beta\nabla_T E_z + \mathrm{i}\omega\mu^{(\delta)}(\vec{e}_z \times \nabla_T H_z) - \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\vec{E}_T = 0 \tag{1.28}$$

de unde, ţinându-se seama de expresia numărului de undă transversal, rezultă:

$$\vec{E}_T = -\frac{i\beta}{k_\delta^2}\nabla_T E_z + \frac{i\omega\mu^{(\delta)}}{k_\delta^2}\vec{e}_z \times \nabla_T H_z \tag{1.29}$$

și, respectiv, versiunea sa duală,

$$\vec{H}_T = -\frac{i\beta}{k_\delta^2}\nabla_T H_z + \frac{i\omega\varepsilon^{(\delta)}}{k_\delta^2}\vec{e}_z \times \nabla_T E_z \tag{1.30}$$

Cu ajutorul relaţiilor (1.29) şi (1.30) se obţin expresiile pentru componentele transversale ale câmpului electric şi ale câmpului magnetic:

$$E_{x\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x} + \omega\mu_0\mu_{r\delta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial y}\right) \tag{1.31a}$$

$$E_{y\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y} - \omega\mu_0\mu_{r\delta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}\right) \tag{1.31b}$$

$$H_{x\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x} - \omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y}\right) \tag{1.31c}$$

$$H_{y\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial y} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x}\right) \tag{1.31d}$$

Modul de propagare cu ambele componente axiale nule ($E_z = H_z = 0$), denumit şi **transversal electromagnetic, TEM**, poate exista în linia de transmisiune, numai dacă numărul de undă longitudinal k_δ este nul, deoarece în acest caz expresiile componentelor transversale (1.31a)÷(1.31d) apar, în primă etapă, ca nedeterminate (dacă numărul de undă nu ar fi nul, componentele transversale ar deveni nule, deci câmpul electromagnetic s-ar anula).

1.4 Formularea condiţiilor de modelare. Spaţiul Hilbert

Determinarea riguroasă a expresiei câmpului electromagnetic din linia microstrip simetrică ecranată reală, care reflectă adecvat procesele fizice din aceasta, presupune îndeplinirea condiţiilor impuse de:

- verificarea ecuaţiilor Helmholtz în cazul existenţei celor două domenii (delimitate de cele două medii dielectrice diferite);

- influenţa suprafeţei de separare dintre cele două domenii, când la traversarea acesteia trebuie asigurată continuitatea componentelor tangenţiale ale câmpului electric şi magnetic [27];

- influenţa ecranului conductor (electric), ce permite existenţa în vecinătatea sa exterioară doar a componentelor normale (la suprafaţa conductorului) ale câmpului electric şi a componentelor tangenţiale (la suprafaţa conductorului) ale câmpului magnetic, ca apoi şi unele şi celelalte să scadă brusc la zero în interiorul conductorului [27] (în consecinţă, condiţiile pe care le îndeplinesc componentele longitudinale ale câmpului magnetic şi electric pe suprafaţa ecranului electric sunt următoarele:

$$\frac{\partial H_z}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ şi } E_z = 0);$$

- influenţa ecranului magnetic, situat în planul *x=0* (figura 1.2), ceea ce permite existenţa în vecinătatea sa doar a componentelor normale ale câmpului magnetic şi a componentelor tangenţiale ale câmpului electric [27]; în consecinţă, de data aceasta, condiţiile pe care le îndeplinesc componentele longitudinale ale câmpului magnetic şi electric sunt următoarele:

$$\frac{\partial E_z}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ şi } H_z = 0;$$

- influenţa muchiei conductorului, amplasat între cele două domenii analizate.

Rezolvarea acestei probleme se va face în condiţiile rigorii electrodinamice, în secţiunea 1.6, intitulată “Analiza electrodinamică a liniei microstrip ecranate prin metoda domeniilor parţiale", în care se au în vedere concluziile prezentate în secţiunea 1.5, intitulată "Modelul Meixner" [28].

În continuare, trebuie stabilit cadrul matematic adecvat rezolvării problemelor de aproximare şi convergenţă care fac obiectul satisfacerii condiţiilor impuse câmpului electromagnetic în linia microstrip ecranată.

Spaţiul Hilbert, care prin definiţie este un spaţiu liniar, normat şi complet, în care norma se introduce cu ajutorul produsului scalar, se dovedeşte a fi instrumentul matematic propice pentru elaborarea studiului câmpului electromagnetic cu ajutorul metodei analitice.

În spaţiul Hilbert al funcţiilor continue şi de pătrat sumabil, convergenţa, noţiune esenţial "dinamică", este deopotrivă mai simplă şi mai "estetică", fapt ce poate fi intuit, spre exemplu, de reprezentarea unui vector în mulţimea $\boldsymbol{R}^n$ *printr-o combinaţie liniară de versori unui sistem ortonormat.*

Norma, care se poate considera că reprezintă entitatea ce exprimă "distanţa" în matematică şi introduce acel concept fundamental al analizei matematice, denumit convergenţă, se defineşte cu ajutorul produsului scalar, astfel:

$$\|f\|^2 = (f,f) = \int_\alpha^\beta |f(t)|^2 dt < \infty \qquad (1.32)$$

Mulţimea $L_\Gamma^2[\alpha,\beta]$ *e se organizează ca spaţiu Hilbert peste corpul* $\Gamma = R, C$ *(mulţimea numerelor reale sau complexe), în raport cu operaţia de adunare a două funcţii şi de înmulţire a unei funcţii cu un scalar. Deci:*

$$L_\Gamma^2[\alpha,\beta] = \{f | f:[\alpha,\beta] \to \Gamma,\ (\exists)\|f\|^2 = \int_\alpha^\beta |f(t)|^2 dt < \infty\}$$

Pentru a descrie câmpul electromagnetic în linia microstrip, se va pleca de la următoarea premisă - axiomă [27]:

- pentru ca un câmp, notat cu $\Phi(P,t)$, o funcţie de punct, $P(x,y,z)$ şi de timp, să fie undă, eventual soluţie a ecuaţiilor Helmholtz, trebuie ca pătratul intensităţii sale, $|\Phi(P,t)|^2$, să aibă semnificaţie fizică; această funcţie se reprezintă în domeniul microundelor sub forma densităţii de energie; şi cum energia totală dintr-un domeniu finit V trebuie să fie finită, rezultă că:

$$\int_V |\Phi(\mathrm{P,t})|^2\, dv < \infty, \qquad (1.33)$$

deci $\Phi(P,t)$ aparţine mulţimii L_Γ^2 $[\alpha,\beta]$.

1.5 Modelul Meixner

Se analizează comportarea câmpului electromagnetic în apropierea muchiei conductorului, conform modelului ales, atribuit în literatura de specialitate lui Meixner ([11], [22], [28] şi figura 1.3). Geometria figurii 1.3, care evidenţiază domeniul din imediata apropiere a muchiei conductorului plasat în figura 1.2, între mediile dielectrice a fost adoptată de către Meixner în vederea realizării analizei câmpului electromagnetic cu ajutorul ecuaţiilor Maxwell în sistemul de coordonate locale cilindrice. Modelul Meixner, spre deosebire de celula elementară a liniei microstrip ecranate, care are în compunere două medii dielectrice distincte, supune analizei trei medii dielectrice cu caracteristici dielectrice şi magnetice diferite ($\varepsilon_1, \mu_1; \varepsilon_2, \mu_2$ și ε_3, μ_3). Unghiurile φ_1, φ_2 şi φ_3 se măsoară în sensul acelor de ceasornic.

În orice domeniu finit *V*, în baza relaţiei (1.33), energia câmpului electromagnetic este finită, respectiv se respectă relaţia:

$$\int_V \left(\varepsilon^{(\delta)}|E|^2 + \mu^{(\delta)}|H|^2\right) dv < \infty, \qquad (1.34)$$

unde cu indicele $\delta=1\div3$ s-au notat cele trei medii dielectrice din figura 1.3.

În vecinătatea muchiei (punctul notat cu M în figura 1.3) se postulează că valoarea integralei (1.34) trebuie să tindă spre zero. Elementul de volum din integrala (1.34), exprimat în coordonate locale cilindrice, este egal cu produsul $\rho\, d\rho\, d\varphi\, dz$.

Se poate observa, tot din condiţia (1.34), că în vecinătatea muchiei conductorului nici o componentă a câmpului electric sau magnetic nu poate creşte mai repede decât $\rho^{-1+\tau}$ (pentru $\tau > 0$), pentru $\rho \to 0$. Dacă, de exemplu, $\tau \leq 0$, s-ar ajunge la o situaţie inacceptabilă, respectiv atunci când volumul V ar tinde către zero, energia din acest spaţiu ar fi infinită.

Ecuaţiile Maxwell (1.9a) şi (1.9b), scrise în sistemul de coordonate locale cilindrice, au forma:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = i\omega\mu^{(\delta)} H_\rho \qquad (1.35a)$$

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = i\omega\mu^{(\delta)} H_\varphi \qquad (1.35b)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\rho E_\varphi - \frac{1}{\rho}\frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} = i\omega\mu^{(\delta)} H_z \qquad (1.35c)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)} E_\rho \qquad (1.35d)$$

$$\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)} E_\varphi \quad (1.35e)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\rho H_\varphi - \frac{1}{\rho}\frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)} E_z \quad (1.35f)$$

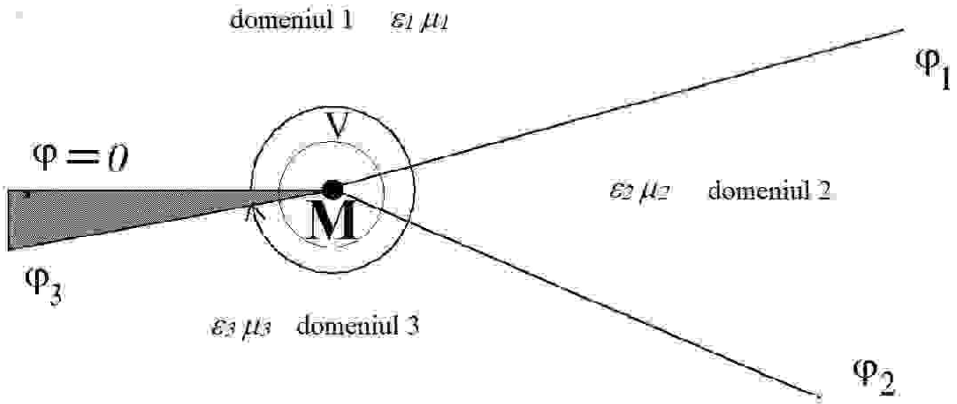


Figura 1.3 Modelul Meixner pentru determinarea ordinului maxim al singularității soluțiilor sistemului de ecuații (1.35a) și (1.35b).

Soluţiile sistemului de ecuaţii (1.35a)÷(1.35f), determinate pentru domeniile unghiulare 1, 2 şi 3 (conform figurii 1.3), pot fi reprezentate sub forma unor serii ce ţin cont de observaţia că nici o componentă a câmpului electric sau magnetic nu poate creşte mai repede decât $\rho^{-1+\tau}$ (pentru $\tau > 0$), pentru $\rho \to 0$ [28]:

$$E_\rho^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[a_0^{(\delta)} + a_1^{(\delta)}\rho + a_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k a_k^{(\delta)}\rho^k \quad (1.36a)$$

$$E_\varphi^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[b_0^{(\delta)} + b_1^{(\delta)}\rho + b_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k b_k^{(\delta)}\rho^k \quad (1.36b)$$

$$E_z^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[c_0^{(\delta)} + c_1^{(\delta)}\rho + c_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k c_k^{(\delta)}\rho^k \quad (1.36c)$$

$$H_\rho^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[A_0^{(\delta)} + A_1^{(\delta)}\rho + A_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k A_k^{(\delta)}\rho^k \quad (1.37a)$$

$$H_\varphi^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[B_0^{(\delta)} + B_1^{(\delta)}\rho + B_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k B_k^{(\delta)}\rho^k \quad (1.37b)$$

$$H_z^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[C_0^{(\delta)} + C_1^{(\delta)}\rho + C_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k C_k^{(\delta)}\rho^k \quad (1.37c)$$

Coeficienţii $a_k^{(\delta)}$, $b_k^{(\delta)}$, $c_k^{(\delta)}$, $A_k^{(\delta)}$, $B_k^{(\delta)}$ şi $C_k^{(\delta)}$ depind doar de coordonatele φ şi z.

Înlocuind soluţiile propuse (1.36a)÷(1.36c) şi (1.37a)÷(1.37c) în sistemul de ecuaţii (1.35a)÷(1.35f) şi apoi prin identificarea coeficienţilor corespunzători puterilor lui ρ, se obţine (suficient, dar nu şi necesar) un set de relaţii, care vor fi prezentate în continuare. Prin aceasta se urmăreşte **aflarea valorii minime pozitive a lui τ, care va decide limita superioară a ordinului de singularitate a componentelor câmpului electromagnetic**. Conform metodologiei prezentate, ecuaţia (1.35a) se scrie astfel:

$$\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial c_0^{(\delta)}}{\partial\varphi}+\rho\frac{\partial c_1^{(\delta)}}{\partial\varphi}+\ldots\right)\right]-\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial z}+\rho\frac{\partial b_1^{(\delta)}}{\partial z}+\ldots\right)\right]= \\ = i\omega\mu^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(A_0^{(\delta)}+\rho A_1^{(\delta)}+\ldots\right)\right] \qquad (1.38)$$

În urma identificării coeficienţilor corespunzători puterilor egale ale lui ρ se obţine (ca o condiţie suficientă, nu şi necesară):

- pentru coeficienţii lui $\rho^{-2+\tau}$:

$$\frac{\partial c_0^{(\delta)}}{\partial\varphi}=0;$$

- pentru coeficienţii lui $\rho^{-1+\tau}$

$$\frac{\partial c_1^{(\delta)}}{\partial\varphi}-\frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial z}=i\omega\mu^{(\delta)}A_0^{(\delta)};$$

- pentru coeficienţii lui ρ^{τ}:

$$\frac{\partial c_2^{(\delta)}}{\partial\varphi}-\frac{\partial b_1^{(\delta)}}{\partial z}=i\omega\mu^{(\delta)}A_1^{(\delta)}$$

ş.a.m.d.

Pentru cea de-a doua ecuaţie din sistemul (1.35) se scrie:

$$\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial z}+\rho\frac{\partial a_1^{(\delta)}}{\partial z}+\ldots\right)-\left[(-1+\tau)\rho^{-2+\tau}c_0^{(\delta)}+\tau\rho^{-1+\tau}c_1^{(\delta)}+\ldots\right]= \\ = i\omega\mu^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(B_0^{(\delta)}+\rho B_1^{(\delta)}+\ldots\right)\right] \qquad (1.39)$$

Prin identificare se obţine:

- pentru coeficienţii lui $\rho^{-2+\tau}$:

$$(-1+\tau)c_0^{(\delta)}=0;$$

- pentru coeficienţii lui $\rho^{-1+\tau}$:

$$\frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial z} - \tau c_1^{(\delta)} = i\omega\mu^{(\delta)} B_0^{(\delta)}$$

ş. a. m. d.

Corespunzător celei de-a treia ecuaţii din sistemul (1.35) se poate scrie:

$$\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\tau b_0^{(\delta)} + (\tau+1) b_1^{(\delta)}\rho + \ldots\right)\right] - \frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \rho\frac{\partial a_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \ldots\right)\right] =$$
$$= i\omega\mu^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(C_0^{(\delta)} + \rho C_1^{(\delta)} + \ldots\right)\right], \qquad (1.40)$$

iar prin identificare se obţine:

- pentru coeficienţii lui $\rho^{-2+\tau}$:

$$\tau b_0^{(\delta)} - \frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0$$

- pentru coeficienţii $\rho^{-1+\tau}$:

$$(\tau+1) b_1^{(\delta)} - \frac{\partial a_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} = i\omega\mu^{(\delta)} C_1^{(\delta)}$$

ş. a. m. d.

De asemenea, pentru cea de-a patra ecuaţie din sistemul (1.35) se poate scrie:

$$\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial C_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \rho\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \ldots\right)\right] - \left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial B_0^{(\delta)}}{\partial z} + \rho\frac{\partial B_1^{(\delta)}}{\partial z} + \ldots\right)\right] =$$
$$= -i\omega\varepsilon^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(a_0^{(\delta)} + \rho a_1^{(\delta)} + \ldots\right)\right], \qquad (1.41)$$

iar prin identificare se obţine:

- pentru coeficienţii lui $\rho^{-2+\tau}$:

$$\frac{\partial C_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0;$$

- pentru coeficienţii lui $\rho^{-1+\tau}$:

$$\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_0^{(\delta)}}{\partial z} = -\, i\omega\varepsilon^{(\delta)} a_0^{(\delta)}$$

- pentru coeficienţii lui ρ^{τ}:

$$\frac{\partial C_2^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_1^{(\delta)}}{\partial z} = -\, i\omega\varepsilon^{(\delta)} a_1^{(\delta)}$$

ş. a. m. d.

Corespunzător celei de-a cincea ecuaţii din sistemul (1.35) se scrie:

$$\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial z} + \rho\frac{\partial A_1^{(\delta)}}{\partial z} + \ldots\right) - \left[(-1+\tau)\rho^{-2+\tau}C_0^{(\delta)} + \tau\rho^{-1+\tau}C_1^{(\delta)} + \ldots\right] = \\ = -i\omega\varepsilon^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(b_0^{(\delta)} + \rho b_1^{(\delta)} + \ldots\right)\right] \qquad (1.42)$$

Prin identificare se obţine:

-pentru coeficienţii lui $\rho^{-2+\tau}$:

$$(-1+\tau)C_0^{(\delta)} = 0$$

-pentru coeficienţii lui $\rho^{-1+\tau}$:

$$\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \tau C_1^{(\delta)} = -\, i\omega\varepsilon^{(\delta)} b_0^{(\delta)}$$

ş. a. m. d.

În sfârşit, corespunzător ultimei ecuaţii din sistemul (1.35) se scrie:

$$\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\tau B_0^{(\delta)} + (\tau+1)B_1^{(\delta)}\rho + \ldots\right)\right] - \frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \rho\frac{\partial A_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \ldots\right)\right] = \\ = -i\omega\varepsilon^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(c_0^{(\delta)} + \rho c_1^{(\delta)} + \ldots\right)\right], \qquad (1.43)$$

iar prin identificare de obţine:

-pentru coeficienţii lui $\rho^{-2+\tau}$:

$$\tau B_0^{(\delta)} - \frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0;$$

-pentru coeficienţii lui $\rho^{-1+\tau}$:

$$(\tau+1)B_1^{(\delta)} - \frac{\partial A_1^{(\delta)}}{\partial\varphi} = -\,i\omega\varepsilon^{(\delta)}c_1^{(\delta)}$$

ş. a. m. d.

Din relaţiile rezultate prin identificarea coeficienţilor se reţin următoarele:

$$(-1+\tau)c_0^{(\delta)} = 0 \tag{1.44a}$$

$$\frac{\partial c_1^{(\delta)}}{\partial\varphi} - \frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial z} = i\omega\mu^{(\delta)}A_0^{(\delta)} \tag{1.44b}$$

$$\frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial z} - \tau c_1^{(\delta)} = i\omega\mu^{(\delta)}B_0^{(\delta)} \tag{1.44c}$$

$$\tau b_0^{(\delta)} - \frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial\varphi} = 0 \tag{1.44d}$$

$$(-1+\tau)C_0^{(\delta)} = 0 \tag{1.45a}$$

$$\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial\varphi} - \frac{\partial \mathrm{B}_0^{(\delta)}}{\partial \mathrm{z}} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)}a_0^{(\delta)} \tag{1.45b}$$

$$\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial z} - \tau C_1^{(\delta)} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)}b_0^{(\delta)} \tag{1.45c}$$

$$\tau B_0^{(\delta)} - \frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial\varphi} = 0 \tag{1.45d}$$

Din relaţiile (1.44a) şi (1.45a) rezultă:

$$\tau = 1 \text{ sau } c_0^{(\delta)} = C_0^{(\delta)} = 0.$$

Particularizând soluţiile (1.36c) şi (1.37c) pentru $\tau = 1$ sau $c_0^{(\delta)}=C_0^{(\delta)}=0$ se ajunge la concluzia că în vecinătatea muchiei conductorului, componentele longitudinale ale câmpului electromagnetic nu admit singularităţi şi sunt finite.

Relaţiile (1.45b), (1.45c) şi (1.45d) se supun unor transformări, după cum urmează: prima se înmulţeşte cu τ, a doua se diferenţiază în raport cu φ, în sfârşit, ultima se diferenţiază în raport cu z şi se obţine:

$$\tau\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial\varphi} - \tau\frac{\partial B_0^{(\delta)}}{\partial z} = -i\omega\tau\varepsilon^{(\delta)}a_0^{(\delta)},$$

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial z} - \tau\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial\varphi} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)}\frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial\varphi},$$

$$\tau\frac{\partial B_0^{(\delta)}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial\varphi} = 0.$$

Dacă în ultima ecuaţie se inversează ordinea de diferenţiere la termenul care conţine coeficientul $A_0^{(\delta)}$ şi apoi se adună ecuaţia obţinută cu celelalte două, se obţine, evident pentru $\omega \neq 0$:

$$\frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial\varphi} + \tau a_0^{(\delta)} = 0. \tag{1.46}$$

Dacă se substituie $b_0^{(\delta)}$ din relaţia (1.46) în conformitate cu expresia sa din relaţia (1.44d) rezultă, ecuaţia diferenţială:

$$\frac{\partial^2 a_0^{(\delta)}}{\partial\varphi^2} + \tau^2 a_0^{(\delta)} = 0, \tag{1.47}$$

a cărei soluţie generală este

$$a_0^{(\delta)} = p^{(\delta)}\sin\tau\varphi + q^{(\delta)}\cos\tau\varphi \tag{1.48}$$

Procedând în mod analog cu ecuaţiile duale se obţine ecuaţia diferenţială:

$$\frac{\partial^2 A_0^{(\delta)}}{\partial\varphi^2} + \tau^2 A_0^{(\delta)} = 0 \tag{1.49}$$

a cărei soluţie generală este:

$$A_0^{(\delta)} = P^{(\delta)}\sin\tau\varphi + \ Q^{(\delta)}\cos\tau\varphi. \tag{1.50}$$

Introducând soluţiile (1.48) şi (1.50) în relaţiile (1.44d) şi (1.45d), pentru $\tau > 0$ rezultă:

$$b_0^{(\delta)} = p^{(\delta)}\cos\tau\varphi - q^{(\delta)}\sin\tau\varphi, \tag{1.51}$$

$$B_0^{(\delta)} = P^{(\delta)}\cos\tau\varphi - \ Q^{(\delta)}\sin\tau\varphi\ . \tag{1.52}$$

Din relaţia (1.44c) rezultă:

$$c_1^{(\delta)} = \frac{\partial a_0^{(\delta)}}{r\partial z} - \frac{1}{\tau}i\omega\mu^{(\delta)}B_0^{(\delta)} \tag{1.53}$$

iar prin înlocuirea valorilor lui $a_0^{(\delta)}$ şi $B_0^{(\delta)}$ conform soluţiilor din (1.48) şi (1.52), se obţine:

$$c_1^{(\delta)} = \frac{1}{\tau}\left[\frac{\partial p^{(\delta)}}{\partial z} sin\,\tau\,\varphi \; + \frac{\partial q^{(\delta)}}{\partial z} cos\,\tau\,\varphi\right] -$$

$$-\frac{1}{\tau} i\omega\mu^{(\delta)}\left[P^{(\delta)}\cos\tau\varphi - \; Q^{(\delta)}\sin\tau\varphi\,\right] \qquad (1.54)$$

În mod analog, se obţine relaţia corespunzătoare coeficientului $C_1^{(\delta)}$, respectiv:

$$C_1^{(\delta)} = \frac{1}{\tau}\left[\frac{\partial P^{(\delta)}}{\partial z} sin\,\tau\,\varphi \; + \frac{\partial Q^{(\delta)}}{\partial z} cos\,\tau\,\varphi\right]$$

$$+\frac{1}{\tau} i\varepsilon\mu^{(\delta)}\left[p^{(\delta)}\cos\tau\varphi - \; q^{(\delta)}\sin\tau\varphi\,\right] \qquad (1.55)$$

Deoarece indicele δ primeşte valorile 1, 2 şi 3, corespunzătoare mediilor dielectrice din figura 1.3, ecuaţiile (1.48), (1.50)÷(1.52), (1.54) şi (1.55) conduc la optsprezece ecuaţii cu treizeci coeficienţi necunoscuţi:

$$\{a_0^{(\delta)}, b_0^{(\delta)}, c_1^{(\delta)}, A_0^{(\delta)}, B_0^{(\delta)}, C_1^{(\delta)}, p^{(\delta)}, q^{(\delta)}, P^{(\delta)}, Q^{(\delta)}\}, \delta = 1 \div 3.$$

Celelalte ecuaţii necesare rezolvării sistemului se obţin particularizând ecuaţiile pentru $\varphi=0$, $\varphi=\varphi_1$, $\varphi=\varphi_2$ şi $\varphi=\varphi_3$ (se va ţine cont de faptul că pe muchiile conductorului, pentru $\varphi=0$ şi $\varphi=\varphi_3$, componentele tangenţiale ale câmpului electric sunt egale cu zero, precum şi de continuitatea componentelor tangenţiale ale câmpului electric şi magnetic pentru $\varphi=\varphi_1$ şi $\varphi=\varphi_2$, la suprafaţa de separare dintre două medii dielectrice).

În urma rezolvării netriviale a sistemului şi în urma eliminării succesive a necunoscutelor, se determină faptul că acesta este compatibil în cazul îndeplinirii uneia din condiţiile de mai jos [28]:

$$1)\; a_0^{(\delta)} = b_0^{(\delta)} = c_0^{(\delta)} = C_0^{(\delta)} = 0;\;\; \delta = 1 \div 3 \qquad (1.56a)$$

$$F_\mu(\tau) = 0, \qquad (1.56b)$$

unde:

$$F_\mu(\tau) = \left(1 - \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}\right)\left[\sin\tau\varphi_2 \sin\tau(\varphi_3 - \varphi_2) - \left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r3}}\right)\cos\tau\varphi_2\cos\tau(\varphi_3 - \varphi_2)\right] -$$
$$- \left[\tan\tau\varphi_1 + \left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}\right)\cot\tau\varphi_1\right]\left[\cos\tau\varphi_2\sin\tau(\varphi_3 - \varphi_2) -\right.$$
$$\left. - \left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r3}}\right)\sin\tau\varphi_2\cos\tau(\varphi_3 - \varphi_2)\right] \tag{1.56c}$$

$$2)\ A_0^{(\delta)} = B_0^{(\delta)} = C_0^{(\delta)} = c_0^{(\delta)} = 0; \quad \delta = 1 \div 3, \tag{1.57a}$$

$$F_\mu(\tau) = 0, \tag{1.57b}$$

unde:

$$F_\varepsilon(\tau) = \left(1 - \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\right)\left[\cos\tau\varphi_2\cos\tau(\varphi_3 - \varphi_2) - \left(\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r3}}\right)\sin\tau\varphi_2\sin\tau(\varphi_3 - \varphi_2)\right] -$$
$$- \left[\cot\tau\varphi_1 + \left(\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\right)\tan\tau\varphi_1\right]\left[\sin\tau\varphi_2\cos\tau(\varphi_3 - \varphi_2) +\right.$$
$$\left. + \left(\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r3}}\right)\cos\tau\varphi_2\sin\tau(\varphi_3 - \varphi_2)\right] \tag{1.57c}$$

Relativ la aceste două condiţii, se pot exprima următoarele concluzii:

a) deoarece se doreşte determinarea ordinului maxim al singularităţii câmpului electromagnetic în vecinătatea muchiei conductorului, urmează să se determine soluţia pozitivă cea mai mică a ecuaţiilor (1.56c) şi (1.57c);

b) în cazul îndeplinirii condiţiei 1, prin introducerea relaţiilor (1.56a) în soluţiile (1.36) şi (1.37) rezultă:

$$H_t = O\,(\rho^{-1+\tau}), \tag{1.58a}$$

$$H_z,\ E = O\,(\rho^{\tau}),\ \text{pentru}\ \rho \to 0 \tag{1.58b}$$

Notaţia matematică $O(\cdot)$ are următorul sens:

$f(x) = O(g(x))$, pentru $x \to x_0$, dacă funcţia $f(x)$ nu creşte mai repede decât funcţia $g(x)$, pentru $x \to x_0$, adică pentru o constantă $A > 0$, $|f(x)| \le A|g(x)|$, pentru $x \to x_0$.

Deoarece $\tau > 0$, se observă că doar componentele tangenţiale ale câmpului magnetic, exprimate de relaţia (1.58a), pot avea singularităţi în apropierea muchiei conductorului. Analog, în cazul îndeplinirii condiţiei 2, cu ajutorul relaţiilor (1.57a), (1.36) şi (1.37) rezultă:

$$E_t = O\,(\rho^{-1+\tau}), \tag{1.59a}$$

$$E_z,\ H = O\ (\rho^{\tau}),\ \text{pentru}\ \rho \to 0, \tag{1.59b}$$

iar componentele tangenţiale ale câmpului electric pot avea singularităţi în apropierea muchiei;

c) în apropierea muchiei conductorului are loc o superpoziţie a câmpurilor magnetic şi electric.

În tabelul 1.1 sunt prezentate condiţiile în vecinătatea muchiei pentru structura din figura 1.3.

Tabelul 1.1

Grupa de condiții	**Ordinul de singularitate al câmpurilor electric și magnetic**			
	E_t	H_t	E_z, H_z	
A	$O(\rho^{\tau})$	$O(\rho^{-1+\tau})$	$O(\rho^{\tau})$	$F_{\mu}(\tau) = 0$
B	$O(\rho^{-1+\tau})$	$O(\rho^{\tau})$	$O(\rho^{\tau})$	$F_{\mu}(\varepsilon) = 0$

Întrucât se doreşte transformarea modelului Meixner din figura 1.3 într-un model care să se apropie cât mai mult de configuraţia reală a liniei microstrip, ecuaţia caracteristică (1.56c) se particularizează astfel:

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2},\ \varphi_2 = \pi,\ \varphi_3 = 2\pi,\ \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = 1,\ \varepsilon_3 > 1 \text{ şi } \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Unghiurile φ_1, φ_2 şi φ_3 se măsoară în sensul acelor de ceasornic.

În aceste condiţii ecuaţia caracteristică (1.56c) devine:

$$\left(\tan\frac{\tau\pi}{2} + \cot\frac{\tau\pi}{2}\right)(\cos\tau\pi\sin\tau\pi + \sin\tau\pi\cos\tau\pi) = 0$$

sau

$$\left(\tan\frac{\tau\pi}{2} + \cot\frac{\tau\pi}{2}\right) 2\cos\tau\pi\sin\tau\pi = 0$$

Întrucât în relaţia de mai sus suma din paranteză este diferită de zero, indiferent de valoarea lui $\tau\ (\tau > 0)$, rezultă:

$$2\cos\tau\pi\sin\tau\pi = 0$$

echivalent cu

$$\cos \tau\pi = 0,\ \tau_k = \frac{1}{2} + k$$

sau

$$\sin \tau\pi = 0,\ \tau_t = t,\ \ k, t \in \boldsymbol{Z}.$$

Deoarece se urmăreşte determinarea ordinului maxim al singularităţii soluţiilor ecuaţiilor Maxwell (1.36a)÷(1.36c) şi (1.37a)÷(1.37c) este suficient să se determine doar soluţia minimă pozitivă. Aceasta se obţine pentru $k = 0$ şi este $\tau_0 = \frac{1}{2}$.

1.6 Metoda domeniilor parţiale

Metoda domeniilor parţiale a căpătat o utilizare tot mai largă în rezolvarea celor mai diferite probleme ale electrodinamicii. Această metodă permite realizarea unor algoritmi eficienţi de calcul ai câmpului electromagnetic, care ţin cont de influenţa neomogenităţilor geometrice sau de caracteristicile de dispersie. Dacă la limita de separare dintre domenii câmpul electromagnetic prezintă particularităţi, convergenţa şirului de aproximări, oferit de metoda de calcul, scade considerabil.

Valoarea practică a oricărui algoritm de calcul este determinată de caracteristicile acestuia: viteza de convergenţă a soluţiei alese, precizia atinsă şi stabilitatea acesteia. Aceste caracteristici depind, în primul rând, de tipul funcţiilor proprii utilizate la aproximarea soluţiilor ecuaţiilor Maxwell.

Îmbunătăţirea convergenţei şi a stabilităţii, în cazul existenţei unei configuraţii a câmpului electromagnetic cu particularităţi deosebite, este posibilă prin descompunerea componentelor câmpurilor electric şi magnetic la limita de separare dintre domenii, cu ajutorul unor sisteme de funcţii, care se constituie în baze ortogonale, respectiv, $\{\varphi_n\}$ şi $\{\psi_n\}$. În compunerea acestor sisteme de funcţii se pot utiliza funcţiile lui Bessel de ordin $\frac{1}{2}$ [22], polinoamele şi funcţiile lui Cebîşev [23], polinoamele lui Gegenbauer [22], sistemele de funcţii ortogonale $\left\{\frac{cos\,(n\pi u)}{\sqrt{1-u^2}}\right\}$ şi $\left\{\frac{sin(n\pi u)}{\sqrt{1-u^2}}\right\}$ [22], etc.

În scopul obţinerii unor algoritmi de calcul eficienţi este necesar ca sistemele ortogonale de funcţii alese pentru descompunerea componentelor câmpurilor electric şi magnetic la limita de separare dintre domenii:

1) să satisfacă condiţiile Meixner în imediata vecinătate exterioară a muchiei, deci la un capăt al intervalului care cuprinde limita de separare dintre domenii;

2) să verifice condiţiile la limită în celălalt capăt al intervalului pentru funcţiile selectate şi pentru prima derivată a acestora, unde este necesară şi satisfacerea “concordanţei bazelor”, în sensul verificării ecuaţiilor Maxwell;

3) să se adapteze cât mai bine pe toată interfaţa care separă cele două domenii (în vederea creşterii stabilităţii algoritmului bazelor utilizate).

Întrucât se pot constitui mai multe variante de sisteme de funcţii ortogonale, care să satisfacă condiţiile enunţate mai sus, problema alegerii optime a acestora, cu respectarea criteriului stabilităţii şi al vitezei convergenţei cât mai rapide, devine foarte importantă. În vederea elaborării criteriilor de selecţie a bazelor se analizează o situaţie specifică.

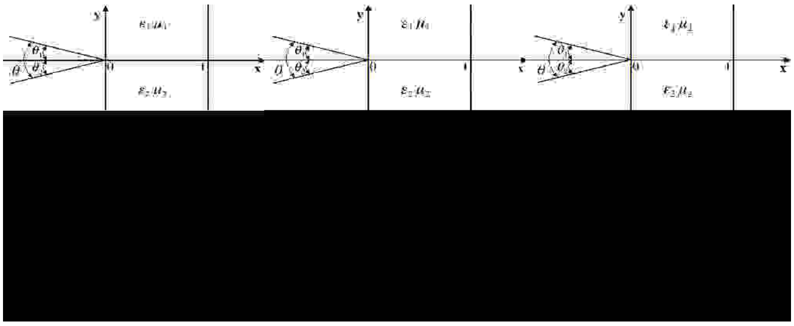


Figura 1.4. Model adaptat posibilităţii utilizării sistemelor de funcţii ortogonale la suprafaţa de separare dintre domeniile 1 şi 2.

Limita de separare dintre domeniile 1 şi 2 (figura 1.4) coincide cu axa *x*, astfel încât, în apropierea muchiei, unde câmpul electromagnetic are o comportare particulară, s-a plasat originea axelor (*x=0, y=0*), iar în planul *x=1* se află dispus un perete electric.

În conformitate cu cele prezentate în finalul secţiunii “Modelul Meixner”, în punctul *x=0* este necesară satisfacerea condiţiei (scrisă de data aceasta în sistemul de coordonate carteziene şi adaptată configuraţiei prezentate în figura 1.4):

$$\{\varphi_n\}, \{\psi_n\} = O\,(x^{\alpha_0}), \text{ pentru } x \to 0,$$

unde:

- $\alpha_0 = -1 + \tau_0$ pentru componentele câmpului electromagnetic, tangenţiale la suprafaţa de separare dintre medii (E_x, E_y, H_x şi H_y);
- $\alpha_0 = \tau_0$ pentru componentele longitudinale (E_z şi H_z) ale câmpului electromagnetic;
- τ_0 este soluţia minimă pozitivă a ecuaţiilor caracteristice transcendente (1.56c) sau (1.57c).

Dacă se ţine cont de valoarea lui τ_0, determinată în secţiunea 1.5 $(\tau_0 = 1/2)$, rezultă că în apropierea muchiei, acolo unde *x=0* (figura 1.4), componentele câmpului electric au reprezentările asimptotice următoare:

$$E_x \sim \frac{1}{\sqrt{x}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n, \tag{1.60a}$$

$$E_z \sim \sqrt{x} \sum_{n=0}^{\infty} B_n x^n, \tag{1.60b}$$

unde A_n şi B_n sunt coeficienţi necunoscuţi. Relaţii similare cu (1.60a) şi (1.60b) se pot scrie şi pentru componentele câmpului magnetic.

Dacă se iau în considerare condiţiile la limită la cel de-al doilea capăt al intervalului (*x=1*, în figura 1.4), în urma verificării ortogonalităţii sistemului de funcţii ales şi a modului de îndeplinire a condiţiilor impuse acestuia (anexa 2), se ajunge la concluzia că pentru aproximarea componentelor câmpului electromagnetic, în vecinătatea exterioară a muchiei şi la suprafaţa de separare dintre cele două domenii, se pot folosi următoarele expresii:

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}} T_{2n}\big(u(x)\big) \tag{1.61}$$

$$\psi_n(x) = U_{2n}\big(u(x)\big), \tag{1.62}$$

unde:

$T_{2n} = \cos(2n \arccos u)$ sunt polinoame Cebîşev de speţa I de ordinul 2;

$U_{2n} = \sin(2n \arccos u)$sunt funcţii Cebîşev de speţa a II-a de ordinul 2;

$u(x) = 1 - x$.

Dacă în afara soluţiei minime pozitive a ecuaţiilor caracteristice se vor lua în considerare şi alte valori ale acestora, respectiv τ_n ($\tau_n = \frac{1}{2} + n,\ n \in N$), atunci se pot determina care dintre sistemele de funcţii alese pentru descompunerea componentelor câmpurilor electric şi magnetic sunt mai rapid convergente.

Comparând aproximările din relaţiile (1.60a) şi (1.60b) cu alte sisteme de funcţii [22], cum ar fi:

$$\left\{J_{-\frac{1}{2}}(\lambda_n x)\right\}; \left\{J_{\frac{1}{2}}(\gamma_n x)\right\}; \left\{\frac{cos\,(n\pi u)}{\sqrt{1-u^2}}\right\}; \left\{\frac{sin(n\pi u)}{\sqrt{1-u^2}}\right\},$$

unde primele două sunt sisteme ortogonale constituite din perechea de soluţii liniar independente ale ecuaţiei lui Bessel de ordinul 2; aceste soluţii se numesc funcţiile lui Bessel de prima speţă de ordin $1/2$; ultimele două sisteme, care sunt formate din funcţii trigonometrice ortogonale care corespund în mai mică măsură descompunerilor prezentate în relaţiile (1.60a) şi (1.60b), deşi satisfac condiţia impusă la $x=0$, nu conţin puteri impare pentru dezvoltarea componentei E_x, sau pare pentru E_z, puteri care apar în relaţiile menţionate mai sus.

Pentru a verifica modul de adaptare şi a altor sisteme de funcţii la suprafaţa de separare dintre domenii, definită cu ajutorul intervalului [0, 1] din figura 1.4, se presupune, de această dată, că $\theta_1 = 0, \theta = \theta_2 = \frac{\pi}{2}$, iar permeabilităţile relative ale mediilor sunt identice.

În această situaţie $\alpha_n = \frac{2}{3}m - 1$ [22], unde $m=1, 2, 4, 5, 7 \ldots$ Valorile lui m, multiplii ai lui 3, nu apar, deoarece termenii corespunzători acestora în cazul reprezentării componentelor E_x la limita de separare dintre domenii sunt egali cu zero. În consecinţă, descompunerea componentei E_x în imediata vecinătate exterioară a muchiei, unde $x \to 0$, este proporţională cu expresia:

$$E_x \sim x^{-\frac{1}{3}} \sum_{n=0}^{\infty} A_{1n} x^{2n} + x^{\frac{1}{3}} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} x^{2n} \qquad (1.63)$$

Funcţiile ortogonale utilizate pentru descompunerea componentei câmpului electric E_x în vecinătatea exterioară a muchiei, unde $x \to 0$, pe baza polinoamelor Gegenbauer ($C_{2n}^{\frac{1}{6}}(u)$):

$$\varphi_n = w(u) C_{2n}^{\frac{1}{6}}(u),$$

unde $w(u) = (1 - u^2)^{-\frac{1}{3}}$ este funcţia pondere, se prezintă astfel:

$$\varphi_n \sim x^{-\frac{1}{3}} \sum_{m=0}^{n} A_m x^m \qquad (1.64)$$

După cum se poate observa, reprezentarea (1.64) este destul de apropiată de reprezentarea (1.63); pentru valorile pare ale lui m, puterile lui x din relaţia (1.64) coincid cu cele din reprezentarea (1.63), iar pentru valorile impare ale lui m, acestea diferă cu $\frac{1}{3}$.

Cercetări mai amănunţite ale convergenţei descompunerilor, care au la un capăt al intervalului reprezentarea (1.63), pe baza funcţiilor definite de reprezentarea (1.64) şi adaptate la cel de-al doilea capăt al intervalului, conduc la faptul că în cadrul descompunerii:

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \varphi_n,$$

coeficienţii A_n nu descresc mai încet decât $n^{-5/3}$, adică

$$A_n = O(n^{-5/3}) \text{ pentru } n \to \infty.$$

Atunci când permeabilităţile magnetice ale mediilor sunt diferite se pot lua în considerare mai multe soluţii τ_n ale ecuaţiilor caracteristice. În acest caz, reprezentarea componentelor câmpului electric în vecinătatea exterioară a muchiei, unde $x \to 0$, are forma:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_z \end{pmatrix} \sim \sum_{n=0}^{N} x^{\alpha_n} \sum_{k=0}^{N} \begin{pmatrix} A_{nk} \\ B_{nk} \end{pmatrix} x^k ;$$

unde: $\alpha_n = \begin{cases} \tau_n - 1 \text{ pentru } E_x \\ \tau_n \text{ pentru } E_z \end{cases}$

În consecinţă, pentru determinarea componentei E_x se poate folosi descompunerea:

$$E_x = \sum_{n=0}^{N} \sum_{k=0}^{\infty} A_{nk} \varphi_{nk}, \tag{1.65}$$

unde φ_{nk}=*O(*x^{α_n}*),* pentru $x \to 0$; N reprezintă numărul soluţiilor generate de ecuaţia caracteristică. Ca sistem de funcţii ortogonale se pot folosi polinoamele Gegenbauer:

$$\varphi_{nk} = w(u) C_{2k}^{\alpha_n + \frac{1}{2}}(u),$$

unde *w(u)=* $(1 - u^2)^{\alpha_n}$ este funcţia pondere.

Condiţiile limită la cel de-al doilea capăt al intervalului, în punctul $x = 1$, de regulă, vizează comportarea funcţiilor care formează sistemul ortogonal sau ale primei derivate a acestora. Astfel, la alegerea sistemului de funcţii, pentru descompunerea componentei E_z se impune condiţia egalităţii cu zero a fiecărei funcţii din sistem, în punctul $x = 1$. La alegerea sistemului de funcţii, pentru descompunerea componentei E_x se ţine cont de faptul că prima derivată a funcţiilor din sistem trebuie să fie egală cu zero.

Deoarece la limita de separare dintre domenii are loc egalitatea [27]:

$$E_{x0} = A \frac{\partial E_{z0}}{\partial x}, \tag{1.66}$$

şi întrucât în punctul $x = 1$ are loc relaţia:

$$\left. \frac{\partial E_{x0}}{\partial x} \right|_{x=1} = 0,$$

atunci se poate deduce că

$$\left.\frac{\partial^2 E_{z0}}{\partial x^2}\right|_{x=1} = 0$$

În felul acesta, se obţine o condiţie suplimentară, căreia trebuie să-i corespundă funcţiile utilizate pentru descompunerea componentei E_z:

$$\left.\frac{\partial^2 \psi_n}{\partial x^2}\right|_{x=1} = 0 \tag{1.67}$$

În vederea creşterii vitezei de convergenţă a algoritmului de calcul şi a stabilităţii acestuia, se poate utiliza relaţia de "concordanţă a bazelor" pentru descompunerea componentelor E_x şi E_z, pe toată lungimea intervalului, respectiv satisfacerea relaţiei (1.66) de către funcţiile ortogonale alese:

$$\varphi_n = A\frac{\partial \psi_n}{\partial x}, A \text{ este o constantă.} \tag{1.68}$$

Această abordare nu-şi propune epuizarea tuturor sistemelor de funcţii ortogonale care se pot folosi pentru descompunerea componentelor câmpurilor electric şi magnetic la suprafaţa de separare dintre domenii, ci numai verificarea îndeplinirii condiţiilor specifice de către sistemele de funcţii alese.

În vederea descompunerii componentelor câmpurilor electric şi magnetic în vecinătatea exterioară a muchiei conductorului şi la suprafaţa de separare dintre cele două domenii se utilizează sisteme de funcţii ortogonale din spaţiul $L_R^2[0,1]$, respectiv:

- pentru descompunerea componentei E_x:

$$\varphi_{en}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}} T_{2n}\big(u(x)\big); \tag{1.69}$$

- pentru descompunerea componentei E_z:

$$\psi_{en}(x) = U_{2n}\big(u(x)\big); \tag{1.70}$$

- pentru descompunerea componentei H_x:

$$\varphi_{hn}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}} T_{2n+1}\big(u(x)\big); \tag{1.71}$$

- pentru descompunerea componentei H_z:

$$\psi_{hn}(x) = U_{2n+1}\big(u(x)\big) \tag{1.72}$$

unde:

T_{2n} şi T_{2n+1} sunt polinoame Cebîşev de speţa I de ordinul 2;

U_{2n} *şi* U_{2n+1} sunt funcţii Cebîşev de speţa a II-a de ordinul 2;

$u(x) = 1 - x$.

Detaliile suplimentare despre polinoamele şi funcţiile Cebîşev şi despre verificările la care sunt supuse sistemele de funcţii (1.69)÷(1.72) sunt prezentate în anexa 2.

Verificările presupun analiza modului în care sistemele de funcţii alese îndeplinesc cerinţele ortogonalităţii, condiţiile Meixner în vecinătatea muchiei, condiţiile la capetele intervalului analizat şi relaţia de concordanţă a bazelor.

Analizând figura 1.2, în comparaţie cu figura 1.4, se observă că intervalul [0,1] este în realitate $\left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$; în urma transformării necesare, funcţia u(x), care este aleasă, astfel încât să conserve proprietăţile polinoamelor şi funcţiilor Cebîşev, devine:

$$u(x) = 1 + \frac{2x-w}{w-a}, \quad u\colon \left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right] \to [1,0] \tag{1.73}$$

Componentele longitudinale ale câmpurilor electric şi magnetic în domeniile 1 şi 2 se determină în conformitate cu cele prezentate în secţiunea 1.2 sub forma unor descompuneri, ai căror termeni sunt formaţi din funcţii proprii care verifică ecuaţiile Helmholtz, respectiv:

$$E_{z\delta}(\mathrm{x,y}) = \sum_m A_{\delta m}\, \mathrm{Xe}_m(x)\, \mathrm{Ye}_{\delta m}(y), \tag{1.74a}$$

$$H_{z\delta}(\mathrm{x,y}) = \sum_m B_{\delta m}\, \mathrm{Xh}_m(x)\, \mathrm{Yh}_{\delta m}(y), \tag{1.74b}$$

unde în conformitate cu secțiunea 1.2:

- $A_{\delta m}$ şi $B_{\delta m}$ sunt coeficienţi necunoscuţi;
- $Xe_m(x) = \cos k_{xm}x$ şi $Xh_m(x) = \sin k_{xm}x$ formează un sistem de funcţii proprii (ortogonale) pe intervalul $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$;
- $Ye_{\delta m}(y) = \sin[k_{y\delta m}(y - b_\delta)]$ și $Yh_{\delta m}(y) = \cos[k_{y\delta m}(y - b_\delta)]$ formează, de asemenea, un sistem de funcţii proprii pe intervalul $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$;
- $b_1 = 0$ și $b_2 = y_2, m \in N^*$; $N^* = N - \{0\}$;
- $k_{xm} = \frac{m\pi}{a}$, $k_{y\delta m}^2 = k_\delta^2 - k_{xm}^2$, $k_\delta^2 = \omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} - \beta^2 = k_0^2 \varepsilon_{r\delta} \mu_{r\delta} - \beta^2$;

- β este constanta de fază.

Componentele transversale ale câmpurilor electric şi magnetic în domeniile 1 şi 2 se determină cu ajutorul relaţiilor (1.31a)÷(1.31d) din secţiunea 1.4.

Componentele tangenţiale la suprafaţa de separare dintre cele două domenii, de fapt o zonă unidimensională, definită de produsul cartezian $\{y=y_1\}\times\left[\frac{w}{2},\ \frac{a}{2}\right]$ (y_1 este o valoare fixată, în conformitate cu figura 1.2), se determină având în vedere condiţiile impuse acestora la traversarea suprafeţei de separare dintre medii şi condiţiile Meixner [28].

Condiţiile impuse componentelor tangenţiale ale câmpurilor electric şi magnetic la suprafaţa de separare dintre mediile dielectrice se definesc astfel:

- componentele tangenţiale ale vectorilor electric şi magnetic sunt continue;

- în imediata vecinătate exterioară a suprafeţei unui conductor perfect pot exista doar câmpuri electrice normale şi magnetice tangenţiale, ca apoi şi unele şi altele să scadă brusc la zero în interiorul conductorului perfect.

În consecinţa, se vor prezenta câteva variante de rezolvare a problemei:

1.1 Se folosesc componentele tangenţiale ale câmpurilor electric şi magnetic la limita de separare dintre domenii, respectiv E_{z0}, H_{z0}, E_{x0} şi H_{x0}, exprimate sub forma unor serii rapid convergente cu ajutorul sistemelor ortogonale de polinoame şi funcţii Cebîşev, care au fost definite prin intermediul relaţiilor (1.69)÷(1.72):

$$E_{z1} = E_{z2} = \begin{cases} 0 \quad \text{pentru} \quad 0 \le x \le \frac{w}{2} \\ E_{z0}\ \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \le x \le \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.75}$$

$$H_{z1} = H_{z2} = H_{z0}\ \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \le x \le \frac{a}{2} \tag{1.76}$$

$$E_{x1} = E_{x2} = \begin{cases} 0 \quad \text{pentru} \quad 0 \le x \le \frac{w}{2} \\ E_{x0}\ \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \le x \le \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.77}$$

$$H_{x1} = H_{x2} = H_{x0} \quad \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \le x \le \frac{a}{2}. \tag{1.78}$$

1.2 Componentele câmpurilor electric şi magnetic, tangenţiale la stripul plasat între domenii, se determină cu ajutorul densităţii de curent de conducţie longitudinal şi transversal din strip, respectiv η_z şi η_x.

$$E_{z1} = \begin{cases} E_{z2} & \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \le x \le \frac{a}{2} \\ 0 & \text{pentru} \quad 0 \le x \le \frac{w}{2} \end{cases} \tag{1.79}$$

$$H_{z1} - H_{z2} = \begin{cases} \eta_x & \text{pentru} \quad 0 \le x \le \frac{w}{2} \\ 0 & \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \le x \le \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.80}$$

$$E_{x1} = \begin{cases} E_{x2} & \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \le x \le \frac{a}{2} \\ 0 & \text{pentru} \quad 0 \le x \le \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.81}$$

$$H_{x1} - H_{x2} = \begin{cases} \eta_z & \text{pentru} \quad 0 \le x \le \frac{w}{2} \\ 0 & \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \le x \le \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.82}$$

1.3 Se poate folosi combinaţia variantelor 1.1 şi 1.2.

Se optează pentru varianta 1.1 de rezolvare a problemei (varianta 1.2 se va folosi la analiza liniilor de transmisiune microstrip cuplate). Componentele tangenţiale ale câmpurilor electric şi magnetic la limita de separare dintre domenii, se dezvoltă în serii Fourier rapid convergente, în raport cu sistemul de funcţii ortogonale dat de polinoamele şi funcţiile Cebîşev, definit anterior de relaţiile (1.69)÷(1.72):

$$E_{x0}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_{en}(x), \tag{1.83}$$

$$E_{z0}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \psi_{en}(x), \tag{1.84}$$

$$H_{x0}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k \varphi_{hk}(x), \tag{1.85}$$

$$H_{z0}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} G_k \psi_{hk}(x), \tag{1.86}$$

unde C_n, D_n, F_k și $G_k$sunt coeficienţi de amplitudine necunoscuţi.

În continuare se vor scrie relaţiile de continuitate ale componentelor tangenţiale (1.75)÷(1.78), ţinându-se cont de relaţiile (1.74a), (1.74b), (1.83)÷(1.86), de proprietăţile seturilor de funcţii ortogonale implicate, obţinându-se astfel un sistem de şase ecuaţii algebrice liniare în care necunoscute vor fi coeficienţii reprezentărilor sus-menţionate. Se va detalia modul de obţinere a fiecărei ecuaţii din sistem.

<u>Prima ecuaţie</u> se obţine din transcrierea condiţiei $E_{z1} = E_{z2}$ din relaţia (1.75) (ea apare ca o condiţie suficientă, nu şi necesară), folosind soluţia propusă în relaţia (1.31a), respectiv

$$\sum_m A_{1m} Xe_m(x) Ye_{1m}(y_1) = \sum_m A_{2m} Xe_m(x) Ye_{2m}(y_1)$$

În urma folosirii metodei identificării coeficienţilor se obţine:

$$A_{1m} Ye_{1m}(y_1) = A_{2m} Ye_{2m}(y_1). \tag{1.87}$$

A doua ecuaţie a sistemului rezultă din condiţia $E_{z1} = E_{z0}$, folosind relaţiile (1.75) şi (1.84):

$$\sum_m A_{1m} Xe_m(x) Ye_{1m}(y_1) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \Psi_{en}(x) \tag{1.88}$$

Este evident faptul că în ecuaţia (1.88) nu se poate face o simplă identificare a coeficienţilor ca în relaţia (1.87); pentru a utiliza această condiţie în sistem, care este, practic, inoperantă sub forma dată de relaţia (1.88), cu ajutorul proprietăţilor sistemelor de funcţii ortogonale $\{Xe_m(x)\}$ şi $\{\Psi_{en}(x)\}$, se pot alege una din două variante:

a) să se dezvolte funcţiile $Xe_m(x)$ în serii Fourier în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\Psi_{en}(x)\}$;

b) invers, să se dezvolte funcţiile $\Psi_{en}(x)$ în serii Fourier în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{Xe_m(x)\}$.

Se optează pentru dezvoltarea funcţiilor $\Psi_{en}(x)$ în serii Fourier în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{Xe_m(x)\}$, urmând ca apoi să se facă identificarea coeficienţilor:

$$\Psi_{en}(x) = \sum_m \alpha_{mn} Xe_m(x), \tag{1.89}$$

unde α_{mn} sunt coeficienţii Fourier ai funcţiei $\Psi_{en}(x)$ în raport cu şirul de funcţii ortogonale $\{Xe_m(x)\}$ şi au expresia:

$$\alpha_{mn} = \frac{\left(Xe_m(x), \Psi_{en}(x)\right)}{\|Xe_m(x)\|^2},$$

unde la numărător se efectuează produsul scalar al funcţiilor $Xe_m(x)$ şi ψ_{en}(x), iar la numitor, în scopul îndeplinirii condiţiei de normare, se foloseşte expresia normei funcţiilor $Xe_m(x)$. În conformitate cu relaţia (1.32), de definire a normei, introdusă cu ajutorul produsului scalar, rezultă:

$$\alpha_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} Xe_m(x)\psi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xe_m^2(x)dx}, \tag{1.90}$$

unde integrala de la numărător calculează produsul scalar, iar cea de la numitor calculează norma corespunzătoare funcţiei $Xe_m(x)$.

O precizare necesară: întrucât sistemul de funcţii $Xe_m(x)$ este ortogonal pe intervalul $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$ şi nu pe intervalul $\left[\frac{w}{2},\ \frac{a}{2}\right]$, iar sistemul de funcţii ψ_{en} (x) este ortogonal pe intervalul $\left[\frac{w}{2},\ \frac{a}{2}\right]$, pentru coerenţa dezvoltării de mai sus, se subînţelege prelungirea:

$$\psi_{en} = \begin{cases} 0, & \text{pentru} \quad x \in \left[0,\ \frac{w}{2}\right) \\ \psi_{en}(x), & \text{pentru} \quad x \in \left[\frac{w}{2},\ \frac{a}{2}\right] \end{cases}$$

Aşadar, în relaţia (1.90) se poate considera

$$\alpha_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} Xe_m(x)\psi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xe_m^2(x)dx} \equiv \frac{\int_0^{\frac{a}{2}} Xe_m(x)\psi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xe_m^2(x)dx}$$

În urma introducerii relaţiei (1.89) în relaţia (1.88), după schimbarea ordinii de sumare şi apoi după identificarea coeficienţilor, se obţine (suficient, dar nu şi necesar) ecuaţia a doua din sistem:

$$A_{1m}Ye_{1m}(y_1) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{mn}D_n \tag{1.91}$$

În capitolul 1.10 se va prezenta pe larg modalitatea de calcul al integranzilor din compunerea expresiei coeficienţilor Fourier.

<u>A treia ecuaţie</u> din sistem rezultă din condiţia $H_{z1} = H_{z2}$ (relaţia (1.76)), exprimată cu ajutorul soluţiei propuse (1.74b):

$$\sum_m B_{1m}Xh_m(x)Yh_{1m}(y_1) = \sum_m B_{2m}Xh_m(x)Yh_{2m}(y_1)$$

Aplicarea metodei prezentate la prima ecuaţie din sistem ar fi condus, în urma identificării coeficienţilor, la o expresie similară, respectiv:

$$B_{1m}Yh_{1m}(y_1) = B_{2m}Yh_{2m}(y_1),$$

însă, angajarea în mod egal în sistemul de ecuaţii generat de scrierea relaţiilor de continuitate, a funcţiilor φ_{en}, ψ_{en}, φ_{hk} şi ψ_{hk} (procedură care facilitează rezolvarea sistemului) din relaţiile (1.83)÷(1.86), presupune ca funcţiile $Xh_m(x)$ din spaţiul $L_R^2 \left[0, \frac{a}{2}\right]$ să se dezvolte în serii Fourier în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\psi_{hk}\}$. În consecinţă, se obţine:

$$Xh_m(x) = \sum_k b_{km}\psi_{hk},$$

unde b_{km} sunt coeficienţii Fourier ai funcţiei $Xh_m(x)$ în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\psi_{hk}\}$ şi au expresia:

$$b_{km} = \frac{\left(Xh_m(x), \Psi_{hk}(x)\right)}{\|\Psi_{hk}(x)\|^2},$$

unde la numărător se efectuează produsul scalar al funcţiilor $Xh_m(x)$ şi $\psi_{hk}(x)$, iar la numitor în scopul îndeplinirii condiţiei de normare se foloseşte expresia normei funcţiilor $\psi_{hk}(x)$.

În conformitate cu relaţia (1.32) rezultă:

$$b_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\psi_h}\psi_{hk}(x)Xh_m(x)dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\psi_h}\psi_{hk}^2(x)dx},$$

unde $w_{\psi_h} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}}$ este o funcţie pondere.

După schimbarea ordinii de sumare şi după identificarea coeficienţilor, se obţine (suficient, dar nu şi necesar) ecuaţia a treia din sistem:

$$\sum_m B_{1m}Yh_{1m}(y_1)b_{km} = \sum_m B_{2m}Yh_{2m}(y_1)b_{km} \tag{1.92}$$

<u>Ecuaţia a patra</u> din sistem se obţine din condiţia $E_{x1} = E_{x2}$ (relaţia (1.77)), ţinându-se seama de expresia componentelor transversale ale câmpului electric din relaţia (1.31a):

$$\frac{1}{k_1^2}\left[\beta\sum_m A_{1m}\frac{\partial Xe_m(x)}{\partial x}Ye_{1m}(y_1) + \omega\mu_{r1}\sum_m B_{1m}Xh_m(x)\left.\frac{\partial Yh_{1m}(y)}{\partial y}\right|_{y=y_1}\right] =$$
$$= \frac{1}{k_2^2}\left[\beta\sum_m A_{2m}\frac{\partial Xe_m(x)}{\partial x}Ye_{2m}(y_1) + \omega\mu_{r2}\sum_m B_{2m}Xh_m(x)\left.\frac{\partial Yh_{2m}(y)}{\partial y}\right|_{y=y_1}\right]$$

Dacă se notează derivatele din relaţia de mai sus cu $Xe_m^{'}(x)$, $Yh_{1m}^{'}(y_1)$ $Yh_{2m}^{'}(y_1)$ şi apoi se împarte fiecare termen cu $Xh_m(x)$, se obţine:

$$\frac{1}{k_1^2}\left[\beta\sum_m A_{1m}Ye_{1m}(y_1)\frac{Xe_m^{'}(x)}{Xh_m(x)}+\omega\mu_{r1}\sum_m B_{1m}Xh_m(x)\frac{Yh_{1m}^{'}(y)}{Xh_m(x)}\bigg|_{y=y_1}\right]=$$
$$=\frac{1}{k_2^2}\left[\beta\sum_m A_{2m}Ye_{2m}(y_1)\frac{Xe_m^{'}(x)}{Xh_m(x)}+\omega\mu_{r2}\sum_m B_{2m}Xh_m(x)\frac{Yh_{2m}^{'}(y)}{Xh_m(x)}\bigg|_{y=y_1}\right]$$

În urma notaţiei $e_m(x)=\frac{Xe_m^{'}(x)}{Xh_m(x)}$, $(e_o(x)=0)$ şi a identificării coeficienţilor se obţine (suficient, dar nu şi necesar):

$$\frac{1}{k_1^2}\left[A_{1m}\beta e_m(x)Ye_{1m}(y_1)+\omega\mu_{r1}B_{1m}Yh_{1m}^{'}(y_1)\right]=$$
$$=\frac{1}{k_2^2}\left[A_{2m}\beta e_m(x)Ye_{2m}(y_1)+\omega\mu_{r2}B_{2m}Y_{2m}^{'}(y_1)\right] \qquad (1.93)$$

<u>Ecuaţia a cincea</u> din sistem se obţine din condiţia ca $E_{x1}=E_{x0}$ (relaţia (1.77)), folosind relaţiile (1.31a) şi (1.83):

$$-\frac{i}{k_1^2}\left[\beta\sum_m A_{1m}Xe_m^{'}(x)Ye_{1m}(y_1)+\omega\mu_{r1}\sum_m B_{1m}Xh_m(x)Yh_{1m}^{'}(y_1)\right]=$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\varphi_{en}(x)$$

Pentru a utiliza această ecuaţie în sistem este necesar ca funcţiile $\varphi_{en}(x)$ din spaţiul $L_R^2\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$ să se dezvolte în serii Fourier în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{Xh_m(x)\}$.

În consecinţă, se obţine:

$$\varphi_{en}(x)=\sum_m \xi_{mn}Xh_m(x),$$

unde ξ_{mn} sunt coeficienţii Fourier ai funcţiei $\varphi_{en}(x)$ în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{Xh_m(x)\}$ şi au expresia:

$$\xi_{mn}=\frac{\left(\mathrm{Xh}_m(x),\,\varphi_{en}(x)\right)}{\|\mathrm{Xh}_m(x)\|^2},$$

unde la numărător se efectuează produsul scalar al funcţiilor $Xh_m(x)$ şi $\varphi_{en}(x)$, iar la numitor, în scopul îndeplinirii condiţiei de normare, se foloseşte expresia normei funcţiilor $Xh_m(x)$.

În conformitate cu relaţia de definiţie a normei (1.32) rezultă:

$$\xi_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} Xh_m(x)\varphi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xh_m^2(x)dx}$$

Evident, integrala de la numărător calculează produsul scalar al funcţiilor, iar cea de la numitor calculează norma corespunzătoare funcţiei $Xh_m(x)$.

Întrucât funcţiile $Xh_m(x)$ sunt ortogonale pe intervalul $\left[0, \quad \frac{a}{2}\right]$ şi nu pe intervalul $\left[\frac{w}{2}, \quad \frac{a}{2}\right]$, iar sistemul de funcţii $\varphi_{en}(x)$ este definit pe intervalul $\left[\frac{w}{2}, \quad \frac{a}{2}\right]$, pentru coerenţa dezvoltării de mai sus, se subînţelege prelungirea:

$$\varphi_{en} = \begin{cases} 0, \quad \text{pentru} \quad x \in \left[0, \quad \frac{w}{2}\right) \\ \varphi_{en}, \quad \text{pentru} \quad x \in \left[\frac{w}{2}, \quad \frac{a}{2}\right] \end{cases}$$

Aşadar, se poate considera:

$$\xi_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} Xh_m(x)\varphi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xh_m^2(x)dx} \equiv \frac{\int_0^{\frac{a}{2}} Xh_m(x)\varphi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xh_m^2(x)dx}.$$

În urma inversării ordinii de însumare şi a identificării coeficienţilor se obţine:

$$-\frac{i}{k_1^2}\left[A_{1m}\beta e_m(x)Ye_{1m}(y_1) + B_{1m}\omega\mu_{r1}Yh_{1m}^{'}(y_1)\right] = \sum_{n=0}^{\infty}\xi_{mn}C_n \quad (1.94)$$

<u>Ultima ecuaţie</u> din sistem se obţine din condiţia $H_{x1} = H_{x2}$, extrasă din relaţia (1.78) şi scrisă cu ajutorul expresiei componentelor transversale ale câmpului magnetic din relaţia (1.31c):

$$\frac{1}{k_1^2}\sum_m\left[A_{1m}\omega\varepsilon_{r1}Ye_{1m}^{'}(y_1)Xe_m(x) - \beta B_{1m}Xh_m^{'}(x)Yh_{1m}(y_1)\right] =$$
$$= \frac{1}{k_2^2}\sum_m\left[A_{2m}\omega\varepsilon_{r2}Ye_{1m}^{'}(y_1)Xe_m(x) - \beta B_{2m}Xh_m^{'}(x)Yh_{2m}(y_1)\right] \quad (1.95)$$

Procedând în mod similar cu modalitatea adoptată la obţinerea ecuaţiilor a doua, a treia şi a cincea, funcţiile $Xe_m(x)$ din spaţiul $L_R^2\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$ se dezvoltă în serii Fourier în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\varphi_{hk}(x)\}$, astfel:

$$Xe_m(x) = \sum_k a_{km}\varphi_{hk}(x),$$

unde a_{km} sunt coeficienţii Fourier ai funcţiei $Xe_m(x)$ în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\varphi_{hk}(x)\}$ şi au expresia:

$$a_{km} = \frac{(\varphi_{hk}, Xe_m(x))}{\|\varphi_{hk}\|^2},$$

unde la numărător se efectuează produsul scalar al funcţiilor φ_{hk} şi $Xe_m(x)$, iar la numitor, în scopul îndeplinirii condiţiei de normare, se foloseşte expresia normei funcţiilor φ_{hk}.

În conformitate cu relaţia (1.32) rezultă:

$$a_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\varphi_h}(x)\varphi_{hk}(x)Xe_m(x)dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\varphi_h}(x)\varphi_{hk}^2(x)dx},$$

unde $w_{\varphi_h} = \sqrt{1-u^2(x)}$ este o funcţie pondere.

Dacă se schimbă ordinea de însumare în relaţia (1.95), se notează $h_m = \frac{Xh_m'(x)}{Xe_m(x)}$ $(h_o = 0)$ şi în urma identificării coeficienţilor se obţine (suficient, dar nu şi necesar):

$$\begin{aligned} &\frac{1}{k_1^2}\sum_m [A_{1m}\omega\varepsilon_{r1}Ye_{1m}'(y_1) - B_{1m}\beta h_m Yh_{1m}(y_1)]a_{km} = \\ &= \frac{1}{k_2^2}\sum_m [A_{2m}\omega\varepsilon_{r2}Ye_{2m}'(y_1) - B_{2m}\beta h_{2m} Yh_{2m}(y_1)]a_{km} \end{aligned} \tag{1.96}$$

După cum s-a anticipat, s-a obţinut un sistem format din şase ecuaţii, (1.87), (1.91), (1.92), (1.93), (1.94) şi (1.96) cu şase necunoscute A_{1m}, A_{2m}, B_{1m}, B_{2m}, C_n şi D_n.

În continuare, se vor elimina primele patru necunoscute şi se vor obţine două ecuaţii cu două necunoscute, respectiv C_n şi D_n.

Astfel, folosind primele două ecuaţii ale sistemului şi eliminând A_{1m} şi A_{2m} din ecuaţia (1.93), se obţine:

$$\frac{1}{k_1^2}\left[\beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n + B_{1m}\omega\mu_{r1} Y h_{1m}^{'}(y_1)\right] =$$
$$= \frac{1}{k_2^2}\left[\beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n + B_{2m}\omega\mu_{r2} Y h_{2m}^{'}(y_1)\right] \tag{1.97}$$

Dacă în ecuaţia a cincea din sistem (1.94), termenul $A_{1m} Y e_{1m}(y_1)$ se substituie cu $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{mn} D_n$conform ecuaţiei a doua din sistem, (1.91), şi apoi se adună ecuaţia rezultată cu relaţia (1.97) se obţine:

$$B_{1m} = \frac{k_1^2 \sum_n \xi_{mn} \bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r1} Y h_{1m}^{'}(y_1)}, \tag{1.98}$$

unde $\bar{C}_n = iC_n$.

Procedându-se analog, după ce iniţial în ecuaţia (1.94) s-a folosit egalitatea stabilită de relaţia (1.93), se obţine:

$$B_{2m} = \frac{k_2^2 \sum_n \xi_{mn} \bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r2} Y h_{2m}^{'}(y_1)} \tag{1.99}$$

Relaţiile (1.98) şi (1.99) se introduc în ecuaţia (1.92), care devine:

$$\sum_m \frac{k_1^2 \sum_n \xi_{mn} \bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r1} Y h_{1m}^{'}} Y h_{1m}(y_1) b_{km} =$$
$$= \sum_m \frac{k_2^2 \sum_n \xi_{mn} \bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r2} Y h_{1m}^{'}} Y h_{2m}(y_1) b_{km} \tag{1.100}$$

Dacă ecuaţia (1.100) se împarte cu *($-k_0\mu_0$)* şi se inversează ordinea de sumare, aceasta devine:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{kn} \bar{C}_n + \sum_{n=0}^{\infty} d_{kn} D_n = 0, \tag{1.101}$$

unde

$$c_{kn} = \frac{1}{k_0} \sum_m \xi_{mn} b_{km} \sum_{\delta=1}^{2} \frac{(-1)^{\delta} k_{\delta}^2}{\mu_{r\delta}} \frac{Y h_{\delta m}(y_1)}{Y h_{\delta m}^{'}(y_1)}, \tag{1.102}$$

$$d_{kn} = \frac{\beta}{k_0} \sum_m h_m \alpha_{mn} b_{km} \sum_{\delta=1}^{2} \frac{(-1)^{\delta}}{\mu_{r\delta}} \frac{Y h_{\delta m}(y_1)}{Y h_{\delta m}^{'}(y_1)} \tag{1.103}$$

Pentru obţinerea unei ecuaţii similare cu (1.101), în ecuaţia (1.96) se înlocuiesc coeficienţii A_{1m} şi A_{2m} cu ajutorul ecuaţiilor (1.87) şi (1.91), respectiv,

$$A_{1\mathrm{m}} = \frac{\sum_n \alpha_{mn} D_n}{Y e_{1m}(y_1)},$$

şi

$$A_{2\mathrm{m}} = \frac{\sum_n \alpha_{mn} D_n}{Ye_{2m}(y_1)},$$

şi coeficienţii B_{1m} şi B_{2m} determinaţi de expresiile (1.98) şi (1.99). În aceste condiţii ecuaţia (1.96) devine:

$$\frac{1}{k_1^2} \sum_m \left[\omega\varepsilon_{r1} Ye_{1m}'(y_1) \frac{\sum_n \alpha_{mn} D_n}{Ye_{1m}(y_1)} - \right.$$

$$\left. -\beta\ h_m Yh_{1m}(y_1) \frac{k_1^2\ \sum_n\ \xi_{mn}\ \bar{C}_n - \beta\ e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r1} Yh_{1m}'(y_1)} \right] a_{km} =$$

$$= \frac{1}{k_2^2} \sum_m \left[\omega\varepsilon_{r2} Ye_{1m}'(y_1) \frac{\sum_n \alpha_{mn} D_n}{Ye_{2m}(y_1)} - \right.$$

$$\left. -\beta h_m Yh_{2m}(y_1) \frac{k_2^2\ \sum_n\ \xi_{mn} \bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r2} Yh_{2m}'(y_1)} \right] a_{km}. \quad (1.104)$$

Dacă se ţine cont de faptul că:

$$e_m = -h_m = \frac{Xe_m'(x)}{Xh_m(x)} = -k_{xm}$$

şi

$$\frac{Yh_{\delta m}(x)}{Yh_{\delta m}(x)} = -\frac{1}{k_{y\delta m}^2} \frac{Ye_{\delta m}'}{Ye_{\delta m}},$$

şi se inversează ordinea de sumare în ecuaţia (1.104), iar apoi se împarte relaţia rezultată cu $\omega\varepsilon_0$ şi se foloseşte notaţia $\chi_{\delta m}^2 = k_0^2 \varepsilon_{r\delta} \mu_{r\delta} - k_{xm}^2$, se obţine:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{kn}' \bar{C}_n + \sum_{n=0}^{\infty} d_{kn}' D_n = 0 \quad (1.105)$$

unde:

$$c_{kn}' = \frac{\beta}{k_0} \sum_m e_m \xi_{mn} a_{km} \sum_{\delta=1}^{2} \frac{(-1)^{\delta}}{\mu_{r\delta}} \frac{Yh_{\delta m}(y_1)}{Yh_{\delta m}'(y_1)}, \quad (1.106)$$

$$d_{kn}' = \frac{1}{k_0} \sum_m \alpha_{mn} a_{km} \sum_{\delta=1}^{2} \frac{(-1)^{\delta} \chi_{\delta m}^2}{k_{y\delta m}^2 \mu_{r\delta}} \frac{Ye_{\delta m}'(y_1)}{Ye_{\delta m}(y_1)}. \quad (1.107)$$

S-a obţinut un sistem de ecuaţii algebrice liniare, omogen şi infinit care este format din ecuaţiile (1.101) şi (1.105), unde necunoscutele sunt coeficienţii D_n şi $\bar{C}_n$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{kn}\bar{C}_n + \sum_{n=0}^{\infty} d_{kn}D_n = 0 \tag{1.108}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{kn}^{'}\bar{C}_n + \sum_{n=0}^{\infty} d_{kn}^{'}D_n = 0 \tag{1.109}$$

În capitolul 1.10 se vor descrie pe larg funcţiile care intră în compunerea coeficienţilor c_{kn}, d_{kn}, $c_{kn}^{'}$ şi $d_{kn}^{'}$.

Pentru ca sistemul de ecuaţii să aibă alte soluţii decât cele netriviale este necesar să se determine valorile constantei de defazare, respectiv β, care anulează determinantul asociat sistemului format de ecuaţiile (1.108) şi (1.109).

Se obţine astfel, o ecuaţie denumită "ecuaţia de dispersie", în funcţie de valorile constantei de defazare, β:

$$det \begin{bmatrix} \tilde{c}_{kn} & \tilde{d}_{kn} \\ \tilde{c}_{kn}^{'} & \tilde{d}_{kn}^{'} \end{bmatrix} = 0, \tag{1.110}$$

unde $\tilde{c}_{kn}$, $\tilde{d}_{kn}$, $\tilde{c}_{kn}^{'}$, $\tilde{d}_{kn}^{'}$ sunt blocuri de ordinul $n \times k$.

În acest sens, ecuaţia (1.110) poate fi rescrisă astfel:

$$\begin{vmatrix} c_{1,1} & . & . & . & c_{1,n} & d_{1,n+1} & . & . & . & d_{1,2n} \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ c_{k,1} & . & . & . & c_{k,n} & d_{k,n+1} & . & . & . & d_{k,2n} \\ c_{k+1,1}^{'} & . & . & . & c_{k+1,n}^{'} & d_{k+1,n+1}^{'} & . & . & . & d_{k+1,2n}^{'} \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ c_{2k,1}^{'} & . & . & . & c_{2k,n}^{'} & d_{2k,n+1}^{'} & . & . & . & d_{2k,2n}^{'} \end{vmatrix} = 0 \tag{1.111}$$

Seriile Fourier din sistemul infinit de ecuaţii se înlocuiesc, în urma analizei convergenţei acestora, cu sume parţiale finite.

Valorile constantei de defazare, care anulează ecuaţia rezultată în urma înlocuirii sumelor infinite cu unele finite, vor decide configuraţia modurilor de propagare hibride din linia de transmisiune microstrip ecranată.

În vederea analizei convergenţei după *n, k* şi respectiv *m* a coeficienţilor c_{kn}, d_{kn}, $c_{kn}^{'}$ și $d_{kn}^{'}$ determinantul (1.111) se poate rescrie într-un mod mai sugestiv în felul următor:

$$
\left|\begin{array}{ccc|ccc}
\cdot & \cdot\overset{n}{\rightarrow} & \cdot & \cdot & \overset{n}{\rightarrow} & \cdot \\
\overset{k}{\downarrow}\cdot & c_{k,n} & \cdot & \overset{k}{\downarrow}\cdot & d_{k,n} & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\hline
\cdot & \overset{n}{\rightarrow} & \cdot & \cdot & \overset{n}{\rightarrow} & \cdot \\
\overset{k}{\downarrow}\cdot & c'_{k,n} & \cdot & \overset{k}{\downarrow}\cdot & d'_{k,n} & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{array}\right|
$$

Întrucât coeficienţii c_{kn}, d_{kn}, c'_{kn} și d'_{kn} conţin şi sume efectuate după m, care poate fi intuit ca fiind o a treia dimensiune a determinantului, acest fapt produce efecte asupra timpului de lucru necesar efectuării calculului aplicaţiilor. Eroarea medie pătratică E_n, care se calculează o dată cu înlocuirea sumelor infinite cu altele finite, este [25]:

$$E_n = \sqrt{\frac{1}{b-a}\left[\int_a^b f^2(x)dx - \sum_{k=1}^{n} c_k^2\right]},$$

unde s-au notat cu c_k coeficienţii Fourier ai dezvoltării în serie a unei funcţii $f \in L_2(a,b)$. În conformitate cu formula lui Parseval (denumită şi formula de închidere), condiţia necesară şi suficientă ca eroarea medie pătratică să tindă la zero (când *m* şi *k* tind la infinit), o dată cu aproximarea funcţiilor:

$$\Psi_{en}(x) = \sum_m \alpha_{mn} Xe_m(x),$$

$$Xh_m(x) = \sum_k b_{km}\psi_{hk},$$

$$\varphi_{en}(x) = \sum_m \xi_{mn} Xh_m(x),$$

$$Xe_m(x) = \sum_k a_{km}\varphi_{hk}(x),$$

cu o sumă parţială, este să aibă loc egalităţile:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{mn}^2 = \int_{w/2}^{a/2} \Psi_{en}^2(x)dx, \tag{1.112}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} b_{km}^2 = \int_{w/2}^{a/2} Xh_m^2(x)dx, \tag{1.113}$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \xi_{mn}^2 = \int_{w/2}^{a/2} \varphi_{en}^2(x)dx, \tag{1.114}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{km}^2 = \int_{w/2}^{a/2} Xe_m^2(x)dx \tag{1.115}$$

Pentru a facilita rezolvarea ecuaţiei (1.111) se va considera *n=k*.

Ilustrarea convergenţei coeficienţilor Fourier cu un timp de calcul mai redus s-a făcut alegând succesiv valori mai mici, întâi pentru m (figura 1.5) şi apoi pentru *n(k)* (figura 1.6). Convergenţa coeficienţilor Fourier a_{km}, α_{mn}, b_{km} şi ξ_{mn} după n (k) şi respectiv m, pentru *n=k=1÷40*, *m=1÷40* şi respectiv, pentru *n=k=1÷10* şi *m=1÷100* este prezentată în figurile 1.5 şi 1.6. Întrucât şirurile coeficienţilor Fourier a_{km}, α_{mn}, b_{km} şi ξ_{mn} sunt convergente către zero [25], respectiv:

$$\lim_{k\to\infty} a_{km} = 0, \tag{1.116}$$

$$\lim_{m\to\infty} \alpha_{mn} = 0, \tag{1.117}$$

$$\lim_{k\to\infty} b_{km} = 0, \tag{1.118}$$

$$\lim_{m\to\infty} \xi_{mn} = 0, \tag{1.119}$$

coeficienţii c_{kn}, d_{kn}, c'_{kn} şi d'_{kn} se pot organiza în şiruri monoton descrescătoare şi mărginite inferior de zero.

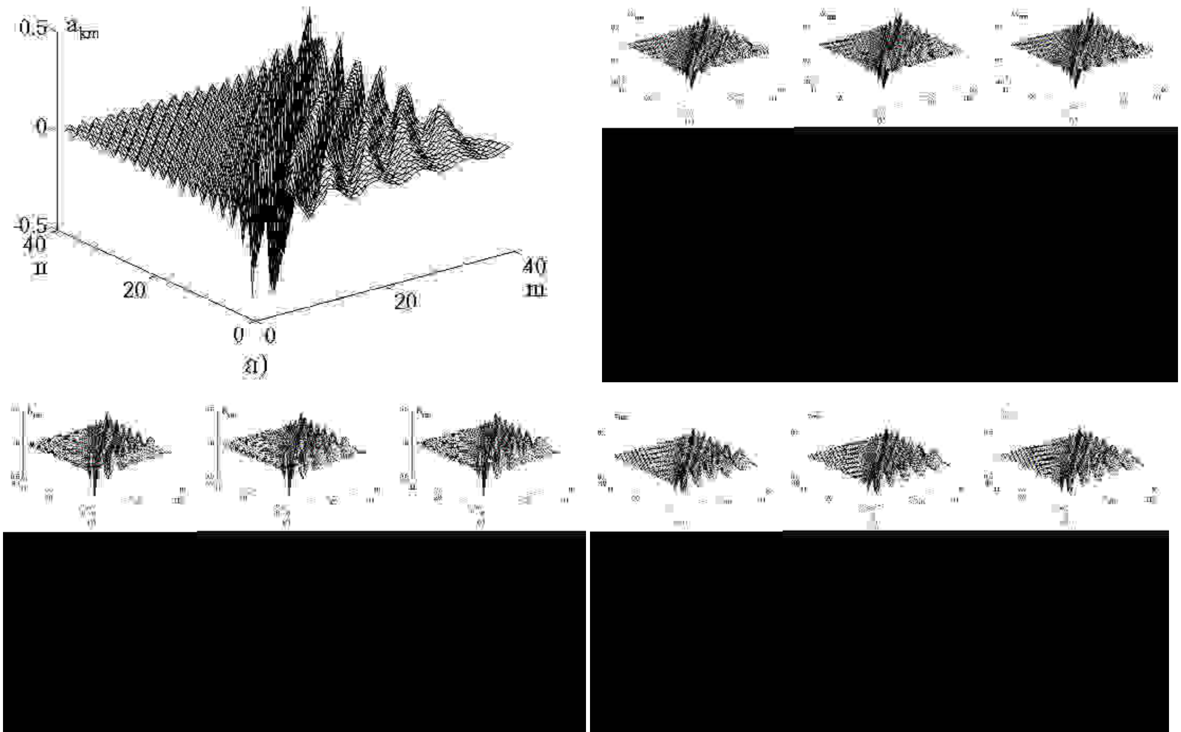


Figura 1.5. Variaţia valorilor coeficienţilor Fourier pentru n=k=1÷40 şi m=1÷40.

Valorile constantei de defazare, care anulează determinantul şi care decid configuraţia modurilor de undă, se introduc în sistemul de ecuaţii (1.108)÷(1.109), apoi se determină coeficienţii C_n şi D_n, iar, în final, folosind relaţiile (1.87), (1.91), (1.98) şi (1.99), se determină valorile coeficienţilor A_{1m}, A_{2m}, B_{1m} şi B_{2m}. Dacă se folosesc dezvoltări similare cu cele utilizate la scrierea sistemului de şase ecuaţii se pot calcula şi valorile coeficienţilor F_k şi G_k, care intervin în relaţiile (1.85) şi (1.86), aspect care va fi detaliat în continuare.

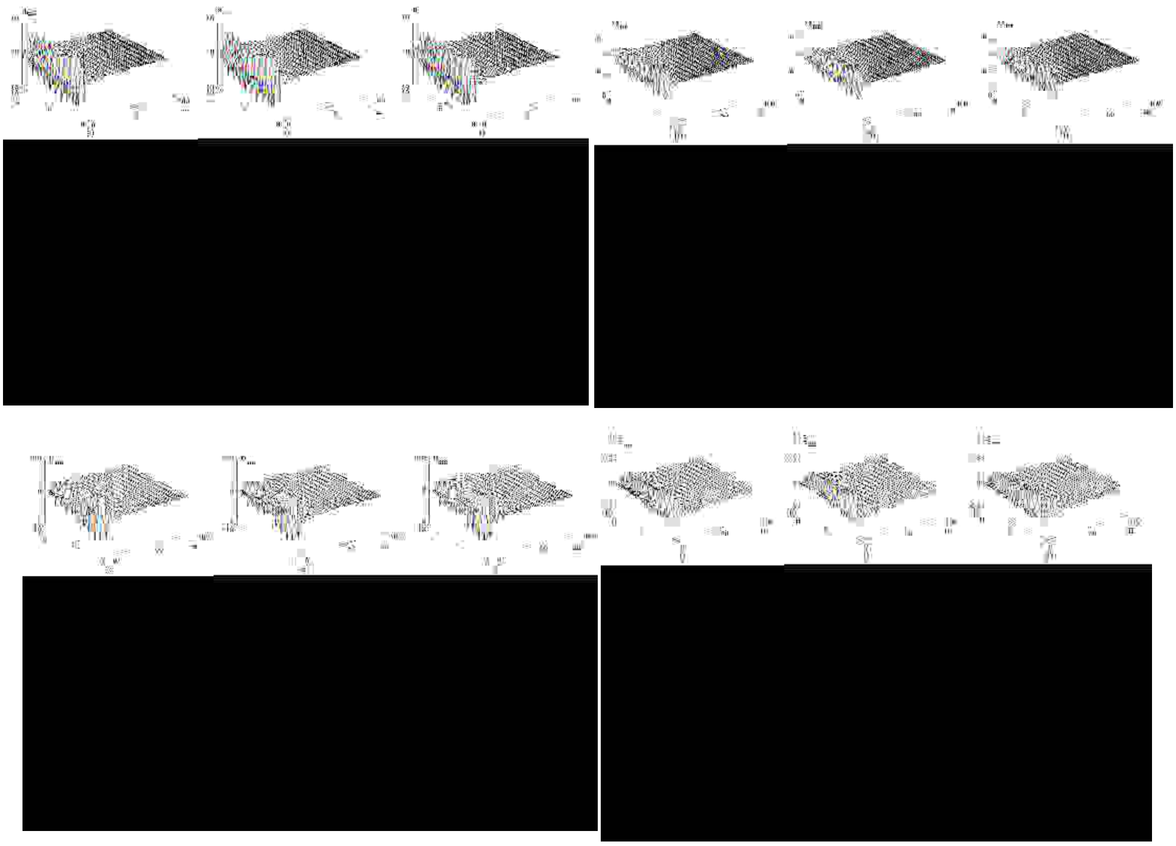


Figura 1.6. Variaţia valorilor coeficienţilor Fourier pentru n=k=1÷10 şi m=1÷100.

1.7 Expresiile electrodinamice ale componentelor câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată

Expresiile electrodinamice ale componentelor longitudinale şi transversale ale câmpurilor electric şi magnetic din linia microstrip ecranată, determinate cu ajutorul relaţiilor (1.74a), (1.74b), (1.31a)÷(1.31d) şi (1.83)÷(1.86), conţin coeficienţi de amplitudine necunoscuţi, care pot fi exprimaţi în funcţie de coeficienţii C_n şi D_n, care urmează a fi determinaţi în urma rezolvării sistemului de ecuaţii (1.108)÷(1.109). În aceste condiţii, relaţiile (1.74) devin:

$$E_{z\delta}(\mathrm{x,y})=\mathrm{A}\sum_m \mathrm{Xe}_m(x)\,\frac{\mathrm{Ye}_{\delta m}(y)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}\sum_m \alpha_{\mathrm{mn}} d_n, \qquad (1.120)$$

$$H_{z\delta}(\mathrm{x,y}) = \frac{\mathrm{A}k_\delta^2}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m \mathrm{Xh}_m(x)\ \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta}, \qquad (1.121)$$

unde:

$$\zeta_{mn\delta} = \sum_{n=1}^{N}\xi_{mn}c_n - \frac{\beta e_m}{k_\delta^2}\sum_{n=1}^{N}\alpha_{mn}d_n,$$

$$Ac_n = C_n,\ Ad_n = D_n,$$

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\ \Omega.$$

şi reprezintă impedanţa de undă, iar relaţiile (1.31a)÷(1.31d) devin:

$$E_{y\delta}(x,y) = -i\ A\sum_m \mathrm{Xe}_m(x)\ \left[\frac{\beta}{k_\delta^2}\frac{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}\ \sum_{n=1}^{N}\alpha_{\mathrm{mn}}d_n - \right.$$

$$\left. - h_m(x)\ \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta}\right], \qquad (1.122)$$

$$E_{x\delta}(x,y) = -iA\ \sum_m Xh_m(x)\left[\ \frac{\beta e_m}{k_\delta^2}\ \frac{\mathrm{Ye}_{\delta m}(y)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}\ \sum_{\mathrm{n=1}}^{N}\ \alpha_{\mathrm{mn}}d_n + \right.$$
$$\left. + \frac{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\ \zeta_{mn\delta}\ \right], \qquad (1.123)$$

$$H_{x\delta}(x,y) = -\frac{iA}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m Xe_m(x)\ \left[\beta h_m\ \frac{Yh_{\delta m}(y)}{Yh'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta} - \right.$$

$$\left. - \mu_{r\delta}\varepsilon_{r\delta}\left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2 \frac{Ye'_{\delta m}(y)}{Ye'_{\delta m}(y_1)}\sum_{n=1}^{N}\alpha_{mn}d_n\right], \qquad (1.124)$$

$$H_{y\delta}(x,y) = -\frac{iA}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m\ Xh_m(x)\left[\beta\frac{Yh'_{\delta m}(y)}{Yh'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2 e_m(x)\varepsilon_{r\delta}\mu_{r\delta}\ \frac{Ye_{\delta m}(y)}{Ye'_{\delta m}(y_1)}\sum_{n=1}^{N}\alpha_{mn}d_n\right] \qquad (1.125)$$

Constanta *A* se poate determina din condiţia de normare a funcţiilor proprii. Se va folosi, în acest sens, condiţia de normare a puterii medii transmisă prin suprafaţa transversală a liniei microstrip ecranată:

$$\left| \sum_{j=1}^{2} \iint_{S_j} \left(E_{xj} H_{yj}^* - E_{yj} H_{xj}^* \right) dxdy \right| = 1$$

Componentele câmpurilor electric şi magnetic tangenţiale la limita de separare dintre domenii, respectiv E_{z0}, H_{z0}, E_{x0} şi H_{x0}, se determină cu ajutorul sistemelor de polinoame şi funcţii Cebîşev constituite în serii rapid convergente şi definite prin intermediul relaţiilor (1.83)÷(1.86), în care s-au înlocuit seriile Fourier infinite cu sume parţiale finite, respectiv:

$$E_{x0}(x) = A \sum_{n=1}^{N} c_n \varphi_{en}(x),$$

$$E_{z0}(x) = A \sum_{n=1}^{N} d_n \psi_{en}(x),$$

$$H_{x0}(x) = \sum_{k=1}^{K} F_k \varphi_{hk}(x),$$

$$H_{z0}(x) = \sum_{k=1}^{K} G_k \psi_{hk}(x),$$

F_k și G_k sunt coeficienţi de amplitudine necunoscuţi, iar determinarea acestora va face obiectul demersului următor.

Componentele tangenţiale ale câmpului magnetic, H_{z0}, la limita de separare dintre domenii, definită de produsul cartezian $\{y=y_1\} \times \left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$, exprimate sub forma unor serii rapid convergente, obţinute cu ajutorul sistemelor de polinoame şi funcţii Cebîşev, care au fost definite prin intermediul relaţiilor (1.76) şi (1.86), se rescriu ţinând cont de relaţia (1.121). În consecinţă, relaţia

$$H_{z1} = H_{z2} = H_{z0} \quad \text{pentru} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$$

devine:

$$\frac{1}{k_0 \rho_0 \mu_{r\delta}} \sum_m \mathrm{Xh}_m(x) \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)} \zeta_{mn\delta}\, k_\delta^2 = \sum_{k=1}^{N} G_k \psi_{hk}(x) \qquad (1.126)$$

Funcţiile $Xh_m(x)$, care intervin în relaţia (1.126), se dezvoltă în serii Fourier în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\psi_{hk}(x)\}$ din spaţiul $L_R^2\left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$ şi se obţine:

$$Xh_m(x) = \sum_k b_{km} \psi_{hk}\,, \qquad (1.127)$$

unde:

b_{km} sunt coeficienţii Fourier ai funcţiei $Xh_m(x)$ în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\psi_{hk}\}$ şi au expresia:

$$b_{km} = \frac{\left(Xh_m(x), \Psi_{hk}(x)\right)}{\|\Psi_{hk}(x)\|^2},$$

unde la numărător se efectuează produsul scalar al funcţiilor $Xh_m(x)$ şi ψ_{hk} (x), iar la numitor, în scopul îndeplinirii condiţiei de normare, se foloseşte expresia normei funcţiilor ψ_{hk} (x).

În conformitate cu relaţia de definiţie a normei (1.32), introdusă cu ajutorul produsului scalar, rezultă:

$$b_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\psi_h} \psi_{hk}(x) Xh_m(x) dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\psi_h} \psi_{hk}^2(x) dx},$$

unde:

$$w_{\psi_h} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}}$$

sunt funcţii pondere, solicitate de îndeplinirea condiţiei de normare.

În continuare, se introduce relaţia (1.127) în relaţia (1.126), apoi se schimbă ordinea de sumare şi se obţine:

$$\frac{1}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}} \sum_k \left(\sum_m b_{\mathrm{km}} \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)} \zeta_{mn\delta} k_\delta^2 \right) \psi_{hk}(x) = \sum_{k=1}^{K} G_k \psi_{hk}(x) \quad (1.128)$$

Prin identificarea coeficienţilor (suficient, dar nu şi necesar) rezultă:

$$G_k = \frac{1}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}} \sum_m b_{\mathrm{km}} \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)} \zeta_{mn\delta} k_\delta^2$$

În consecinţă, componenta H_{z0} se determină astfel:

$$H_{z0} = \frac{A}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}} \sum_k \left(\sum_m b_{\mathrm{km}} \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)} \zeta_{mn\delta}\, k_\delta^2 \right) \psi_{hk}(x) \qquad (1.129)$$

Ceilalţi coeficienţi necunoscuţi F_k se pot obţine cu ajutorul relaţiei (1.85), care exprimă una din condiţiile impuse componentelor tangenţiale ale câmpului magnetic la suprafaţa de separare dintre domenii, şi în care se ţine cont de expresia (1.124).

În consecinţă, se obţine:

$$-\frac{i}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m \mathrm{Xe}_m(x)\left[\beta h_m\frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}_{\delta m}^{'}(y_1)}\zeta_{\mathrm{mn}\delta}-\right.$$

$$\left.-\mu_{r\delta}\varepsilon_{r\delta}\left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2\frac{\mathrm{Ye}_{\delta m}^{'}(y_1)}{\mathrm{Ye}_{\delta m}^{'}(y_1)}\sum_{n=1}^{N}\alpha_{\mathrm{mn}}D_n\right]=\sum_{k=1}^{K}F_k\varphi_{hk} \qquad (1.130)$$

În continuare, în relaţia (1.130) funcţiile $Xe_m(x)$ se dezvoltă în serii Fourier în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\varphi_{hk}(x)\}$ din spaţiul $L_R^2\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$, astfel:

$$Xe_m(x)=\sum_k a_{km}\varphi_{hk}(x),$$

unde:

- a_{km} sunt coeficienţii Fourier ai funcţiei $Xe_m(x)$ în raport cu sistemul de funcţii ortogonale $\{\varphi_{hk}(x)\}$ şi au expresia:

$$a_{km}=\frac{(\varphi_{hk},Xe_m(x))}{\|\varphi_{hk}\|^2},$$

unde la numărător se efectuează produsul scalar al funcţiilor φ_{hk} şi $Xe_m(x)$, iar la numitor, în scopul îndeplinirii condiţiei de normare, se foloseşte expresia normei funcţiilor φ_{hk}.

În conformitate cu relaţia (1.32) rezultă:

$$a_{km}=\frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}}w_{\varphi_h}(x)\varphi_{hk}(x)Xe_m(x)dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}}w_{\varphi_h}(x)\varphi_{hk}^2(x)dx},$$

unde:

- $w_{\varphi_h}=\sqrt{1-u^2(x)}$ este o funcţie pondere.

Dacă se schimbă ordinea de însumare din relaţia (1.130), în urma dezvoltării funcţiilor $Xe_m(x)$ în serii Fourier de funcţii ortogonale $\varphi_{hk}(x)$, se obţine:

$$-\frac{i}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_{k=1}^{K}\sum_m a_{km}\left[\beta h_m\frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}_{\delta m}^{'}(y_1)}\zeta_{\mathrm{mn}\delta}-\right.$$

$$-\mu_{r\delta}\varepsilon_{r\delta}\left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2 \frac{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)} \sum_{n=1}^{N} \alpha_{\mathrm{mn}} D_n \Bigg] \varphi_{hk}(x) = \sum_{k=1}^{K} F_k \varphi_{hk}(x) \quad (1.131)$$

În urma identificării coeficienţilor, se obţine (suficient, dar nu şi necesar):

$$F_k = -\frac{A}{k_0\ \rho_0\ \mu_{r\delta}} \sum_m a_{km} \left[\beta h_m \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)} \zeta_{\mathrm{mn}\delta} - \right.$$
$$\left. -\mu_{r\delta}\ \varepsilon_{r\delta} \left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2 \frac{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)} \sum_{n=1}^{N} \alpha_{\mathrm{mn}}\ d_n \right]. \quad (1.132)$$

1.8 Liniile microstrip cuplate. Soluţiile ecuaţiilor lui Helmholtz

În continuare se prezintă modalitatea de aplicare a analizei electrodinamice a câmpului electromagnetic la structuri microstrip mai complicate, alegându-se, în acest sens, liniile microstrip cuplate.

Se consideră structura din figura 1.7, care reprezintă o secţiune transversală printr-o linie microstrip cuplată, la care se neglijează pierderile în mediile dielectrice şi în metal.

Deasupra substratului dielectric 1 se află plasate N conductoare de grosime nulă, lăţime w_ν, unde $\nu = 1, 2, \ldots, N$. Întreaga structură microstrip este ecranată electric de cutia de dimensiune x_e şi y_e.

Rezolvarea acestei probleme constă în integrarea ecuaţiilor lui Helmholtz, (1.17a) şi (1.17b), în domeniile analizate.

În conformitate cu metoda domeniilor parţiale, prezentată în secţiunea 1.6, componentele longitudinale ale câmpului electromagnetic din linia microstrip cuplată (figura 1.7) se determină sub forma unor serii care satisfac, pe membri, ecuaţiile Helmholtz (1.17a) şi (1.17b) şi condiţiile la limită la suprafaţa ecranului (de data aceasta $\delta = 1$ în substrat, iar $\delta = 2$ deasupra substratului):

$$E_{z\delta} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{\delta n} \sin(k_{xn}x) \sin\{k_{y\delta n}[y - (\delta - 1)y_e]\}, \quad (1.133a)$$

$$H_{z\delta} = \sum_{n=0}^{\infty} B_{\delta n} \cos(k_{xn}x) \cos\{k_{y\delta n}[y - (\delta - 1)y_e]\}, \quad (1.133b)$$

unde:

- $k_{xn} = \frac{n\pi}{x_e}$; $k_{y\delta n} = \sqrt{k_\delta^2 - k_{xn}^2}$; $A_{\delta n}$, $B_{\delta n}$ reprezintă coeficienţii de amplitudine necunoscuţi.

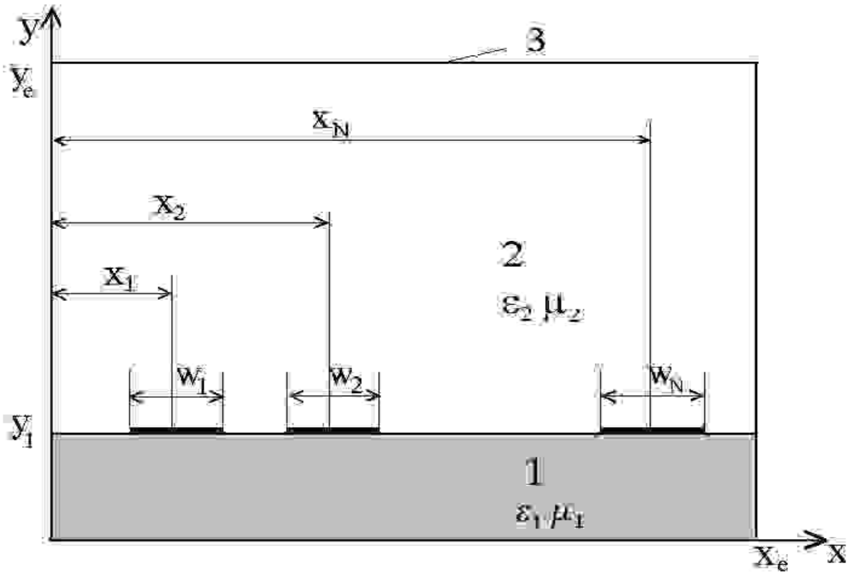


Figura 1.7. Secţiune transversală printr-o linie microstrip cuplată

1.9 Condiţiile de la suprafaţa de separare dintre mediile dielectrice în cazul liniilor cuplate

La limita de separare dintre cele două domenii, unde $y=y_1$, se îndeplinesc următoarele condiţii, care se regăsesc şi în relaţiile (1.79)÷(1.82):

a) condiţiile care impun continuitatea componentelor tangenţiale ale câmpului electric pentru $0 \le x \le x_e$:

$$E_{z1} = E_{z1} \tag{1.134}$$

$$E_{x1} = E_{x1} \tag{1.135}$$

b) condiţiile impuse componentelor tangenţiale ale câmpului magnetic, care ţin cont de influenţa conductoarelor (stripurilor) liniei cuplate:

$$H_{z1} - H_{z2} = \begin{cases} \eta_{xv}, \text{pentru } x_v - \frac{w_v}{2} \le x \le x_v + \frac{w_v}{2} \\ o \text{ pentru celelalte valori ale lui } x. \end{cases} \tag{1.136}$$

$$H_{x1} - H_{x2} = \begin{cases} \eta_{zv}, \text{pentru } x_v - \frac{w_v}{2} \le x \le x_v + \frac{w_v}{2} \\ o \text{ pentru celelalte valori ale lui } x. \end{cases} \tag{1.137}$$

c) condiţiile care ţin cont de influenţa conductoarelor (stripurilor) liniei cuplate (pentru $x_\nu - \frac{w_\nu}{2} < x < x_\nu + \frac{w_\nu}{2}$) şi impun anularea componentelor tangenţiale ale câmpului electric:

$$E_{z1} = 0, \tag{1.138}$$

$$E_{x1} = 0. \tag{1.139}$$

Densitatea de curent de conducţie longitudinal şi transversal, respectiv η_z şi η_x se dezvoltă în serii Fourier rapid convergente, în raport cu sistemul de funcţii ortogonale dat de polinoamele şi funcţiile Cebîşev:

$$\eta_{z\nu} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \sum_{m=1}^{\infty} C_{\nu m} T_{m-1}(u), \tag{1.140}$$

$$\eta_{x\nu} = \sqrt{1-u^2} \sum_{m=1}^{\infty} D_{\nu m} U_{m-1}(u), \tag{1.141}$$

unde:

$C_{\nu m}$ şi $D_{\nu m}$ sunt coeficienţi de amplitudine necunoscuţi;

$u\ (x) = \frac{2(x-x_\nu)}{w_\nu}$ pentru $x_\nu - \frac{w_\nu}{2} < x < x_\nu + \frac{w_\nu}{2}$;

$T_{m-1}(u)$ şi $U_{m-1}(u)$ sunt polinoame Cebîşev de speţa I, de ordinul 1 şi, respectiv, funcţii Cebîşev de speţa a II-a, de ordinul 1.

Componentele transversale ale câmpului electromagnetic, care intră în expresiile (1.134)÷(1.139), se determină în urma introducerii soluţiilor (1.133a) şi (1.133b) în relaţiile (1.31a)÷(1.31d).

În continuare, modul de rezolvare a problemei este similar cu cel analizat în secţiunea 1.6: în sistemul infinit de ecuaţii care se formează în urma scrierii condiţiilor la limită, seriile Fourier se înlocuiesc, în urma analizei convergenţei acestora, cu sume (parţiale) finite, iar rezolvarea ecuaţiei transcendente care ia naştere presupune aflarea valorii constantelor de propagare, care verifică ecuaţia şi decid configuraţia modurilor de undă hibride din linia microstrip cuplată.

1.10. Rezultatele modelării

În această secţiune se vor prezenta rezultatele modelării matematice, care are la bază analiza electrodinamică a celulei elementare şi presupune determinarea configuraţiei componentelor câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată şi a valorilor coeficienţilor de propagare.

Iniţial se va face o scurtă recapitulare a funcţiilor care intervin în configuraţia coeficienţilor c_{kn}, d_{kn}, c'_{kn} şi d'_{kn} din relaţiile (1.108) şi (1.109), apoi se vor detalia modalităţile de calcul al integranzilor care intră în compunerea acestora:

$$Xe_m(x) = \cos\frac{2m\pi}{a}x, \tag{1.142}$$

$$Xh_m(x) = \sin\frac{2m\pi}{a}x, \tag{1.143}$$

$$\mathrm{Ye}_{\delta m}(\mathrm{y}) = cos\ [\mathrm{k}_{\mathrm{y}\delta m}(\mathrm{y}-\mathrm{b}_\delta)], \tag{1.144}$$

$$\mathrm{Yh}_{\delta m}(\mathrm{y}) = \sin\ [\mathrm{k}_{\mathrm{y}\delta m}(\mathrm{y}-\mathrm{b}_\delta)], \tag{1.145}$$

$\delta=\overline{1,2}$; $b_1= 0$; $b_2=y_2$; $m \in N^*$; $N^*=N-\{0\}$.

$$\varphi_{en} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} cos(2n\, arccos\, u) \tag{1.146}$$

$$\varphi_{hn} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} cos[(2n+1)\, arccos\, u] \tag{1.147}$$

$$\psi_{en} = \sin(2n\, arccos\, u) \tag{1.148}$$

$$\psi_{hn} = \sin[(2n+1)\, arccos\, u] \tag{1.149}$$

$$u(x) = 1 + \frac{2x-w}{w-a}; \quad u: \left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right] \to [0,1]$$

$$\alpha_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} cos\frac{2m\pi}{a}x \sin(2n\, arccos\, u) dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} cos^2\frac{2m\pi}{a} x dx} \tag{1.150}$$

$$\xi_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} \sin\frac{2m\pi}{a}x\, cos(2n\, arccos\, u)\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} \sin^2\frac{2m\pi}{a} x dx} \tag{1.151}$$

$$b_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \sin[(2k+1)\, arccos\, u] \sin\frac{2m\pi}{a} x dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \sin^2[(2k+1)\, arccos\, u] dx} \tag{1.152}$$

$$a_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} cos[(2k+1)\, arccos\, u]\, cos\frac{2m\pi}{a} x dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} cos^2[(2k+1)\, \mathrm{arccos}\, u] dx} \tag{1.153}$$

Integralele de la numitorul relaţiilor (1.150) şi (1.151) se notează cu α_2 şi ξ_2. Ele pot fi calculate analitic, dacă se calculează suma şi diferenţa acestora după cum urmează:

$$\alpha_2 + \xi_2 = \int_0^{a/2} dx = x|_0^{a/2} = \frac{a}{2}$$

$$\alpha_2 - \xi_2 = \int_0^{a/2} \left(cos^2 \frac{2m\pi}{a}x - \sin^2 \frac{2m\pi}{a}x\right) dx = \int_0^{a/2} cos\, 2\frac{2m\pi}{a} xdx =$$
$$= \frac{a}{4m\pi} \sin 2\frac{2m\pi}{a}x\bigg|_0^{a/2} = \frac{a}{4m\pi} \sin 2\frac{2m\pi}{a}\frac{a}{2} = 0$$

În consecinţă,

$$\alpha_2 = \xi_2 = \frac{a}{4}$$

Aceeaşi procedură se aplică şi integralelor de la numitorul relaţiilor (1.152) şi (1.153), care se vor nota cu b_2 şi respectiv a_2:

$$b_2 = \int_{w/2}^{a/2} \frac{1}{\sqrt{1-u(x)^2}} sin^2[(2k+1)\, arccos\, u(x)]\, dx =$$

$$= \frac{a-w}{2}\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin t} \sin^2(2k+1)t \;\; \sin t\, dt;$$

$$a_2 = \int_{w/2}^{a/2} \frac{1}{\sqrt{1-u(x)^2}} cos^2[(2k+1)\, \mathrm{arc}cos\, u(x)]\, dx =$$

$$= \frac{a-w}{2}\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin t} \cos^2(2k+1)t \;\; \sin t\, dt,$$

unde s-a utilizat schimbarea de variabilă *u=cos t*. Rezultă:

$$du = -\sin t \;\; dt = \frac{2}{w-a}dx \;\; \Rightarrow \;\; dx = -\frac{w-a}{2}\sin t \;\; dt;$$

$$x = \frac{w}{2} \Rightarrow u = 1 \Rightarrow t = 0;$$

$$x = \frac{a}{2} \Rightarrow u = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2};$$

$$a_2 + b_2 = \frac{a-w}{2} t\bigg|_0^{\pi/2} = \frac{a-w}{4}\pi;$$

$$a_2 - b_2 = \frac{a-w}{2}\int_0^{\pi/2} cos\,2\,(2k+1)tdt = \frac{a-w}{2}\frac{\sin 2(2k+1)t}{2(2k+1)}\Big|_0^{\pi/2} = 0.$$

În consecinţă, $a_2 = b_2 = \frac{a-w}{8}\pi$. Valorile integralelor de la numitor se introduc în programul de calcul.

Integralele de la numărătorul expresiilor (1.150)÷(1.153) se notează cu α_1, ξ_1, b_1, respectiv a_1 şi pot fi calculate cu ajutorul mediului integrat de dezvoltare Matlab.

Integralele ξ_1 şi b_1 necesită un mic comentariu: în punctul $x = \frac{w}{2}$ există prezumţia de singularitate, deoarece $u\left(\frac{w}{2}\right)$=1 şi în consecinţă, integralele devin improprii; "ridicarea" singularităţii se face cu ajutorul schimbării variabilei, mai întâi pentru ξ_1:

$$\xi_1 = \int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} \sin\frac{2m\pi}{a} x\, cos(2n\, arc\cos u)\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}dx =$$

$$= \frac{a-w}{2}\int_0^{\pi/2} \sin\frac{2m\pi}{a}x(t)\ \frac{1}{\sin t} cos\ \ 2nt\left(-\frac{w-a}{2}\sin t\right)dt =$$

$$= \frac{a-w}{2}\int_0^{\pi/2} \sin\frac{2m\pi}{a}x(t)\,cos\,2nt\,dt,$$

unde s-a utilizat schimbarea de variabilă *cos t = u*.

De aici rezultă:

$$\text{arccos}\ u = t;\quad \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{1}{\sin t};\ \ x = \frac{a}{2} - \frac{a-w}{2}cos\,t;$$

$$dx = \frac{w-a}{2}du = \frac{a-w}{2}\sin t\,dt;$$

$$x = \frac{w}{2} \Rightarrow u = 1 \Rightarrow t = 0;$$

$$x = \frac{a}{2} \Rightarrow u = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$$

şi apoi, în mod similar, pentru b_1:

$$b_1 = \int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} sin \frac{2m\pi}{a} x \;\; sin[(2k+1)\, arccos \;\; u]\, dx =$$

$$= \frac{a-w}{2} \int_0^{\pi/2} sin \frac{2m\pi}{a} x(t)\, sin \;\; (2k+1) t\, dt.$$

Se consideră o structură reală a liniei microstrip ecranate, utilizată în mod frecvent în cadrul circuitelor complexe de microunde, pentru care *w=1 mm, a=3,5 mm,* y_1*=0,5 mm,* y_2*=2 mm* şi ε_{r2}*= 9* (fig. 1.2). Valorile constantei de propagare, care anulează determinantul (1.111) şi care decid configuraţia modurilor de undă, se calculează cu ajutorul mediului integrat de dezvoltare Matlab, unde s-au ales pentru coeficienţii definiţi de relaţiile (1.102), (1.103), (1.106) şi (1.107), *n=k=10* şi *m=50.*

Frecvenţa minimă la care constanta de propagare este pur imaginară este de *38,188 GHz* (propagarea fără pierderi se produce pentru frecvenţe de lucru mai mari de *38,188 GHz*). La frecvenţa de *68,524 GHz*, se obţin două valori ale lui constantei de defazare, respectiv β_{01} şi β_{02}, care anulează determinantul (1.111). În consecinţă, la această frecvenţă se obţin două moduri de undă distincte. În figurile 1.8÷1.10 se prezintă variaţia valorilor determinantului, în funcţie de valorile constantei de defazare la frecvenţele f_1*= 38,188 GHz,* f_2*=50 GHz* şi f_3*=68,524 GHz.*

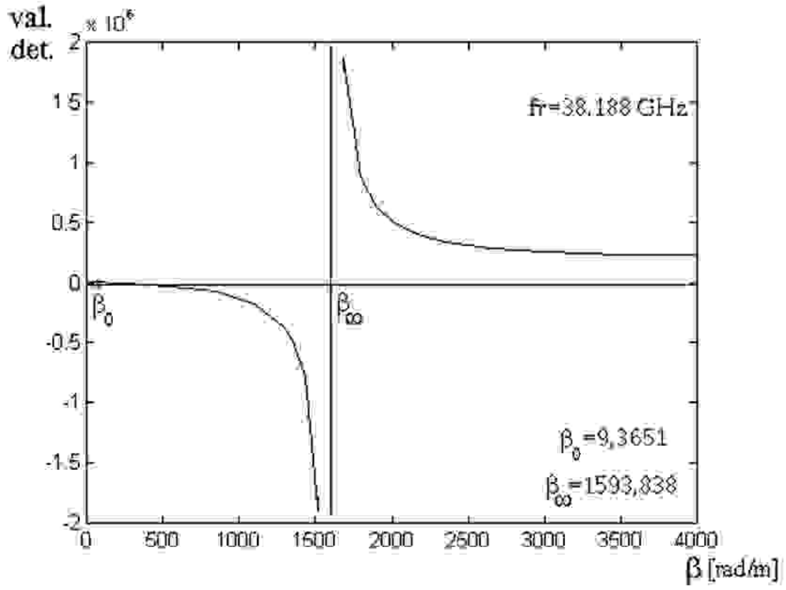


Figura 1.8. Variaţia valorii determinantului (1.111) în funcţie de constanta de defazare la frecvenţa de 38.188 GHz

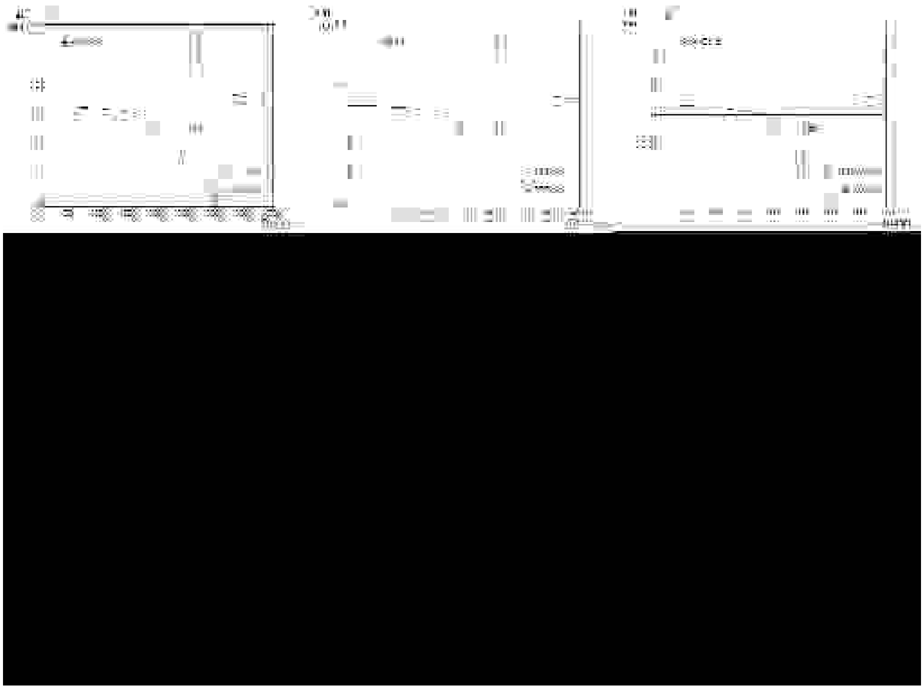


Figura 1.9. Variaţia valorii determinantului (1.111) în funcţie de constanta de defazare la frecvenţa de 50 GHz

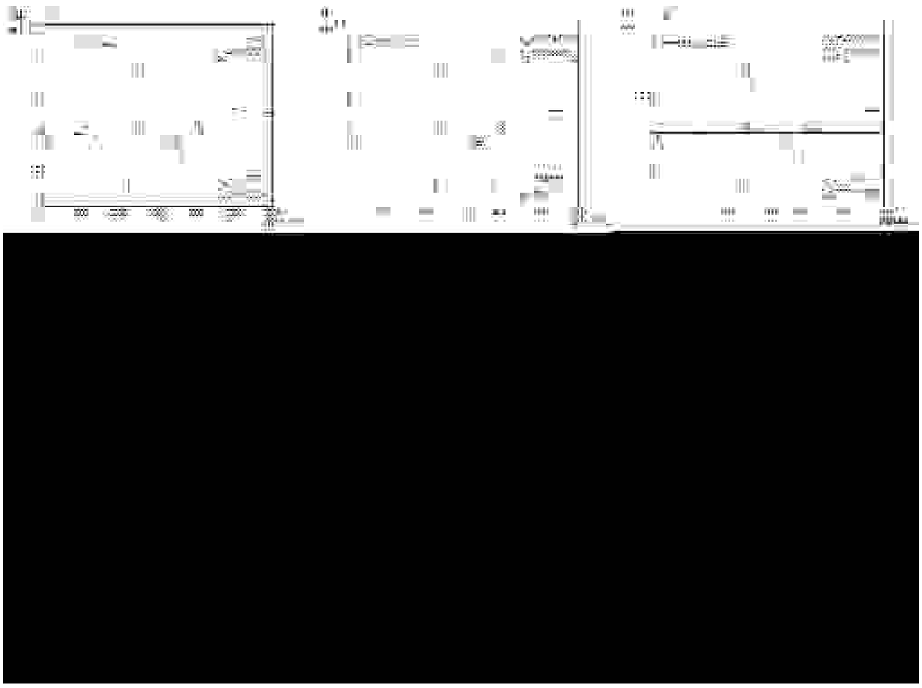


Figura 1.10. Variaţia valorii determinantului (1.111) în funcţie de constanta de defazare la frecvenţa de 68,524 GHz

La frecvenţa de *130 GHz* sunt nu mai puţin de zece valori ale constantei de defazare care anulează determinantul şi care produc zece moduri de undă distincte, respectiv:

- $\beta_{01} = 419{,}8178\ rad/m$
- $\beta_{02} = 2046{,}8515\ rad/m$
- $\beta_{03} = 2741{,}8200\ rad/m$
- $\beta_{04} = 3245{,}4000\ rad/m$
- $\beta_{05} = 4079{,}5628\ rad/m$
- $\beta_{06} = 5207{,}5200\ rad/m$
- $\beta_{07} = 552{,}1580\ rad/m$
- $\beta_{08} = 5968{,}8300\ rad/m$
- $\beta_{09} = 6823{,}0727\ rad/m$
- $\beta_{10} = 7574{,}2307\ rad/m$.

În continuare, cu ajutorul mediului integrat de dezvoltare Matlab se rezolvă sistemul de ecuaţii (1.108) şi (1.109), pentru valorile constantei de defazare determinate mai sus, în care necunoscutele sunt coeficienţii de amplitudine.

Aflarea celorlalţi coeficienţi de amplitudine, care intervin în relaţiile (1.74a), (1.74b), (1.31a)÷(1.31d) şi (1.83)÷(1.86), cu ajutorul relaţiilor (1.87), (1.91), (1.98), (1.99), (1.128) şi (1.132), permite determinarea expresiilor componentelor câmpului electromagnetic corespunzătoare tuturor modurilor de undă din linia microstrip ecranată.

Configuraţia componentelor câmpului electromagnetic, la frecvenţa de lucru egală cu *38,188 GHz*, este prezentată în figurile 1.11÷1.16, iar în anexa 1 sunt prezentate graficele componentelor câmpului electric şi magnetic corespunzătoare celor două moduri de undă la frecvenţa de lucru de 68,524 GHz.

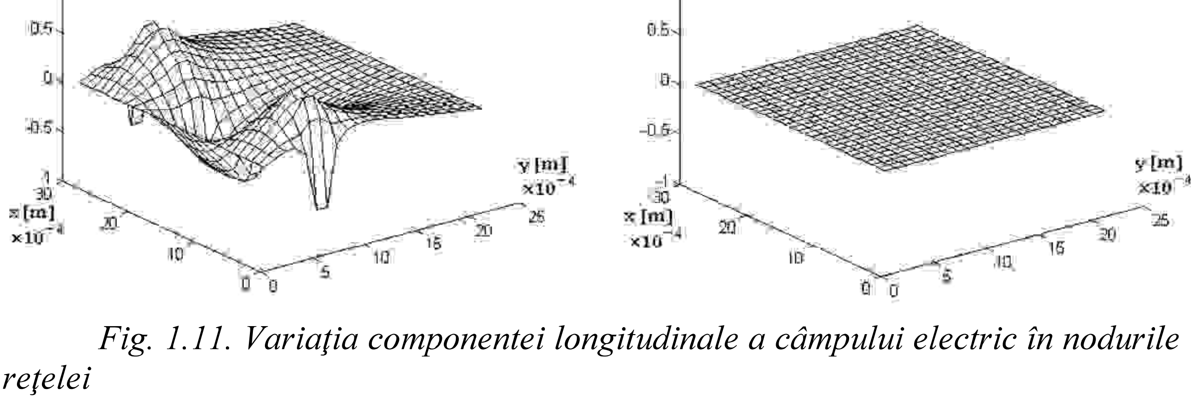


Fig. 1.11. Variaţia componentei longitudinale a câmpului electric în nodurile reţelei

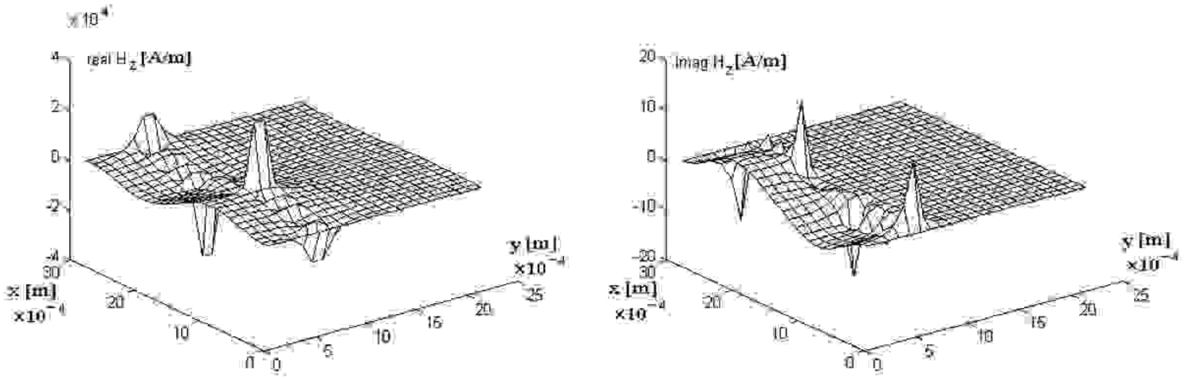


Fig. 1.12. Variaţia componentei longitudinale a câmpului magnetic în nodurile reţelei

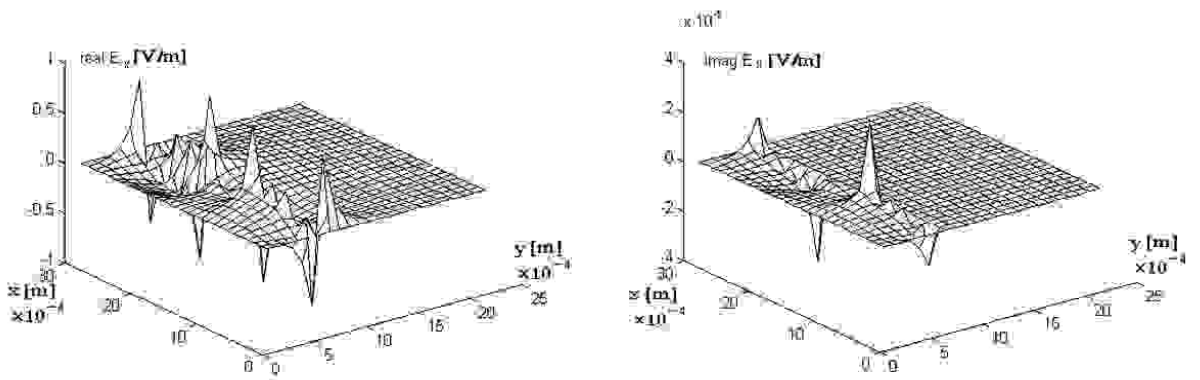


Fig. 1.13. Variaţia componentei transversale a câmpului electric E_{x1} în nodurile reţelei

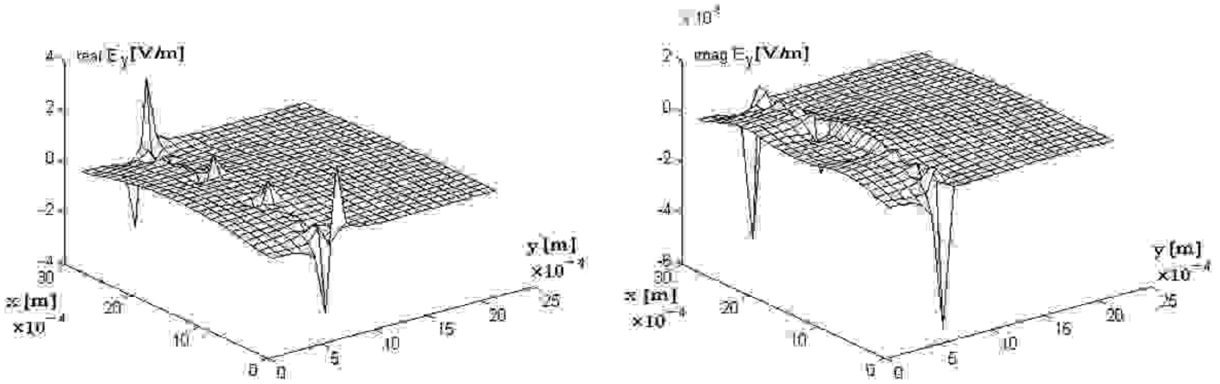


Fig. 1.14. Variaţia componentei transversale a câmpului electric E_{y1} în nodurile reţelei

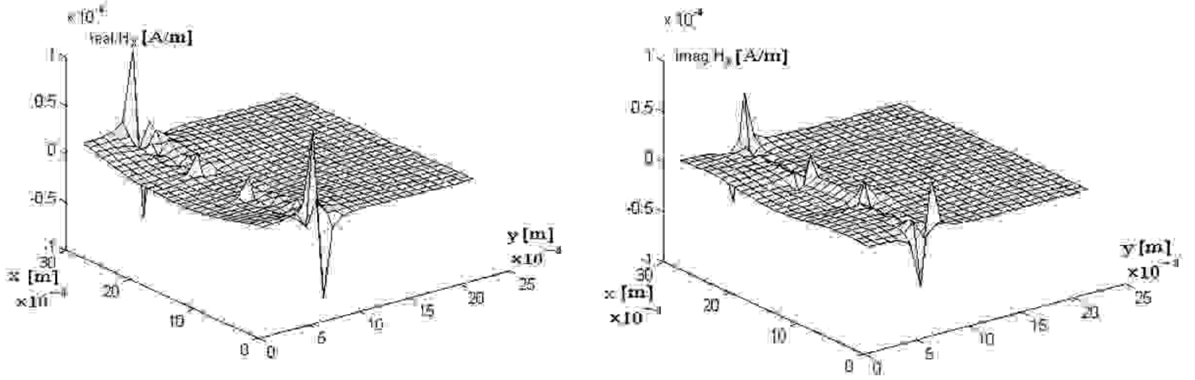


Fig. 1.15. Variaţia componentei transversale a câmpului magnetic H_{x1} în nodurile reţelei

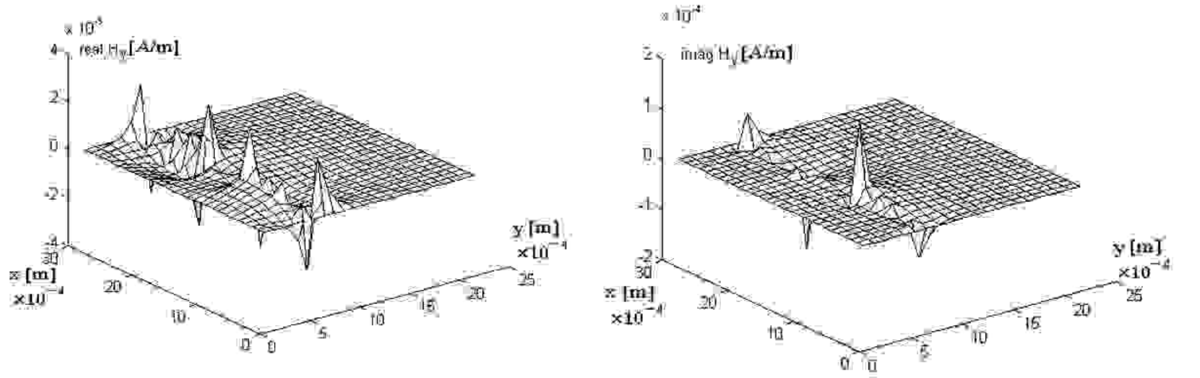


Fig. 1.16. Variaţia componentei transversale a câmpului magnetic H_{y1} în nodurile reţelei

1.11 Concluzii

Analiza electrodinamică a câmpului electromagnetic permite descifrarea cât mai exactă a fenomenelor existente în linia microstrip ecranată în condiţiile satisfacerii tuturor obiectivelor prezentate în capitolul introductiv şi în secţiunea 1.4. În consecinţă, cu ajutorul metodei prezentate se determină configuraţia câmpului electromagnetic, parametrii şi caracteristicile de dispersie ale acestora, în condiţiile verificării ecuaţiilor Helmholtz în totalitatea domeniului analizat, dar şi în condiţiile impuse câmpului electromagnetic la suprafaţa de separare dintre cele două domenii şi în vecinătatea muchiei conductorului aflat între acestea.

Dificultăţile pe care le presupune aplicarea analizei electrodinamice a câmpului electromagnetic la structurile microstrip constau, în principal, în formularea şi apoi rezolvarea sistemului de ecuaţii algebrice liniare infinit omogen, rezultat în urma utilizării soluţiilor generate de ecuaţiile Helmholtz şi a satisfacerii condiţiilor impuse câmpurilor electric şi magnetic în vecinătatea muchiei conductorului şi la limita de separare dintre cele două medii dielectrice, avându-se în vedere proprietăţile seturilor de funcţii proprii ortogonale în domeniile analizate.

Reprezentările câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată confirmă aşteptările referitoare la faptul că variaţiile majore ale acestuia se află în mediul aflat în substrat şi în zona de separare dintre cele două medii dielectrice. Componentele H_x, E_y şi E_z sunt simetrice, iar componentele E_x, H_y şi H_z sunt antisimetrice în raport cu axa *0y* din figura 1.2, în care s-a reprezentat celula elementară a liniei microstrip ecranate.

O altă concluzie desprinsă în urma analizei electrodinamice o reprezintă faptul că propagarea energiei electromagnetice în linia microstrip nu are loc fără pierderi la orice frecvenţă de lucru în toată gama microundelor.

Facilităţile analizei electrodinamice a câmpului electromagnetic se pot extinde cu succes şi la rezolvarea altor probleme mai complicate, specifice structurilor microstrip de microunde.

CAPITOLUL 2

STUDIUL CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC DIN LINIA MICROSTRIP ECRANATĂ CU AJUTORUL METODEI DIFERENŢELOR FINITE

Acest capitol îşi propune studiul câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată cu ajutorul metodei diferenţelor finite, în condiţiile satisfacerii obiectivelor prezentate în capitolul introductiv al lucrării, care să reflecte cât mai exact fenomenele din structura analizată. Dintre metodele numerice de calcul utilizate pentru rezolvarea ecuațiilor cu derivate parțiale, metoda diferențelor finite este mai ușor de implementat pentru liniile microstrip ecranate, comparativ cu metoda elementului finit, deoarece aceasta din urmă necesită modele matematice mai sofisticate și totodată mai laborioase pentru formularea sa. Metoda diferenţelor finite, utilizată cu succes la rezolvarea celor mai dificile probleme scalare şi vectoriale ale electrodinamicii [18]÷[19], a fost preferată metodei elementului finit, și datorită avantajelor oferite de diferenţele finite, atunci când se analizează structuri electrodinamice, avantaje care vor fi evidenţiate în conţinutul capitolului.

Această metodă permite aproximarea ecuaţiilor Helmholtz, stabilite în secţiunea 1.2, cu ajutorul diferenţelor finite, care sunt determinate într-un număr finit de puncte din domeniul analizat.

2.1 Ecuaţiile lui Helmholtz aproximate cu diferenţe finite

Se va aplica metoda diferenţelor finite pentru aproximarea soluţiilor ecuaţiilor duale Helmholtz (1.17a) şi (1.17b):

$$\frac{\partial^2 H_z(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z(x,y)}{\partial y^2} + k_\delta^2 H_z(x,y) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 E_z(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z(x,y)}{\partial y^2} + k_\delta^2 E_z(x,y) = 0,$$

în cazul problemelor Neuman şi Dirichlet. Indicele δ evidenţiază cele două domenii dielectrice $(\delta = 1 \div 2)$.

În continuare, se doreşte să se determine soluţiile ecuaţiilor (1.17a) şi (1.17b), continue pe domeniul compact $D \cup \Gamma$ (Γ este frontiera domeniului de definiţie D), delimitat de secţiunea tranversală prin linia microstrip ecranată (figura 2.1) şi care satisfac condiţiile la limită:

$$\left.\frac{\partial H_z}{\partial \vec{n}}\right|_\Gamma = 0, \; \vec{n} \text{ este versorul normal la } \Gamma.$$

$$E_z|_\Gamma = 0.$$

Pentru reducerea problemei (care se notează cu P) la o problemă numerică (notată cu P_1) se consideră o reţea de drepte (figura 2.1):

$$x = x_0 + j\Delta x,$$

$$y = y_0 + i\Delta y, \qquad i,j \in \boldsymbol{Z},$$

care acoperă domeniul $D^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cup \Gamma^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ (din considerente de simetrie s-a folosit doar jumătate din secţiunea transversală a liniei microstrip, delimitată de celula elementară din figura 1.1).

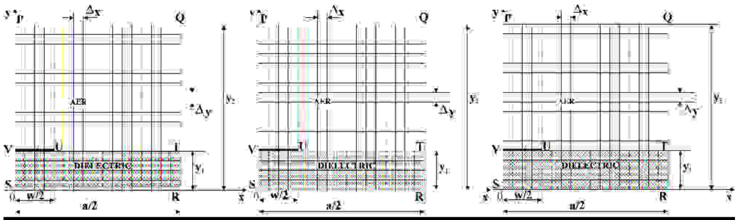


Figura 2.1 Reţea de celule rectangulare asociată celulei elementare

Punctele de intersecţie ale dreptelor se numesc noduri ale reţelei; două noduri sunt vecine dacă distanţa dintre ele, măsurată după axa *0x* sau după *0y*, este egală cu pasul corespunzător reţelei. Mulţimea nodurilor care au toate nodurile vecine interioare domeniului $D^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ formează domeniul $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ şi reprezintă partea interioară a reţelei.

Punctele din $D^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cup \Gamma^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, care aparţin reţelei şi care au cel puţin un punct vecin exterior domeniului, formează frontiera reţelei, $\Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$.

În fiecare nod (j,i) (care corespunde punctului de coordonate $(x_0 + j\Delta x,$ $y_0 + i\Delta y) \equiv (x_j, y_i))$ din domeniul $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, ecuaţia (1.17a) este aproximată printr-o ecuaţie cu diferenţe finite, care va utiliza aproximările derivatelor componentei longitudinale a câmpului magnetic (folosind notaţia $\phi = H_z$):

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{j,i} \approx \frac{\phi_{j+1,i} - \phi_{j-1,i}}{2\Delta x}, \tag{2.1a}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_{j,i} \approx \frac{\phi_{j+1,i} - 2\phi_{j,i} + \phi_{j-1,i}}{\Delta x^2}, \tag{2.1b}$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{j,i} \approx \frac{\phi_{j,i+1} - \phi_{j,i-1}}{2\Delta y}, \tag{2.1c}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right)_{j,i} \approx \frac{\phi_{j,i+1} - 2\phi_{j,i} + \phi_{j,i-1}}{\Delta y^2}. \tag{2.1d}$$

Derivatele de ordinul unu (2.1a) şi (2.1c) se utilizează la stabilirea relaţiilor dintre componentele longitudinale ale câmpului magnetic în vecinătatea ecranului electric.

Dacă se foloseşte notaţia $\eta = \frac{\omega \varepsilon_0}{\beta} E_z$, care va simplifica relaţiile dintre componentele câmpului electromagnetic tangenţiale la suprafaţa de separare dintre cele două medii, aproximările cu diferenţe finite ale derivatelor componentei longitudinale a câmpului electric se determină astfel:

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_{j,i} \approx \frac{\eta_{j+1,i} - \eta_{j-1,i}}{2\Delta x}, \tag{2.2a}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}\right)_{j,i} \approx \frac{\eta_{j+1,i} - 2\eta_{j,i} + \eta_{j-1,i}}{\Delta x^2}, \tag{2.2b}$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)_{j,i} \approx \frac{\eta_{j,i+1} - \eta_{j,i-1}}{2\Delta y}, \tag{2.2c}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\right)_{j,i} \approx \frac{\eta_{j,i+1} - 2\eta_{j,i} + \eta_{j,i-1}}{\Delta y^2} \tag{2.2d}$$

Folosind notaţiile de mai sus, ecuaţiile Helmholtz (1.17a) şi (1.17b) devin:

$$L(\phi) \equiv \Delta^2 \phi + k_\delta^2 \phi = 0, \tag{2.3a}$$

$$L(\eta) \equiv \Delta^2 \eta + k_\delta^2 \eta = 0 \tag{2.3b}$$

Substituind relaţiile (2.1b), (2.1d) şi respectiv (2.2b) şi (2.2d) în ecuaţiile (2.3a) şi (2.3b), acestea din urmă se aproximează prin ecuaţii cu diferenţe finite, astfel:

$$L\left(\phi_{j,i}\right) \equiv \frac{\phi_{j+1,i}-2\phi_{j,i}+\phi_{j-1,i}}{\Delta x^2} + \frac{\phi_{j,i+1}-2\phi_{j,i}+\phi_{j,i-1}}{\Delta y^2} + k_\delta^2\phi_{j,i} = 0 \qquad (2.4)$$

şi

$$L(\eta_{j,i}) \equiv \frac{\eta_{j+1,i}-2\eta_{j,i}+\eta_{j-1,i}}{\Delta x^2} + \frac{\eta_{j,i+1}-2\eta_{j,i}+\eta_{j,i-1}}{\Delta y^2} + k_\delta^2\eta_{j,i} = 0 \qquad (2.5)$$

Introducând notaţiile:

$$\lambda = k_1^2\Delta x^2, R = \frac{\Delta x}{\Delta y} \text{ şi } \tau = \frac{k_1^2}{k_2^2} \qquad (2.6)$$

ecuaţiile (2.5) devin:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2(1+R^2)\phi_{j,i} - \phi_{j+1,i} - \phi_{j-1,i} - R^2\phi_{j,i+1} - R^2\phi_{j,i-1}, \qquad (2.7)$$

$$\lambda\eta_{j,i} = 2(1+R^2)\eta_{j,i} - \eta_{j+1,i} - \eta_{j-1,i} - R^2\eta_{j,i+1} - R^2\eta_{j,i-1}, \qquad (2.8)$$

în aer şi respectiv:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2\tau(1+R^2)\phi_{j,i} - \tau\phi_{j+1,i} - \tau\phi_{j-1,i} - \tau R^2\phi_{j,i+1} - \tau R^2\phi_{j,i-1}, \qquad (2.9)$$

$$\lambda\eta_{j,i} = 2\tau(1+R^2)\eta_{j,i} - \tau\eta_{j+1,i} - \tau\eta_{j-1,i} - \tau R^2\eta_{j,i+1} - \tau R^2\eta_{j,i-1}, \qquad (2.10)$$

în dielectric.

Introducerea parametrului τ este importantă, deoarece permite determinarea constantei de propagare a câmpului electromagnetic din linia de transmisie microstrip (se realizează, de fapt, reunirea celor două domenii într-o singură problemă).

Deoarece în ecuaţia corespunzătoare nodului (x_j, y_i) sunt folosite valorile funcţiei în toate punctele vecine acestuia, procedeul utilizat se numeşte procedeul de ”aproximare în cruce”.

Pentru fiecare punct al mulţimii $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ se scrie o ecuaţie cu diferenţe finite similare cu cele din (2.7) şi (2.9), corespunzător componentei ϕ şi cu cele din (2.8) şi (2.10) pentru componenta η. Deoarece funcţiile necunoscute ϕ şi η sunt date pe curba Γ, pentru a obţine condiţiile pe mulţimea $\Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ se folosesc procedee de transferare a condiţiilor la limită de pe curba Γ pe $\Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, care nu mai este o curbă, ci o mulţime de puncte.

Valoarea care se atribuie funcţiilor ϕ şi η într-un punct $N \in \Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ depinde de valorile din punctele vecine lui N din $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ şi de pe Γ.

Aproximarea ecuaţiilor lui Helmholtz prin metoda diferenţelor finite presupune clarificarea câtorva probleme:

a) Sistemul de ecuaţii cu diferenţe finite, care aproximează ecuaţiilor lui Helmholtz, admite soluţie ?

b) Care este eroarea ce rezultă din înlocuirea ecuaţiei lui Helmholtz prin ecuaţii cu diferenţe finite ?

c) Când pasul reţelei tinde la zero, va tinde la zero şi eroarea metodei?

Trebuie, de asemenea, menţionat faptul că eroarea care intervine în integrarea aproximativă prin metoda utilizată este rezultanta mai multor erori:

- eroarea metodei, datorată înlocuirii ecuaţiei diferenţiale prin ecuaţii cu diferenţe finite şi trecerii condiţiilor la limită de pe curba Γ pe mulţimea de puncte $\Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$;

- eroarea de calcul, care rezultă din aceea că soluţiile ecuaţiilor cu diferenţe finite pot fi determinate numai aproximativ.

Calculul ordinului de mărime al erorilor care apar prin înlocuirea ecuaţiilor Helmholtz cu ecuaţiile cu diferenţe finite (2.7)÷(2.10) se detaliază în anexa nr. 3. Eroarea care apare prin aproximare este egală cu ordinul de mărime al pătratului pasului reţelei $((\Delta x)^2$ şi $(\Delta y)^2)$.

2.2 Ecuaţiile cu diferenţe finite corespunzătoare punctelor aflate pe frontiere

În continuare se trece la determinarea ecuaţiilor generate de expresiile cu diferenţe finite atunci când sunt implicate puncte de pe frontiere.

În vecinătatea ecranului electric, unde condiţiile la limită impun ca [10]:

$$\eta_{j,i}=0 \text{ şi } \left(\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}}\right)_{j,i}=0$$

şi în vecinătatea ecranului magnetic (situat în planul *x=0* din figura 2.1), unde condiţiile la limită sunt [10]:

$$\phi_{ji}=0 \text{ şi } \left(\frac{\partial \eta}{\partial \vec{n}}\right)_{j,i}=0,$$

ecuaţiile (2.7)÷(2.10) se modifică.

Pe frontiera PQ (figura 2.1), unde

$$\frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial y}=0 \text{ şi } \eta_{j,i}=0,$$

rezultă din relaţiile (2.1c) şi (2.2d), în care se utilizează nodul (j,i-1), care este fictiv şi plasat în exteriorul domeniului $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, deasupra frontierei PQ:

$$\phi_{j,i+1}=\phi_{j,i-1}^{fictiv}$$

$$\eta_{j,i+1}=-\eta_{j,i-1}^{fictiv}$$

Ultima relaţie privind antisimetria faţă de ecranul electric a componentei longitudinale a câmpului electric ($\eta=\frac{\omega\varepsilon_0}{\beta}E_z$) va fi folosită la determinarea componentelor transversale ale câmpului electric.

Dacă se ţine cont de prima relaţie de mai sus, ecuaţia (2.7) devine:

$$\lambda\phi_{j,i}=2(1+R^2)\phi_{j,i}-\phi_{j+1,i}-\phi_{j-1,i}-2R^2\phi_{j,i+1} \tag{2.11}$$

În mod similar stau lucrurile pe frontiera SR, la care se utilizează nodul (*j,i+1*), care este, de asemenea, fictiv şi plasat în exteriorul domeniului $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ sub frontiera SR, respectiv:

$$\phi_{j,i+1}^{fictiv}=\phi_{j,i-1},$$

$$\eta_{j,i+1}^{fictiv}=-\eta_{j,i-1}$$

În aceste condiţii, ecuaţia (2.9) devine:

$$\lambda\phi_{j,i}=2\tau(1+R^2)\phi_{j,i}-\tau\phi_{j+1,i}-\tau\phi_{j-1,i}-2\tau R^2\phi_{j,i-1} \tag{2.12}$$

Pe frontiera QR (figura 2.1), unde $\frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial x} = 0$ şi $\eta_{j,i}$=0, rezultă ţinând cont de relaţia (2.1a) şi (2.2b):

$$\phi_{j+1,i}^{fictiv} = \phi_{j-1,i}$$

$$\eta_{j+1,i}^{fictiv} = -\eta_{j-1,i}$$

De data acesta, nodul fictiv este plasat în exteriorul domeniului $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, în partea dreaptă a frontierei QR. În consecinţă, ecuaţia (2.7) devine:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2(1 + R^2)\phi_{j,i} - 2\phi_{j-1,i} - R^2\phi_{j,i+1} - R^2\phi_{j,i-1}, \qquad (2.13)$$

iar ecuaţia (2.9) devine:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2\tau(1 + R^2)\phi_{j,i} - 2\tau\phi_{j-1,i} - \tau R^2\phi_{j,i+1} - \tau R^2\phi_{j,i-1} \qquad (2.14)$$

Pe frontiera PS (figura 2.1), unde $\frac{\partial \eta_{j,i}}{\partial x} = 0$ şi $\phi_{j,i}$=*0*, rezultă:

$$\eta_{j+1,i} = \eta_{j-1,i}^{fictiv}$$

$$\phi_{j+1,i} = -\phi_{j-1,i}^{fictiv}$$

Nodul (j-1,i) este de asemenea unul fictiv plasat în afara celulei elementare, în partea stângă a frontierei PS. În acest caz, ecuaţia (2.8) devine:

$$\lambda\eta_{j,i} = 2(1 + R^2)\eta_{j,i} - 2\eta_{j+1,i} - R^2\eta_{j,i+1} - R^2\eta_{j,i-1}, \qquad (2.15)$$

iar ecuaţia (2.10) devine:

$$\lambda\eta_{j,i} = 2\tau(1 + R^2)\eta_{j,i} - 2\tau\eta_{j+1,j} - \tau R^2\eta_{j,i+1} - \tau R^2\eta_{j,i-1}. \qquad (2.16)$$

Antisimetria componentei longitudinale a câmpului magnetic (ϕ =H_z) faţă de ecranul electric este folosită la determinarea componentelor transversale ale câmpului magnetic, în conformitate cu relaţiile (1.31c)÷(1.31d).

La suprafaţa de separare dintre domenii, definită de produsul cartezian $\{y=y_1\}\times\left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$, ţinând cont de legea lui Gauss pentru câmpul magnetic (1.1d), este îndeplinită condiţia:

$$\vec{n}\vec{B}_A - \vec{n}\vec{B}_D = 0 \qquad (2.17)$$

Indicii utilizaţi în relaţia (2.17) evidenţiază primul, densitatea de flux magnetic din aer, iar cel de-al doilea, densitatea de flux magnetic din mediul dielectric din substrat.

Întrucât $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$, rezultă:

$$H_{y,A} = H_{y,D}\big|_{y=y1},\ x \in \left(\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right) \tag{2.18}$$

De asemenea, în conformitate cu relaţia (1.78), rezultă:

$$H_{x,A} = H_{x,D}\big|_{y=y1},\ x \in \left(\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right) \tag{2.19}$$

Ţinând cont de relaţiile corespunzătoare componentelor transversale ale câmpului electric şi ale câmpului magnetic, în anexa nr. 4 se demonstrează relaţiile dintre componentele tangenţiale ale câmpului electromagnetic la suprafaţa de separare dintre două medii dielectrice. Folosind relaţiile corespunzătoare componentelor transversale ale câmpului magnetic (1.31c) şi (1.31d) din capitolul 1 şi notaţiile utilizate la începutul acestui capitol, relaţiile (2.18) şi (2.19) devin:

$$-\frac{\partial \phi_A}{\partial y} + \frac{\partial \eta_A}{\partial x} = \tau\left(-\frac{\partial \phi_A}{\partial y} + \varepsilon_{r2}\frac{\partial \eta_D}{\partial x}\right) \tag{2.20}$$

$$-\frac{\partial \phi_A}{\partial x} + \frac{\partial \eta_A}{\partial y} = \tau\left(-\frac{\partial \phi_D}{\partial x} + \varepsilon_{r2}\frac{\partial \eta_D}{\partial y}\right) \tag{2.21}$$

Pentru stabilirea relaţiei dintre componentele câmpurilor electric şi magnetic, tangenţiale la suprafaţa de separare dintre medii, se introduce notaţia $\phi_{j,i-1}^{A}$, care pune în evidenţă valorile componentelor longitudinale ale câmpului magnetic, corespunzătoare punctelor (*j,i-1*), aflate în aer şi notaţia $\phi_{j,i+1}^{D}$ care reprezintă valorile corespunzătoare punctelor (*j,i+1*), aflate în dielectric.

Ecuaţiile cu diferenţe finite corespunzătoare punctelor aflate pe suprafaţa de separare dintre medii se pot scrie în două moduri, o dată cu ajutorul relaţiei (2.7), când interfaţa este abordată dinspre aer:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2(1+R^2)\phi_{j,i} - \phi_{j+1,i} - \phi_{j-1,i} - R^2\phi_{j,i+1} - R^2\phi_{j,i-1}^{A}, \tag{2.22}$$

şi în al doilea mod cu ajutorul relaţiei (2.9), când interfaţa este abordată dinspre dielectric:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2\tau(1+R^2)\phi_{j,i} - \tau\phi_{j+1,i} - \tau\phi_{j-1,i} - \tau R^2\phi_{j,i+1}^{D} - \tau R^2\phi_{j,i-1} \tag{2.23}$$

Pentru a elimina valorile necunoscute $\phi_{j,i-1}^{A}$ şi $\phi_{j,i+1}^{D}$ din ecuaţiile (2.22) şi (2.23) se folosesc condiţiile (2.20) şi (2.21), scrise sub forma diferenţelor finite:

$$(\tau - 1)\frac{\phi_{j+1,i}-\phi_{j-1,i}}{2\Delta x} = \varepsilon_{r2}\tau\frac{\eta_{j,i+1}^{D}-\eta_{j,i-1}}{2\Delta y} - \frac{\eta_{j,i+1}-\eta_{j,i-1}^{A}}{2\Delta y} \qquad (2.24)$$

$$(\varepsilon_{r2}\tau - 1)\frac{\eta_{j+1,i}-\eta_{j-1,i}}{2\Delta x} = \varepsilon_{r2}\tau\frac{\phi_{j,i+1}-\phi_{j,i-1}^{A}}{2\Delta y} - \frac{\phi_{j,i+1}^{D}-\phi_{j,i-1}}{2\Delta y} \qquad (2.25)$$

În urma eliminării $\phi_{j,i-1}^{A}$ şi $\phi_{j,i+1}^{D}$ din relaţia (2.25), şi folosind relaţiile (2.22)÷(2.23), rezultă:

$$\lambda\phi_{j,i} = (1+\tau)(1+R^2)\phi_{j,i} - \frac{1}{2}(1+\tau)\phi_{j+1,i} - R^2\phi_{j,i+1} -$$
$$-\frac{1}{2}(1+\tau)\phi_{j-1,i} - \tau R^2\phi_{j,i-1} - \frac{1}{2}R(1-\varepsilon_{r2}\tau)\eta_{j+1,i} + \frac{1}{2}R(1-\varepsilon_{r2}\tau)\eta_{j-1,i} \qquad (2.26)$$

Valorile componentelor longitudinale ale câmpului magnetic de pe stripul metalic (notat cu VU în figura 2.1) se determină cu relaţia (2.11), atunci când reţeaua de drepte abordează stripul dinspre aer şi cu relaţia (2.12), atunci când acesta este abordat dinspre dielectric.

Ecuaţia corespunzătoare componentelor longitudinale ale câmpului electric se obţine în mod similar, cu ajutorul relaţiei (2.24), plecând de la ecuaţiile cu diferenţe finite corespunzătoare punctelor aflate pe suprafaţa de separare dintre medii, scrise cu ajutorul relaţiei (2.8), atunci când interfaţa este abordată dinspre aer şi cu ajutorul relaţiei (2.10), când interfaţa este abordată dinspre dielectric:

$$\lambda\eta_{j,i} = 2\left(\frac{1+\varepsilon_{r2}\tau}{1+\varepsilon_{r2}}\right)(1+R^2)\eta_{j,i} - \left(\frac{1+\varepsilon_{r2}\tau}{1+\varepsilon_{r2}}\right)\eta_{j+1,i} - \frac{2R^2}{\varepsilon_{r2}+1}\eta_{j,i+1} -$$
$$-\left(\frac{1+\varepsilon_{r2}\tau}{1+\varepsilon_{r2}}\right)\eta_{j-1,i} - \frac{2\varepsilon_{r2}\tau R^2}{\varepsilon_{r2}+1}\eta_{j,i-1} - \left(\frac{\tau-1}{1+\varepsilon_{r2}}R\right)\phi_{j+1,i} - \left(\frac{\tau-1}{1+\varepsilon_{r2}}R\right)\phi_{j-1,i} \qquad (2.27)$$

Ecuaţiile (2.26) şi (2.27) sunt valabile în majoritatea punctelor de pe suprafaţa de separare dintre cele două medii. Există două puncte pe suprafaţa de separare dintre cele două medii cu particularităţi deosebite, care vor fi analizate în continuare.

Unul dintre acestea îl reprezintă punctul T din figura 2.1, unde interfaţa întâlneşte frontiera QR, iar relaţia (2.27) nu se poate utiliza, deoarece aici, $\eta_{j,i} = 0$, respectiv:

$$\eta_{j,i} = \frac{\partial^2\eta_{j,i}}{\partial y^2} \equiv 0,$$

şi înlocuind identitatea de mai sus în ecuaţia Helmholtz (2.3b), rezultă:

$$\frac{\partial^2\eta_{j,i}}{\partial x^2} = 0. \qquad (2.28)$$

Cea de-a doua condiţie din vecinătatea peretelui electric impune ca:

$$\frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial x} = 0$$

În consecinţă, se obţine, în conformitate cu relaţiile (2.1a), (2.2d) şi (2.2b):

$$\phi_{j+1,i} = \phi_{j-1,i},$$

$$\eta_{j,i+1} = -\eta_{j,i-1},$$

$$\eta_{j+1,i} = -\eta_{j-1,j}$$

Aceste condiţii determină modificarea relaţiei (2.26), astfel:

$$\lambda\phi_{j,i} = (1+\tau)(1+R^2)\phi_{j,i} - (1+\tau)\phi_{j+1,i} - R^2\phi_{j,i+1} -$$
$$-\tau R^2\phi_{j,i-1} - R(1-\varepsilon_{r2}\tau)\eta_{j+1,i} \qquad (2.29)$$

Analiza comportării componentelor longitudinale ale câmpurilor electric şi magnetic în vecinătatea celuilalt punct particular de pe suprafaţa de separare dintre domenii, notat cu U în figura 2.1, se face în mod analog.

2.3 Sistemul de ecuaţii cu diferenţe finite. Valori proprii

Dacă se scriu ecuaţiile pentru $\phi_{j,i}$ şi $\eta_{j,i}$, corespunzătoare fiecărui nod al reţelei prezentate în figura 2.1, selectându-se de fiecare dată din relaţiile (2.7)÷(2.29) ecuaţia care particularizează fiecare nod în parte, se obţine un sistem de ecuaţii care reprezintă o problemă de valori și vectori proprii:

$$\boldsymbol{AX} = \lambda_k \boldsymbol{X}, \qquad (2.30)$$

unde $\boldsymbol{X}$ este vector propriu, iar λ_k reprezintă sunt valorile proprii, k reprezintă numărul ecuaţiilor cu diferenţe finite din sistem care urmează a fi detaliate în continuare.

A este o matrice pătrată, asupra căreia se va reveni o dată cu detalierea programelor de calcul utilizate.

Vectorul ***X*** este format din reunirea funcţiilor $\phi_{j,i}$ şi $\eta_{j,i}$, respectiv:

$$
\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \vdots \\ \phi_{1m} \\ \phi_{21} \\ \vdots \\ \phi_{nm} \\ \eta_{11} \\ \eta_{12} \\ \vdots \\ \eta_{1p} \\ \eta_{21} \\ \vdots \\ \eta_{sp} \end{bmatrix}, \qquad k = n \times m + s \times p
$$

Reunirea componentelor longitudinale ale câmpurilor magnetic şi electric într-un singur vector este impusă de faptul că relaţiile de continuitate de la suprafaţa de separare dintre medii, (2.26) şi (2.27), implică, atât componentele longitudinale ale câmpului electric, cât şi pe cele ale câmpului magnetic şi este posibilă datorită introducerii parametrului τ, definit de relația (2.6).

Rezolvarea problemei matriciale (2.30) permite determinarea componentelor longitudinale și ulterior transversale ale câmpurilor electric şi magnetic. Modalitatea de rezolvare a acestei probleme va fi prezentată mai pe larg în secţiunea 2.4.

2.4. Rezultatele modelării

Se consideră o structură reală a liniei microstrip ecranate, utilizată în mod frecvent domeniul radarelor, care lucrează în domeniul undelor centimetrice şi milimetrice, pentru care *w=1 mm, a=*3,5 *mm*, $y_1 = 0{,}5\ mm$, $y_2 = 2\ mm$ şi $\varepsilon_{r2} = 9$. Analiza comportării câmpului electromagnetic în vecinătatea pereţilor electrici şi magnetici este mai facilă, dacă se numerotează nodurile reţelei de drepte, care acoperă celula elementară, conform figurii 2.2 (*i=1÷10, j=1÷8,* $\Delta x = \frac{a}{14}$*=0,25* mm, iar $\Delta y = \frac{y_2}{8}$*=0,25 mm*).

Reţeaua este formată din opt coloane şi zece linii. În conformitate cu concluziile prezentate în anexa 3, atunci când se foloseşte o reţea mai fină, erorile introduse prin aproximările metodei diferenţelor finite sunt mai mici. Nodurile situate la interfaţa dintre cele două medii, unde $x \in \left[0, \frac{a}{2}\right]$ (se observă că se analizează inclusiv zona în care se află situat stripul metalic), sunt numerotate de două ori, deoarece aici se folosesc două linii (i=*7* şi i=*8*, în figura 2.2), practic suprapuse.

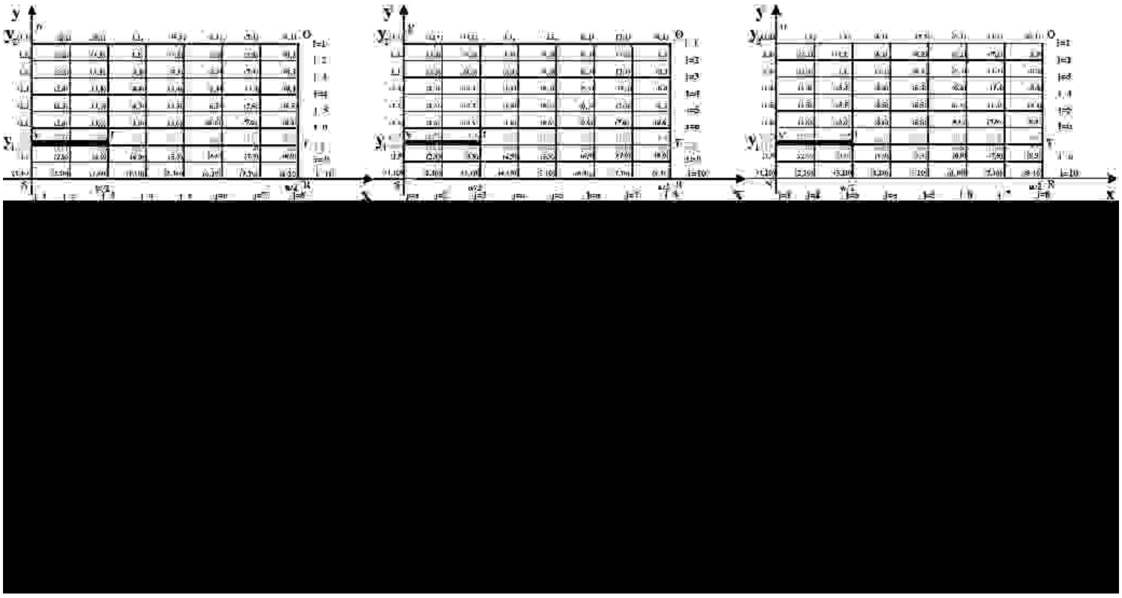


Figura 2.2. Reţea folosită pentru calculul câmpului electromagnetic

Valorile componentelor longitudinale ale câmpurilor electric, E_z şi magnetic, H_z, din punctele situate pe cele două linii de la suprafaţa de separare dintre cele două medii, unde $x \in \left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$ sunt identice; în schimb, valoarea deasupra stripului a componentei longitudinale magnetice, H_z pentru $x \in \left(0, \frac{w}{2}\right)$, diferă faţă de valoarea de sub strip. Valorile componentei longitudinale magnetice, corespunzătoare celor două linii, unde x=*0*, coincid şi sunt egale cu zero.

2.4.1 Metode de determinare a componentelor longitudinale ale câmpului electromagnetic şi a parametrilor de propagare

Determinarea componentelor longitudinale ale câmpului electromagnetic $E_z(\eta)$ şi $H_z(\phi)$ se efectuează cu ajutorul mediului integrat de dezvoltare Matlab.

Tabelul 2.1 de mai jos sintetizează condiţiile la limită la care sunt supuse componentele longitudinale ale câmpurilor electric şi magnetic, în conformitate cu nodurile din figura 2.2. Aceste condiţii se au în vedere la întocmirea programului de calcul. Problema de valori proprii, generată în urma scrierii ecuaţiilor cu diferenţe finite, corespunzătoare componentelor longitudinale ale câmpului electric şi magnetic, calculate pentru fiecare nod al reţelei, se scrie sub forma:

$$(\lambda_k \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})\boldsymbol{X} = 0,$$

unde $\boldsymbol{I}$ reprezintă matricea unitate, $\boldsymbol{A}$ este o matrice de dimensiune (în cazul exemplului din figura 2.3 dimensiunea este 110×110), iar k reprezintă numărul ecuaţiilor cu diferenţe finite ($k=1\div110$).

Figura 2.3 a fost concepută pentru a facilita înţelegerea modului în care s-a ajuns la scrierea celor 110 ecuaţii de diferenţe finite (prin rulări succesive ale programului s-a convenit dimensiunea optimă a matricei care este utilizată în vederea rezolvării problemelor de valori şi vectori proprii).

Numerotarea nodurilor reţelei, care corespund valorilor componentelor longitudinale ale câmpului, se poate începe, în principiu, la alegere – în cazul de faţă cu nodurile care corespund valorilor componentelor longitudinale ale câmpului electric, aflate în partea stânga-sus a celulei elementare. Numărul de ordine al nodului este plasat în partea dreapta-jos a acestuia.

Tabelul 2.1

Noduri de pe frontiere	**Condiţii la limită**	
nodurile de pe frontierele PQ şi SR	pereţi electrici orizontali	$\eta_{j,i} = 0;\ \frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial y} = 0$
nodurile de pe frontiera QR	perete electric vertical	$\eta_{j,i} = 0;\ \frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial x} = 0$
nodurile de pe frontiera PS	perete magnetic vertical	$\phi_{j,i} = 0;\ \frac{\partial \eta_{j,i}}{\partial x} = 0$
nodurile plasate deasupra şi dedesubtul stripului VU	pereţi electrici orizontali	$\eta_{j,i} = 0;\ \frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial y} = 0$
nodurile corespunzătoare punctului U	perete electric vertical	$\eta_{j,i} = 0;\ \frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial x} = 0$
noduri pe suprafaţa de separare dintre mediile dielectrice	aer - dielectric	$\eta_{j,i}^{A} = \eta_{j,i}^{D};\ \phi_{j,i}^{A} = \phi_{j,i}^{D}$ $H_{xA} = H_{xD};\ H_{yA} = H_{yD}$

După epuizarea valorilor componentelor longitudinale se face renumerotarea nodurilor, de data aceasta pentru a pune în evidenţă valorile componentelor longitudinale ale câmpului magnetic în punctele reţelei, începând din partea stânga-jos a celulei elementare. Numărul de ordine al nodului este plasat în partea dreaptă-sus a acestuia.

Fiecare nod al reţelei a fost numerotat de două ori, prima dată pentru a se pune în evidenţă valoarea componentei longitudinale a câmpului electric, iar a doua oară în scopul evidenţierii valorii componentei longitudinale a câmpului magnetic. De exemplu, nodul (2,2) din figura 2.2 a fost numerotat în figura 2.3 prima dată cu cifra 2, corespunzătoare valorii componentei electrice şi a doua oară cu cifra 97, corespunzătoare valorii componentei magnetice a câmpului. Nodurilor în care valorile componentelor longitudinale ale câmpurilor electric şi magnetic sunt nule li se atribuie cifra 0. În vederea determinării valorilor componentelor longitudinale care corespund nodurilor aflate pe frontiere, conform demersurilor prezentate în secţiunea 2.2, se folosesc o serie de noduri fictive. Acestea din urmă se află plasate în exteriorul domeniului $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ (figura 2.3), iar introducerea valorilor corespunzătoare acestora în matricea $\boldsymbol{A}$ se face ţinând cont de relaţiile (2.11)÷(2.16), stabilite în subcapitolul 2.2. Antisimetria componentelor longitudinale faţă de frontiere este indicată în desen cu ajutorul semnului minus, iar simetria acestora cu ajutorul semnului plus.

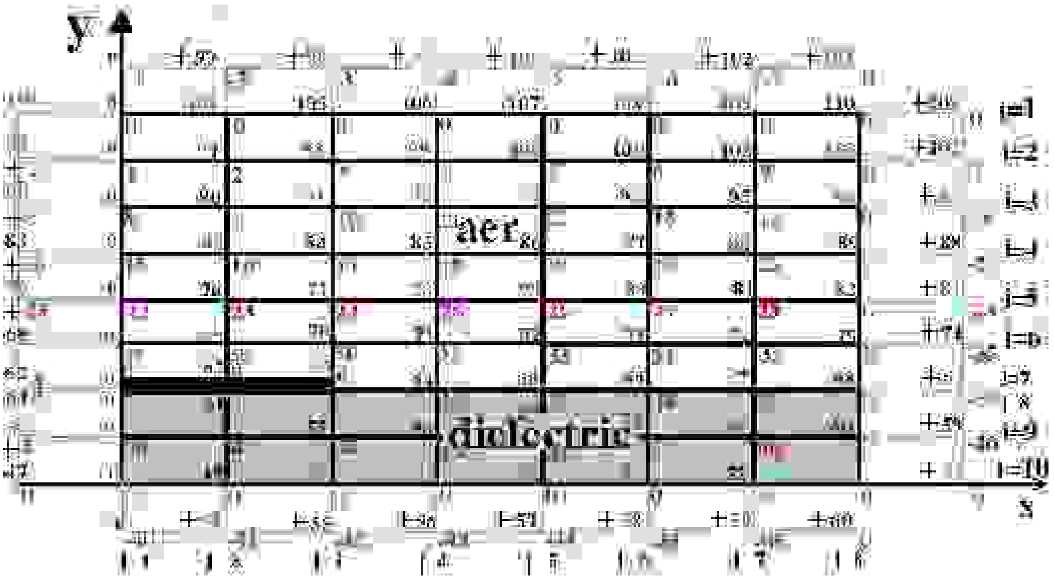


Figura 2.3 Numerotarea nodurilor corespunzătoare componentelor longitudinale ale câmpurilor electric şi magnetic din celula elementară

La suprafaţa de separare dintre cele două medii, definită de produsul cartezian $\{y=y_1\} \times \left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$, se utilizează relaţiile (2.26)÷(2.29), având-se în vedere numerotarea nodurilor din figura 2.3.

Problema de valori şi vectori proprii este generată în urma scrierii în ordinea lor firească a celor 110 ecuaţii corespunzătoare fiecărui nod al reţelei (i=1÷10, j=1÷8), de la 1 la 110 (conform numerotării nodurilor, prezentată în figura 2.3), selectându-se, de fiecare dată, din relaţiile (2.7)÷(2.29), ecuaţia care particularizează fiecare nod. Introducerea matricei ***A*** în program, care are 12.100 elemente (110 linii şi 110 coloane), se poate facilita prin partiţionare. Se ţine cont de observaţia că elementele din matrice diferite de zero sunt grupate în zona diagonalei acesteia (fapt datorat utilizării procedeului "aproximării în cruce" la aplicarea metodei diferenţelor finite).

Procedura de calcul este următoarea: pentru valoarea τ, aleasă prin program din cele 110 valori proprii, se determină valoarea proprie care corespunde celei mai mici frecvenţe de lucru din gamă (pentru $\tau=-5$ valoarea proprie, care desemnează modul hibrid de propagare fundamental din linie, corespunde constantei de fază $\beta=1131,62$ rad/m şi frecvenţei $f=19,509$ GHz). În conformitate cu aprecierile referitoare la modul de propagare fundamental, prezentate în capitolul 3, valoarea proprie cu valoarea negativă cea mai mică desemnează modul hibrid de propagare fundamental din linia de transmisie microstrip ecranată.

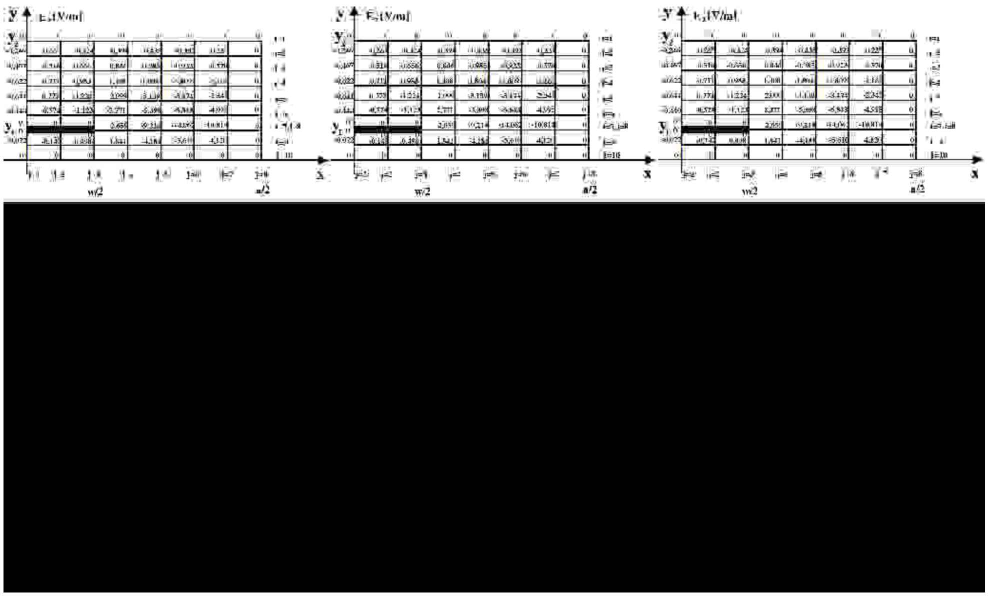


Figura 2.4. Valorile componentei E_z corespunzătoare modului hibrid de propagare fundamental în fiecare nod al reţelei.

Pasul următor îl reprezintă determinarea vectorul propriu din structura căruia se separă componentele longitudinale ale câmpului electric de cele ale câmpului magnetic. Ulterior, atât unele, cât şi celelalte pentru a fi utilizate de celelalte programe. În figura 2.4 se prezintă valorile componentei longitudinale a câmpului electric, în fiecare nod al reţelei.

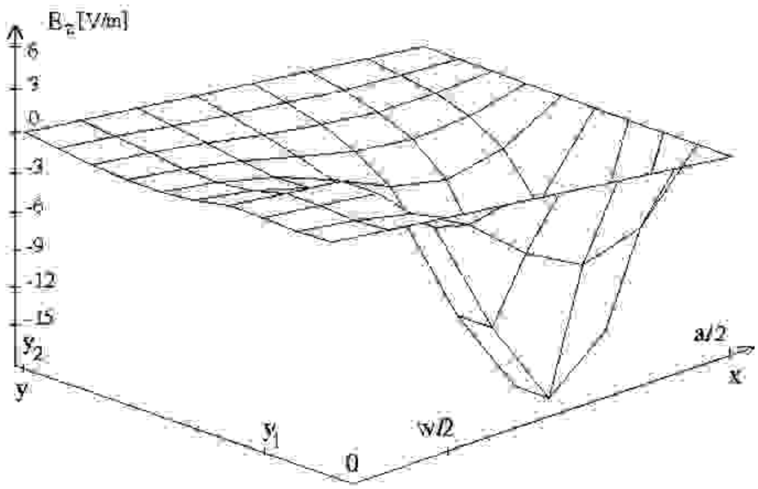


Figura 2.5. Variaţia componentei E_z corespunzătoare modului hibrid de propagare fundamental în nodurile reţelei ((x_j,y_i), j=1÷8 şi i=1÷10).

Ilustrarea valorilor componentei longitudinale electrice din figura 2.5 evidenţiază faptul că variaţiile majore sunt situate, aşa cum era de aşteptat, în zona interfeţei dintre cele două domenii şi în zona dielectricului din substrat. În figura 2.7 sunt reprezentate valorile componentei longitudinale a câmpului magnetic, corespunzătoare fiecărui nod al reţelei. Modurile hibride de propagare de ordin superior se determină selectându-se pe rând valorile proprii în ordinea crescătoare a frecvenţei pentru un τ fixat. În figurile 2.8 şi 2.9 sunt prezentate componentele longitudinale ale câmpului electromagnetic, determinate cu următoarele două valori ale constantelor de fază, alese în ordinea crescătoare a frecvenţei (*f_2=60,385 GHz* şi *f_3=148,9807 GHz*) şi care corespund modurilor hibride de propagare superioare de ordinul 2 şi 3.

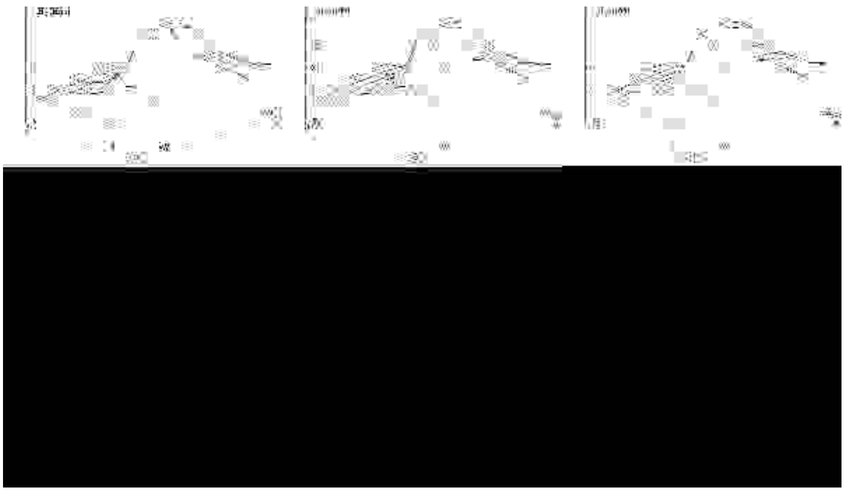


Figura 2.7. Variaţia H_z corespunzătoare modului hibrid de propagare fundamental în nodurile reţelei ((x_j,y_i), j=1÷8, i=1÷10)

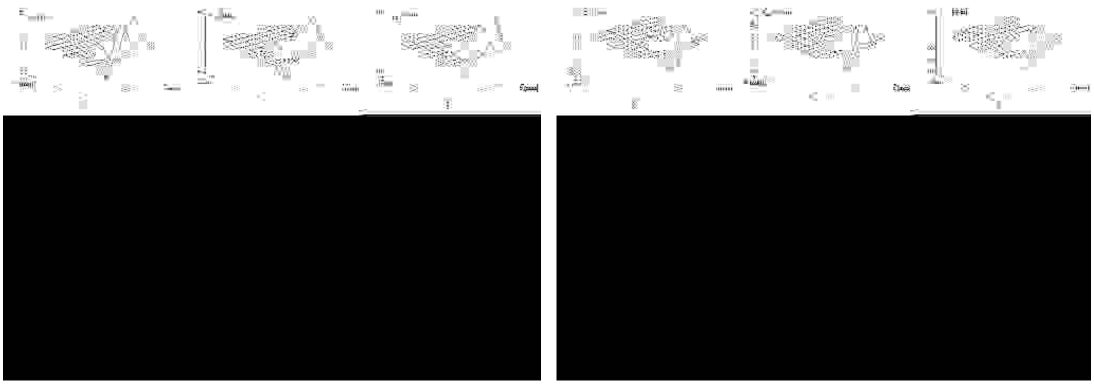


Figura 2.8. Variaţia componentelor longitudinale ale câmpului electric E_{z2} *şi* E_{z3} *în nodurile reţelei ((x_j,y_i), j=1÷8, iar i=1÷10)*

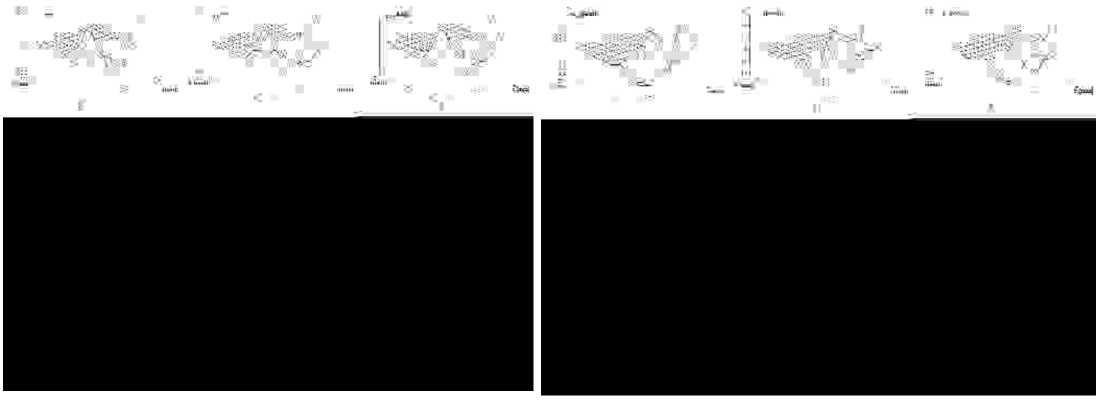


Figura 2.9. Variaţia componentelor longitudinale ale câmpului magnetic H_{z2}*şi* H_{z3} *în nodurile reţelei ((x_j,y_i), j=1÷8, iar i=1÷10).*

2.4.2. Metode de determinare a componentelor transversale ale câmpului electromagnetic

Cu ajutorul mediului integrat de dezvoltare Matlab se calculează componentele transversale ale câmpurilor electric şi magnetic (E_x, E_y, H_x şi H_y). Calculul se efectuează cu ajutorul relaţiilor (1.31a)÷(1.31d), în care intervin derivatele componentelor longitudinale.

Pentru un punct aflat în domeniul $D^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cup \Gamma^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, din fig. 2.2, calculul derivatelor se face cu ajutorul relaţiilor (2.1a), (2.1c), (2.2a) şi (2.2c). Derivatele corespunzătoare punctelor aflate pe frontiere (pereţi electrici şi magnetici) se calculează prin introducerea unor puncte fictiv, plasate în exteriorul domeniului $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$.

În cazul peretelui electric vertical, delimitat de frontiera QR din figura 2.2, unde $\frac{\partial \phi_{8,i}}{\partial x} = 0$ şi $\eta_{8,i}$=0, ţinând cont de relaţiile (2.1a) şi (2.2b), rezultă:

$$\phi_{9,i}^{fictiv} = \phi_{7,i}; \tag{2.31}$$

$$\eta_{9,i}^{fictiv} = -\eta_{7,i},\ i=1\div 10 \tag{2.32}$$

Pentru pereţii electrici orizontali, unde $\frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial y} = 0$ şi $\eta_{j,i}$=0, ţinând cont de relaţiile (2.1c) şi (2.2d), rezultă:

- corespunzător frontierei PQ din figura 2.2

$$\phi_{j,2} = \phi_{j,0}^{fictiv}, \tag{2.33}$$

$$\eta_{j,2} = -\eta_{j,0}^{fictiv},\ j=1\div 8; \tag{2.34}$$

- corespunzător frontierei SR din figura 2.2

$$\phi_{j,11}^{fictiv} = \phi_{j,9}, \tag{2.35}$$

$$\eta_{j,11}^{fictiv} = -\eta_{j,9},\ \mathrm{j=1\div 8} \tag{2.36}$$

Pentru peretele magnetic, notat cu PS în figura 2.2, unde $\frac{\partial \eta_{j,i}}{\partial x} = 0$ şi $\phi_{j,i}=0$, ţinând cont de relaţiile (2.2a) şi (2.1b), rezultă:

$$\eta_{2,i} = \eta_{0,i}^{fictiv} \tag{2.37}$$

$$\phi_{2,i} = -\phi_{0,i}^{fictiv},\ \mathrm{i=1\div 10} \tag{2.38}$$

Pentru calculul derivatelor componentelor longitudinale la suprafaţa de separare dintre cele două domenii, definită de produsul cartezian $\{y=y_1\}\times\left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$ (frontiera UT din figura 2.2), se introduc nodurile fictive (j, 6) şi (j, 9), care se regăsesc în relaţiile corespunzătoare câmpului magnetic:

$$i=7 \Rightarrow \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{j,7}^{A} = \frac{\phi_{j,8}-\phi_{j,6}^{A}}{2\Delta y}, \tag{2.39}$$

$$i=8 \Rightarrow \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{j,8}^{D} = \frac{\phi_{j,9}^{D}-\phi_{j,7}}{2\Delta y}, \tag{2.40}$$

unde $j=4\div8$.

Eliminarea valorilor corespunzătoare nodurilor fictive se face cu ajutorul relaţiei (2.7), scrisă pentru $i=7$:

$$\lambda\phi_{j,7} = 2(1+R^2)\phi_{j,7} - \phi_{j+1,7} - \phi_{j-1,7} - R^2\phi_{j,8} - R^2\phi_{j,6}^{A} \qquad (2.41)$$

şi al relaţiei (2.9), scrisă pentru $i=8$

$$\lambda\phi_{j,8} = 2\tau(1+R^2)\phi_{j,8} - \tau\phi_{j+1,8} - \tau\phi_{j-1,8} - \tau R^2\phi_{j,9}^{D} - \tau R^2\phi_{j,7} \quad (2.42)$$

În mod analog se calculează derivatele componentelor longitudinale ale câmpului electric, respectiv pentru $i=7$ rezultă:

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)_{j,7}^{A} = \frac{\eta_{j,8}-\eta_{j,6}^{A}}{2\Delta y}, \qquad (2.43)$$

iar pentru $i=8$ rezultă:

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)_{j,8}^{D} = \frac{\eta_{j,9}^{D}-\eta_{j,7}}{2\Delta y}, \qquad (2.44)$$

pentru $j=4\div8$.

Eliminarea valorilor corespunzătoare nodurilor fictive se face, de data aceasta cu ajutorul relaţiei (2.8), scrisă pentru $i=7$:

$$\lambda\eta_{j,7} = 2(1+R^2)\eta_{j,7} - \eta_{j+1,7} - \eta_{j-1,8} - R^2\eta_{j,8} - R^2\eta_{j,6}^{A} \qquad (2.45)$$

şi al relaţiei (2.10), scrisă pentru $i=8$:

$$\lambda\eta_{j,8} = 2\tau(1+R^2)\eta_{j,8} - \tau\eta_{j+1,8} - \tau\eta_{j-1,8} - \tau R^2\eta_{j,9}^{D} - \tau R^2\eta_{j,7} \quad (2.46)$$

În mod analog se calculează derivatele componentelor longitudinale ale câmpurilor electric şi magnetic, corespunzătoare nodurilor situate pe stripul metalic VU (figura 2.2), unde

$$i=7 \Rightarrow \begin{cases} \phi_{j,8}^{fictiv} = \phi_{j,6} \\ \eta_{j,8}^{fictiv} = -\eta_{j,6} \end{cases} \qquad (2.47)$$

şi

$$i{=}8 \Rightarrow \begin{cases} \phi_{j,7}^{fictiv} = \phi_{j,9} \\ \eta_{j,7}^{fictiv} = -\eta_{j,9} \end{cases}, \tag{2.48}$$

pentru $j{=}1 \div 3$.

Eliminarea valorilor componentelor câmpului magnetic, corespunzătoare nodurilor fictive, se face cu ajutorul relaţiei (2.7), scrisă pentru $i{=}7$ şi al relaţiei (2.9), scrisă pentru $i{=}8$.

Reţeaua de drepte, aflată în afara celulei elementare, care pune în evidenţă nodurile fictive, este prezentată în figura 2.3, iar antisimetria componentelor longitudinale faţă de frontiere este indicată în desen cu ajutorul semnului minus, iar simetria acestora cu ajutorul semnului plus.

În figurile 2.10, 2.12, 2.14 şi 2.16 sunt prezentate valorile componentelor transversale ale câmpurilor electric şi magnetic, corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental din fiecare nod al reţelei, iar pentru a pune mai bine în evidenţă variaţiile valorilor acestora, s-a folosit facilitatea exprimării grafice a valorilor (figurile 2.11, 2.13, 2.15 şi 2.17).

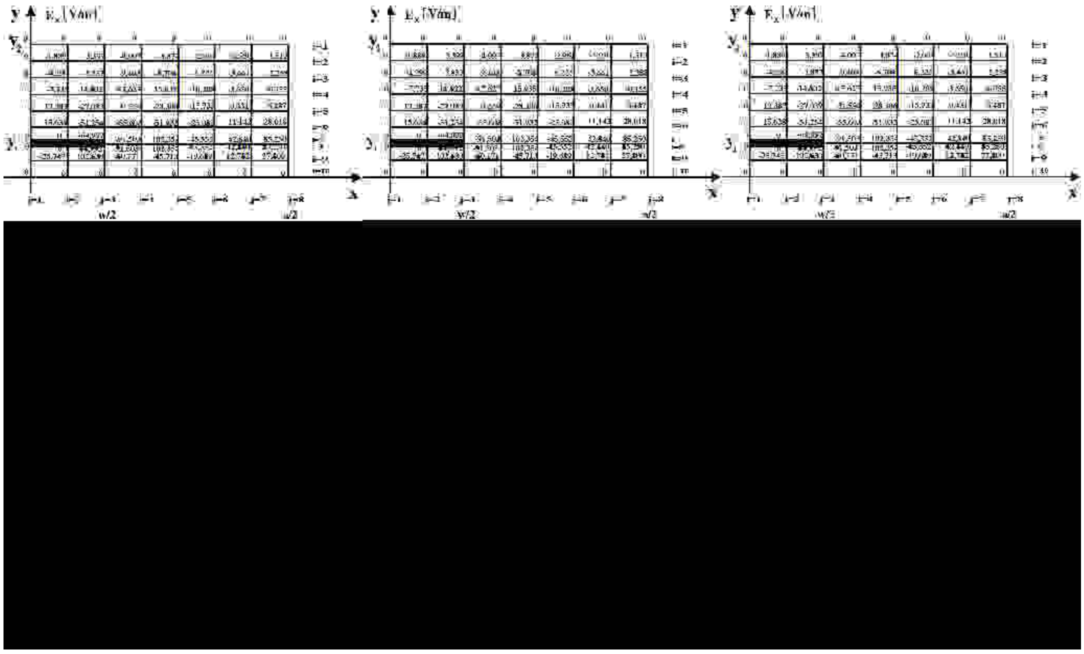


Figura 2.10. Valorile componentei transversale E_x corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental în fiecare nod al reţelei.

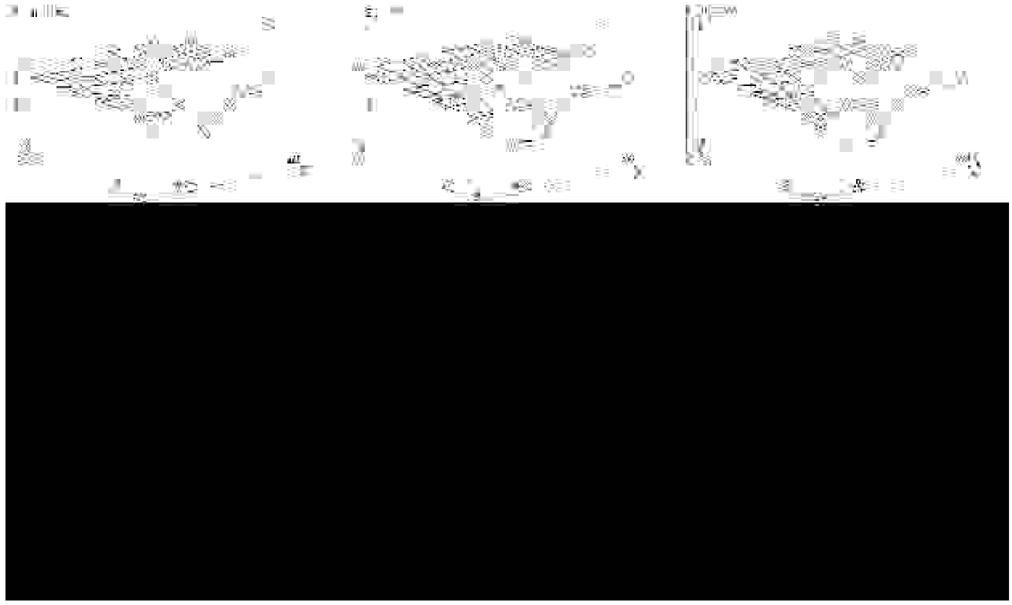


Figura 2.11 Variaţia componentei corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental E_x în nodurile reţelei (x_j,y_i).

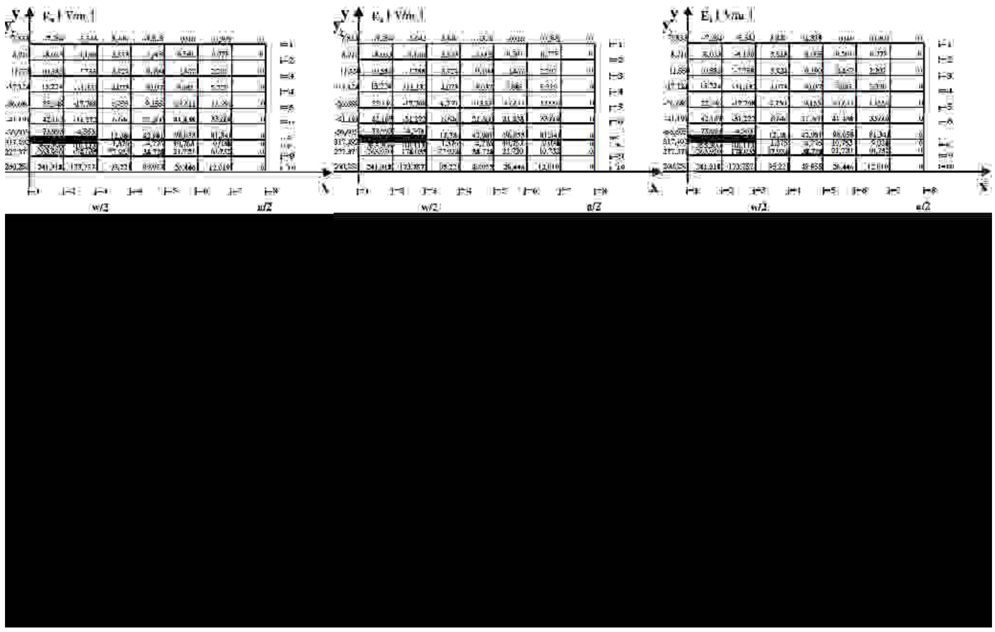


Figura 2.12. Valorile componentei transversale E_y corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental în fiecare nod al reţelei

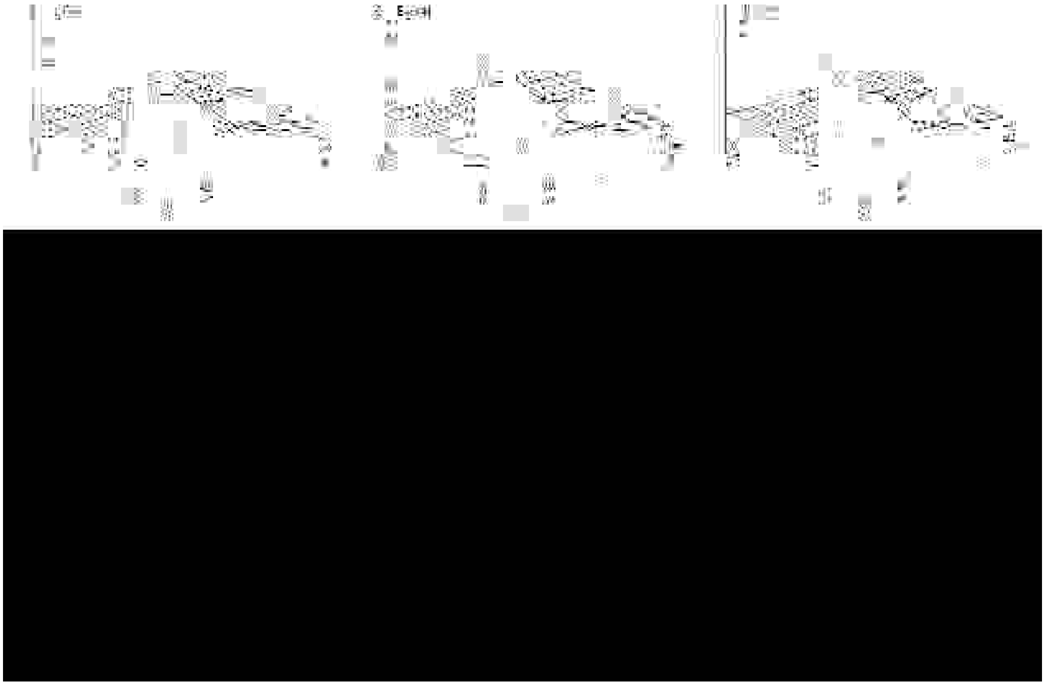


Figura 2.13. Variaţia componentei transversale E_y corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental în nodurile reţelei $((x_j,y_i)$, $j=1\div8$, iar $i=1\div10)$

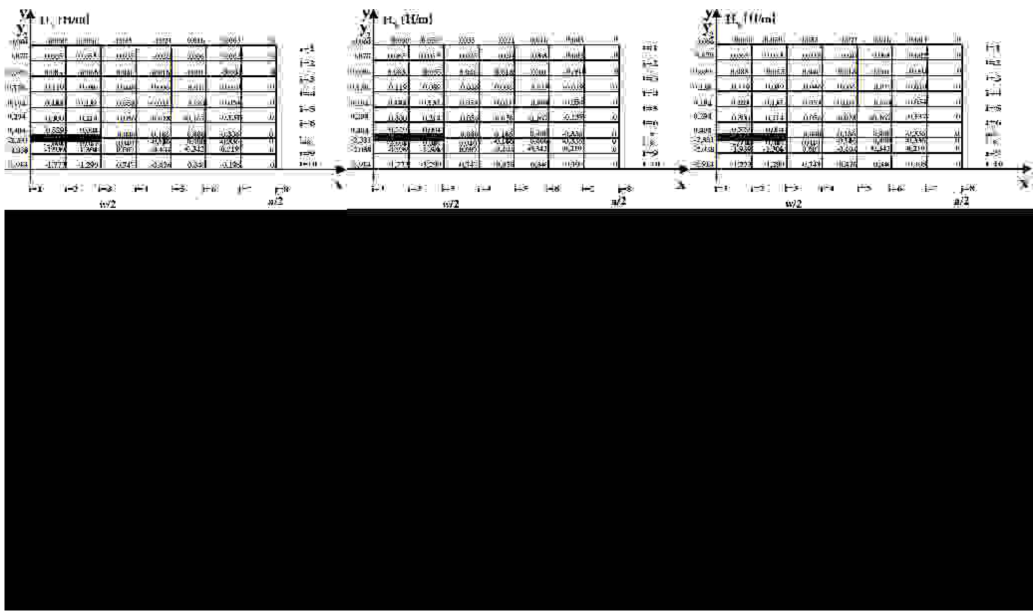


Figura 2.14. Valorile componentei transversale H_x corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental în fiecare nod al reţelei

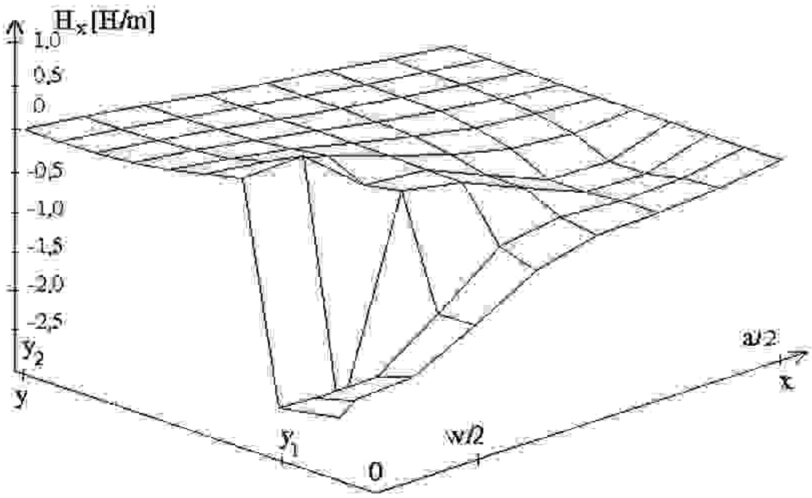


Figura 2.15. Variaţia componentei transversale H_x corespunzătoare modulului de propagare hibrid fundamental în nodurile reţelei $((x_j,y_i)$, $j=1\div8$ şi $i=1\div10)$

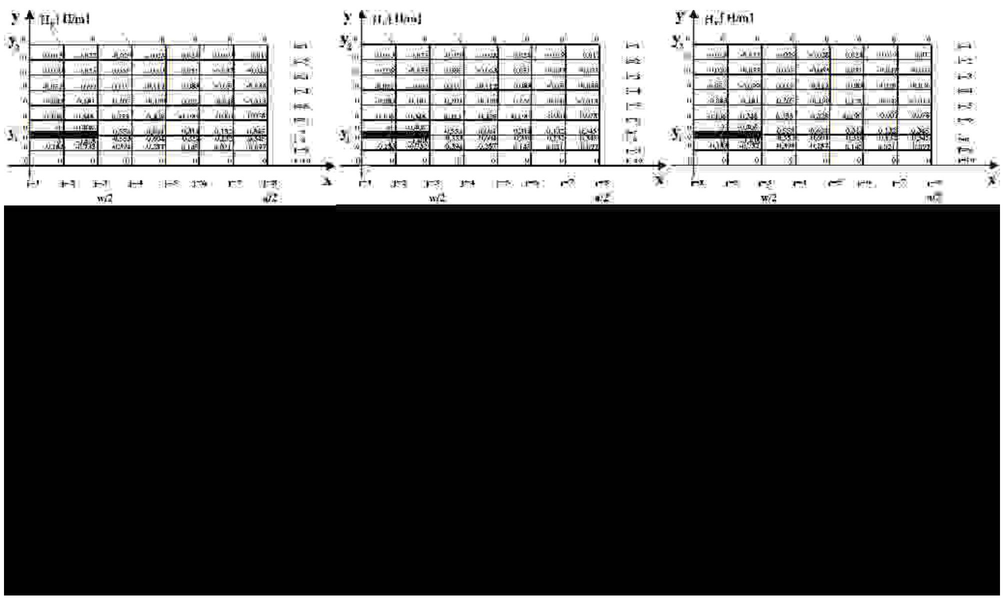


Figura 2.16. Valorile componentei transversale H_y corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental în fiecare nod al reţelei

În conformitate cu modalitatea de identificare a modurilor de propagare de ordin superior, descrisă în secţiunea 2.4.1, în figurile 2.18÷2.21 sunt prezentate componentele transversale ale câmpului electromagnetic, determinate cu următoarele două valori ale constantelor de fază, alese în ordinea crescătoare a frecvenţei şi care corespund modurilor hibride superioare de ordinul 2 şi 3.

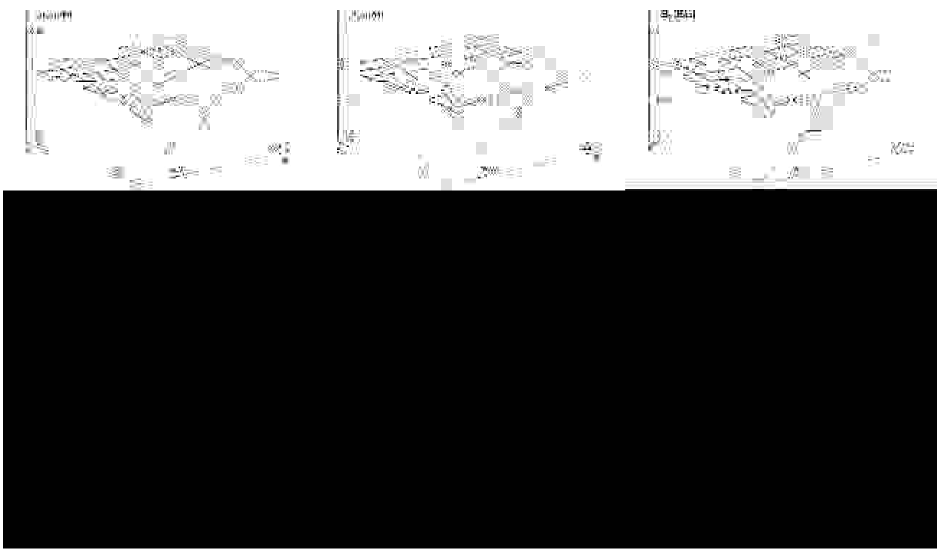


Figura 2.17. Variaţia componentei transversale H_y corespunzătoare modului de propagare hibrid fundamental în nodurile reţelei $((x_j,y_i)$, $j=1\div8$ şi $i=1\div10)$

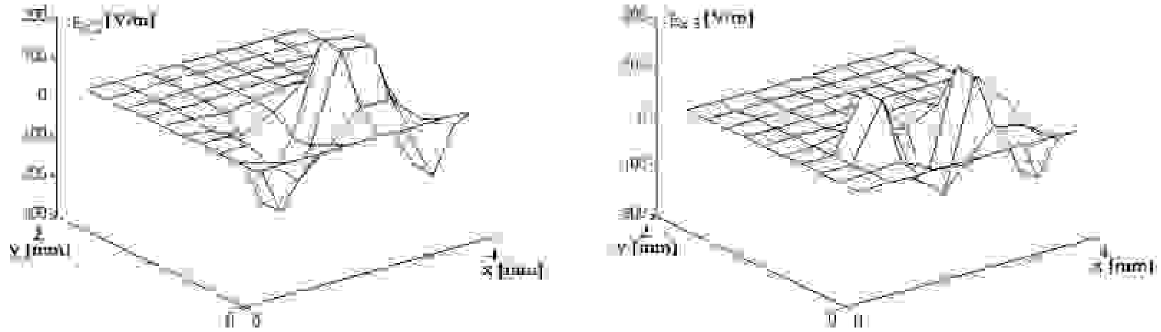


Figura 2.18. Variaţia componentelor transversale ale câmpului electric $E_{x,2}$ şi $E_{x,3}$ în nodurile reţelei $((x_j,y_i)$, $j=1\div8$, iar $i=1\div10)$

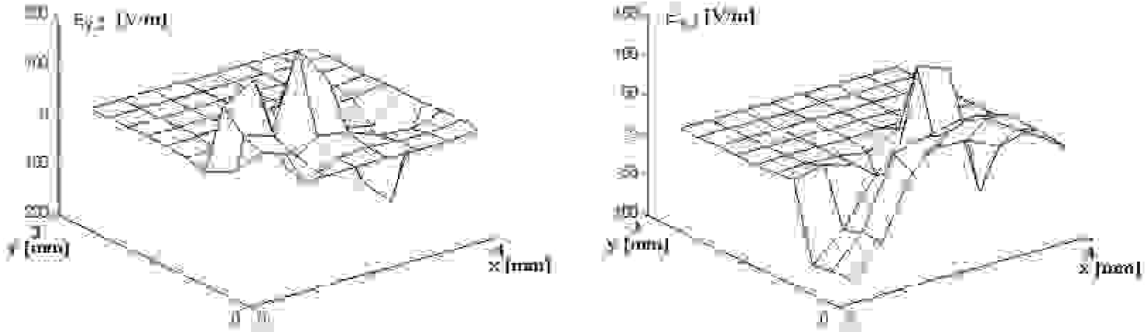


Figura 2.19. Variaţia componentelor transversale ale câmpului electric $E_{y,2}$ şi $E_{y,3}$ în nodurile reţelei $((x_j,y_i)$, $j=1\div8$, iar $i=1\div10)$

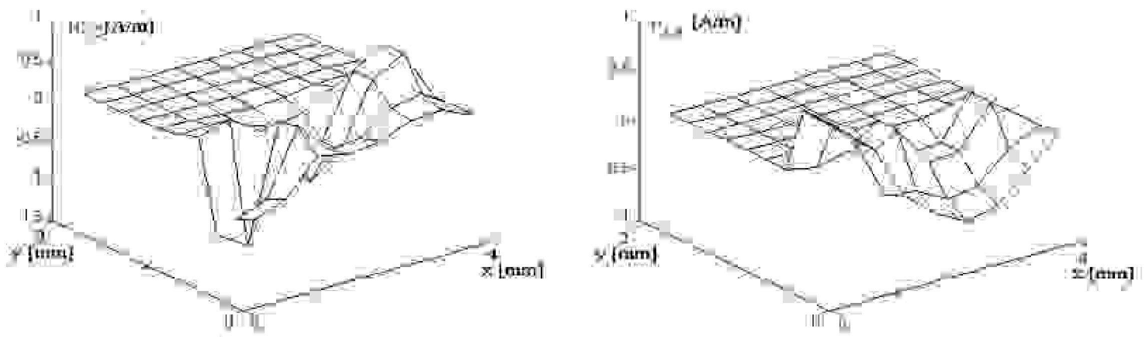


Figura 2.20. Variaţia componentelor transversale ale câmpului magnetic $H_{x,2}$ şi $H_{x,3}$ în nodurile reţelei ((xx_j,y_i), j=1÷8, iar i=1÷10).

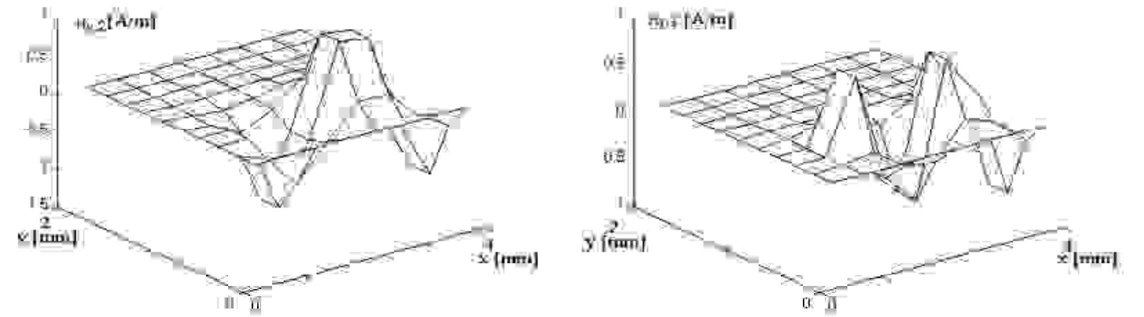


Figura 2.21. Variaţia componentelor transversale ale câmpului magnetic $H_{y,2}$ şi $H_{y,3}$ în nodurile reţelei ((x_j,y_i), j=1÷8, iar i=1÷10)

2.4.3 Metode de determinare a impedanţei caracteristice

Cu ajutorul mediului integrat de dezvoltare Matlab se determină impedanţa caracteristică, tensiunea electrică, curentul şi puterea transmisă din linia de transmisiune microstrip ecranată.

Tensiunea electrică se determină în plan transversal, între două puncte echipotenţiale. În cazul particular analizat în figura 1.1, punctele echipotenţiale sunt situate în planul $x=0$, unde $y=0$ şi $y=y_1$.

În principiu, acestea pot fi plasate oriunde pe conturul conductoarelor. În concluzie, calculul tensiunii se efectuează între două puncte aflate unul pe strip, iar celălalt situat pe ecranul electric de pe frontiera SR şi este dat de relaţia (3.9):

$$U = \int_0^{y_1} E_{y_1} dy|_{x=0}$$

Integrala se poate aproxima utilizând suma produselor dintre valorile componentelor E_y, şi elementele de suprafaţă ponderate corespunzător, în conformitate cu figura 2.22, astfel:

$$U \cong E_y(8{,}1)\frac{dy}{2} + E_y(9{,}1)dy + E_y(10{,}1)\frac{dy}{2}, \tag{2.49}$$

unde nodurile (8, 1), (9, 1) şi (10, 1) sunt plasate între strip şi ecranul conductor, în planul x=0.

Pentru determinarea intensităţii curentului în linia microstrip se foloseşte relaţia [22]:

$$I = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \eta_z dx|_{y=y_1}$$

În conformitate cu relaţia (1.82), densitatea de curent η_z se determină utilizând valorile componentelor câmpului magnetic care sunt tangenţiale la stripul plasat între domenii:

$$\eta_z = H_x^A - H_x^D, \text{ pentru } -\frac{w}{2} \leq x \leq \frac{w}{2} \tag{2.50}$$

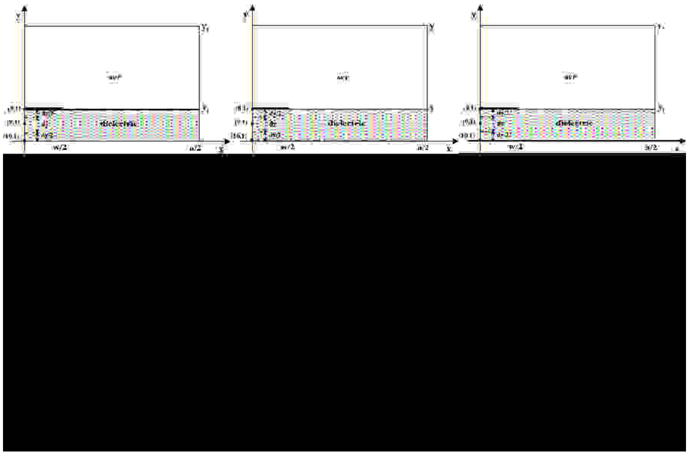


Figura 2.22. Nodurile reţelei de drepte utilizate pentru determinarea tensiunii în linia microstrip ecranată

Deoarece componenta tangenţială a câmpului magnetic de-a lungul axei *x* *(H_x)* este simetrică faţă de axa *0y*, integrala utilizată pentru calculul intensităţii curentului din linia microstrip se poate aproxima ţinând cont de toate valorile componentei calculate deasupra şi dedesubtul stripului metalic (fig. 2.23), astfel:

$$I \cong 2[H_x(7{,}3) - H_x(8{,}3)]\frac{dx}{2} + 2[H_x(7{,}2) - H_x(8{,}2)]dx + \\ +[H_x(7{,}1) - H_x(8{,}1)]dx \tag{2.51}$$

Pentru determinarea puterii transmise în linia microstrip ecranată se foloseşte relaţia (prezentarea în detaliu a puterii transmise se regăsește în capitolul 3):

$$P = \frac{1}{2} Re \int_S \left[\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*\right] d\mathcal{s}, \tag{2.52}$$

unde sub integrală se efectuează produsul vectorial dintre componenta transversală a câmpului electric şi conjugata componentei transversale a câmpului magnetic, S reprezintă suprafaţa secţiunii transversale, iar $d\mathcal{s}$ este elementul de suprafaţă care corespunde fiecărui nod al reţelei.

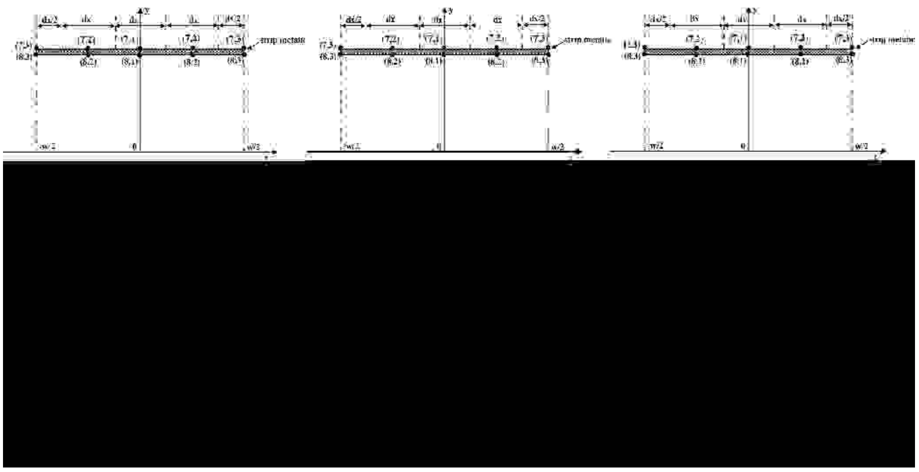


Figura 2.23. Nodurile utilizate pentru determinarea intensităţii curentului din linia microstrip ecranată

Având în vedere că E_T şi H_T sunt ortogonale, iar $H=H^*$, rezultă că produsul vectorial din relaţia (2.52) se poate calcula cu ajutorul expresiei de mai jos:

$$P = \frac{1}{2} Re \int_S \left[\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*\right] d\mathcal{s} = \frac{1}{2} \int_S \left(E_x H_y - E_y H_x\right) d\mathcal{s} \tag{2.53}$$

Integrala (2.53) se poate aproxima cu o sumă în care elementele de suprafaţă se introduc astfel (fig. 2.24):

- pentru nodurile situate în interiorul reţelei se utilizează elementul de suprafaţă $d\mathcal{s} = dxdy$;

- pentru nodurile situate pe peretele magnetic sau pe pereţii electrici ai reţelei se utilizează elementul de suprafaţă $\frac{d\mathcal{s}}{2}$;

- în sfârşit, pentru cele patru noduri din "colţurile" reţelei, corespunzătoare punctelor P, Q, R şi S din figura 2.1, se utilizează elementul de suprafaţă $\frac{d\mathcal{s}}{4}$.

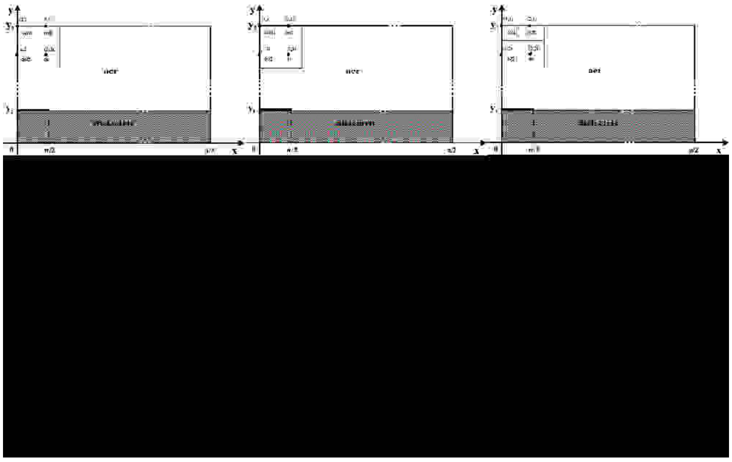


Figura 2.24. Elementele de suprafaţă utilizate pentru determinarea puterii

2.5 Concluzii

Metoda diferenţelor finite este o tehnică numerică deosebit de puternică pentru rezolvarea ecuațiilor cu derivate parțiale, utilizată cu succes în rezolvarea celor mai dificile probleme scalare şi vectoriale ale electrodinamicii, și care permite aproximarea ecuaţiilor Helmholtz cu diferenţe finite într-un număr finit de puncte din domeniul analizat. Metoda diferenţelor finite are o serie de avantaje în comparaţie cu cea a elementului finit, care în ultimul timp, prin frecvenţa întrebuinţării sale în majoritatea analizelor numerice, și prin oferta generoasă de programe software comerciale adresată mediului academic, tinde să devină un panaceu în domeniul electromagnetismului. Dincolo de faptul că matematica din spatele metodei elementului finit este destul de avansată și, prin urmare, metoda necesită expertiză matematică pentru implementarea ei, analiza elementului finit este de obicei mult mai solicitantă pentru un sistem informatic, ce depinde de tipul de analiză. Unul din avantajele metodei diferenţelor finite vizează posibilitatea reunirii celor două domenii analizate într-o singură problemă și, implicit, implementarea şi rezolvarea mai rapidă a modelului matematic. Totodată metoda diferențelor finite, permite gestionarea facilă a problemelor la frontieră și definirea condițiilor la limită, respectiv în vecinătatea stripului sau la suprafața de separare dintre mediile dielectrice.

Studiul efectuat în acest capitol optează pentru satisfacerea condiţiilor impuse câmpului electromagnetic la suprafaţa de separare dintre mediile dielectrice, și astfel este posibilă reunirea componentelor longitudinale ale câmpurilor electric şi magnetic în cadrul unei singure probleme de valori şi vectori proprii. În urma identificării vectorilor proprii sunt determinate valorile componentelor longitudinale şi apoi transversale ale câmpurilor electric şi magnetic în toate punctele reţelei de drepte din domeniile analizate.

CAPITOLUL 3

PARAMETRI LINIEI MICROSTRIP ECRANATE

Acest capitol îşi propune să definească parametrii principali ai liniei microstrip simetrice ecranate, respectiv impedanţa caracteristică, lungimea de undă, permitivitatea dielectrică efectivă şi celelalte mărimi specifice propagării câmpului electromagnetic.

În prima parte a capitolului sunt prezentate formulele obţinute cu ajutorul **aproximării cvasi-statice** a câmpului electromagnetic din structurile microstrip, în cea de-a doua parte sunt enumerate formulele obţinute cu ajutorul mărimilor furnizate de **analiza electrodinamică** a câmpului (metodă care a fost prezentată pe larg în capitolul 1), iar în final sunt stabilite domeniile de frecvenţă care fac obiectul utilizării celor două abordări.

3.1 Metode de determinare a parametrilor liniei microstrip ecranate cu ajutorul aproximării cvasistatice.

Se consideră o secţiune transversală arbitrară printr-o linie de transmisiune microstrip simetrică ecranată (celula elementară definită în capitolul 1.2, respectiv în figura 1.2), care are situat în partea superioară mediul dielectric (aerul) cu proprietăţile electrice şi magnetice, ε_1 şi μ_1, iar în cea inferioară, sub stripul metalic de lăţime w, un mediu dielectric de grosime y_1, cu permitivitate relativă $\varepsilon_2 > 1$ şi permeabilitate magnetică relativă μ_3.

Se vor prezenta, mai întâi, formulele empirice, specifice analizei efectuate cu ajutorul aproximării cvasistatice.

Calculul lungimii de undă se efectuează cu ajutorul relaţiei [27]:

$$\lambda_m = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}}, \tag{3.1}$$

unde λ_0 este lungimea de undă în spaţiul liber, iar $\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon}{K^2}$ este permitivitatea dielectrică efectivă. Valoarea coeficientului K se determină cu expresia [22]:

$$K = \begin{cases} \left[\frac{\varepsilon}{1+0,63(\varepsilon-1)\left(\frac{w}{y_1}\right)^{0,1255}} \right]^{\frac{1}{2}} & \text{pentru} \quad \frac{w}{y_1} \geq 0,6 \\ \left[\frac{\varepsilon}{1+0,6(\varepsilon-1)\left(\frac{w}{y_1}\right)^{0,1297}} \right]^{\frac{1}{2}} & \text{pentru} \quad \frac{w}{y_1} < 0,6 \end{cases}. \tag{3.2}$$

Gama de variaţie a valorilor coeficientului *K* este aproximativ egală cu 1,1÷1,3 şi este determinată de valorile permitivităţii dielectrice şi ale raportului $\frac{w}{y_1}$.

Permitivitatea efectivă se poate calcula şi cu ajutorul formulei empirice [22]:

$$\varepsilon_{ef} = 1 + q(\varepsilon - 1) = \frac{\varepsilon+1}{2} + \frac{\varepsilon-1}{2}\left(1 + \frac{10y_1}{w}\right)^{-\frac{1}{2}}, \tag{3.3}$$

unde $q = 0,55 \div 0,85$ reprezintă coeficientul de umplere al dielectricului şi depinde, de asemenea, de valorile permitivităţii dielectrice şi ale raportului $\frac{w}{y_1}$.

Formulele (3.1)÷(3.3) sunt valabile pentru o linie deschisă, cu grosimea stripului egală cu zero. Atunci când se ţine cont de grosimea stripului, *t*, în formulele de mai sus se utilizează lăţimea efectivă a acestuia:

$$w_{ef} = w + \Delta w = w + \frac{t}{\pi}\left(ln\frac{2y_1}{t} + 1\right). \tag{3.4}$$

Pentru calculul impedanţei caracteristice a liniei microstrip, obţinută cu ajutorul aproximaţiei cvasistatice, se foloseşte deseori expresia:

$$Z_0 = \frac{377y_1}{\sqrt{\varepsilon}w\left[1+1,735\varepsilon^{-0,0724}\left(\frac{w}{y_1}\right)^{-0,836}\right]} \tag{3.5}$$

3.2 Metode de determinare a parametrilor liniei microstrip ecranate cu ajutorul analizei electrodinamice

Analiza electrodinamică a câmpului electromagnetic furnizează mărimile specifice propagării şi expresiile componentelor acestuia, permiţând, astfel, calcularea tuturor parametrilor liniei microstrip ecranate.

Calculul **impedanţei caracteristice** se efectuează prin intermediul a trei procedee [27]:

- cu ajutorul valorilor diferenţei de potenţial dintre stripul metalic şi planul de masă, plasat sub stratul dielectric şi ale puterii transmise prin linie:

$$Z_0 = \frac{U^2}{(2P)};\tag{3.6}$$

- cu ajutorul raportului dintre tensiunea electrică şi curentul electric longitudinal din conductor:

$$Z_0 = \frac{U}{I};\tag{3.7}$$

- cu ajutorul valorilor puterii transmise prin linie şi ale curentului electric:

$$Z_0 = \frac{2P}{I^2}.\tag{3.8}$$

În acest fel, pentru determinarea impedanţei caracteristice a liniei microstrip este necesar să se stabilească componentele câmpului electromagnetic, iar apoi cu ajutorul acestora să se calculeze tensiunea, curentul şi puterea transmisă prin linie.

Tensiunea (diferenţa de potenţial) se calculează în plan transversal şi este dată de relaţia:

$$U = \int_0^{y_1} E_{y_1} dy|_{x=0},\tag{3.9}$$

unde integrala se calculează între două puncte echipotenţiale, plasate oriunde pe conturul conductoarelor, în cazul de faţă - între partea inferioară a ecranului şi strip. Din considerente de simetrie se alege planul x=0 la mijlocul stripului (figura 1.2):

$$I = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \eta_z dx.\tag{3.10}$$

Mărimea η_z reprezintă componenta longitudinală a densităţii de curent de conducţie şi se determină cu ajutorul relaţiei:

$$\eta_z = \frac{\partial H_x}{\partial y},\ \text{pentru}\ -\frac{w}{2} \leq x \leq \frac{w}{2}$$

Puterea transmisă prin suprafaţa $\mathcal{S}$ se defineşte astfel [27]:

$$P = \int_S \vec{p}\vec{n}\, d\mathcal{s},$$

unde $\vec{n}$ este normala la suprafaţa $\mathcal{S}$, $d\mathcal{s}$ este elementul de suprafaţă, iar $\vec{p}$ reprezintă densitatea fluxului de putere, exprimată prin intermediul vectorului Poynting cu ajutorul expresiei:

$$\vec{p} = \frac{1}{2}\ Re(\vec{E} \times \vec{H}^*),$$

iar $\vec{H}^*$ reprezintă amplitudinea complex-conjugată a câmpului magnetic.

Întrucât $\vec{n} = \vec{e}_z$, respectiv versorul normalei la secţiunea transversală este orientat de-a lungul axei z, puterea transmisă devine:

$$P = \frac{1}{2} Re \int_{\mathcal{S}} (\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*) \vec{e}_z d\mathcal{s}$$

Deoarece $\vec{E}_T \perp \vec{H}_T^*$, rezultă:

$$\vec{E}_T \times \vec{H}_T^* = |\vec{E}_T| \cdot |\vec{H}_T^*|$$

şi cum fazorii E_T şi H_T sunt în fază, puterea transmisă se calculează cu relaţia:

$$P = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{S}} |\vec{E}_T| \cdot |\vec{H}_T^*| d\mathcal{s}. \qquad (3.11)$$

Din expresia **numărului de undă longitudinal** [27] $k_\delta^2 = \omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} + \gamma^2 = k_0^2 \varepsilon_{r\delta} \mu_{r\delta} + \gamma^2$, $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$, $\delta = 1{,}2$, care are valoarea k_1 în domeniul 1 şi k_2 în domeniul 2 se pot deduce parametrii caracteristici propagării câmpului electromagnetic şi anume, constanta de fază, frecvenţa critică, lungimea de undă în linia de transmisiune microstrip, viteza de fază şi permitivitatea dielectrică efectivă; indicele δ s-a introdus pentru a diferenţia cele două domenii, delimitate de cele două medii dielectrice.

Mărimile $\varepsilon^{(\delta)}$ şi $\mu^{(\delta)}$ reprezintă permitivitatea dielectrică şi respectiv permeabilitatatea magnetică din cele două domenii, $\varepsilon_{r\delta}$ şi $\mu_{r\delta}$ sunt permitivitatea dielectrică relativă şi respectiv permeabilitatea magnetică relativă din cele două domenii, iar ε_0 şi μ_0 caracterizează propagarea câmpului electromagnetic în vid.

Mărimea γ este constanta de propagare (mărime complexă) şi se defineşte astfel [27]:

$$\gamma = \alpha + i\beta, \qquad (3.12)$$

unde α reprezintă constanta de atenuare $\left[\frac{Np}{m}\right]$, iar β este constanta de fază $\left[\frac{rad}{m}\right]$.

Deoarece în condiţii de propagare, în linia microstrip fără pierderi, constanta de propagare este pur imaginară, rezultă [27]:

$$\gamma \cong i\beta$$

Din expresia constantei de propagare, exprimată în funcţie de numărul de undă longitudinal, $k_\delta^2 = \omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} + \gamma^2 = k_0^2 \varepsilon_{r\delta} \mu_{r\delta} + \gamma^2$, $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$

$$\gamma^2 = k_\delta^2 - \omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)},$$

se observă că, întrucât termenul

$$\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_\delta \mu_\delta$$

este real şi pozitiv, constanta de propagare γ poate fi imaginară, nulă sau reală, după cum k_δ^2 este mai mic, egal sau mai mare decât $\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)}$.

Dacă se consideră cazul $\gamma=0$, rezultă:

$$k_\delta^2 = \omega_c^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} \tag{3.13}$$

unde ω_c reprezintă frecvenţa unghiulară critică, iar

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$$

este **frecvenţa critică**, un parametru esenţial al propagării câmpului electromagnetic în linia de transmisiune microstrip.

Dacă frecvenţa de lucru este mai mare decât frecvenţa critică, ceea ce este echivalent cu:

$$\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} > k_\delta^2,$$

rezultă că γ, constanta de propagare este pur imaginară, iar constanta de atenuare este nulă.

Întrucât numărul de undă longitudinal are două valori, corespunzătoare domeniilor analizate, se introduce notaţia (importanţa parametrului τ, legată de faptul că acesta permite determinarea analitică a constantei de propagare în cele două domenii reunite, a fost prezentată pe larg în secţiunea 2.1):

$$\tau \equiv \frac{k_1^2}{k_2^2} = \frac{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \beta^2}{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_2 - \beta^2} = \frac{1 - \frac{1}{v_{fr}^2}}{\varepsilon_2 - \frac{1}{v_{fr}^2}}, \tag{3.14}$$

unde v_{fr}reprezintă viteza de fază relativă (viteza de fază în linia microstrip este $v_f = v_{fr} c_0$, unde c_0 este viteza luminii).

Modul fundamental de propagare prin linia microstrip se distinge ca fiind modul corespunzător vitezei de fază care tinde către valoarea din regim static, ca şi cum frecvenţa de lucru ar tinde la zero.

Un alt parametru al liniei microstrip îl reprezintă **permitivitatea dielectrică efectivă,** care se defineşte [16], în cazul analizei electrodinamice a câmpului electromagnetic, astfel:

$$\varepsilon_{ef} = \frac{1}{v_{fr}^2} \tag{3.15}$$

Lungimea de undă în linia microstrip se defineşte cu ajutorul permitivităţii efective şi al lungimii de undă în spaţiul liber, $\lambda_o = \frac{c_0}{f}$, în mod similar cu relaţia (3.1):

$$\lambda_m = \frac{\lambda_o}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}}$$

Dacă linia microstrip este ecranată, atunci pierderile prin radiaţie lipsesc. În cazul utilizării liniilor microstrip moderne cu dielectrici de înaltă calitate, pierderile din substratul dielectric sunt, de asemenea, nesemnificative. Cea mai mare contribuţie în pierderile totale din linie o aduc pierderile în metal, care sunt neglijate atunci când grosimea conductorului este comparabilă cu adâncimea de pătrundere a câmpului electromagnetic în metal.

În situaţia în care condiţiile enumerate mai sus nu sunt îndeplinite, **atenuarea** din linia microstrip se determină ţinându-se cont de pierderile în dielectric, în conductorul metalic şi prin radiaţie.

În acest fel, constanta de atenuare se determină [27] cu ajutorul expresiei:

$$\alpha = \alpha_d + \alpha_m + \alpha_r \tag{3.16}$$

Pierderile în dielectric pot fi calculate cu formula

$$\alpha_d = 27{,}3\ \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{ef}}}{\lambda}\right) tan\,\delta \tag{3.17}$$

Pierderile prin radiaţie se pot afla din expresia

$$\alpha_r = \frac{320}{Z_0}\left(\frac{\pi\, h}{\lambda^2}\right)^2 \tag{3.18}$$

Dacă grosimea conductorului liniei depăşeşte considerabil adâncimea de pătrundere a câmpului electromagnetic în metal, pentru evaluarea aproximativă a pierderilor în metal se foloseşte relaţia:

$$\alpha_m = 8{,}7 \frac{R_S}{(Z_0 w)} \tag{3.19}$$

Dimensiunile liniare din formulele (3.16)÷(3.19) se iau în metri; *tan* δ este tangenta unghiului de pierderi în dielectric; R_S reprezintă rezistenţa de suprafaţă a metalului; constanta de atenuare în linie se măsoară în [*dB/m*].

În practică, grosimea conductorului *t* poate fi comparabilă cu adâncimea de pătrundere a câmpului în conductor şi, în acest caz, formula (3.19) nu se poate folosi. În afară de acest fapt, formula nu ia în considerare dependenţa de frecvenţă a pierderilor în metal.

Constanta de atenuare în metal se determină pornind de la pierderile relative de energie pe unitatea de lungime a liniei:

$$\alpha_m = \frac{1}{2P} \frac{dP_p}{dz}, \tag{3.20}$$

unde P_p este puterea pierdută pe unitatea de lungime.

Puterea absorbită în volumul elementar al conductorului se exprimă prin formula:

$$\Delta P_p = \frac{1}{2} Re \frac{(\eta, \eta^*)}{\sigma} \Delta x \Delta y \Delta z, \tag{3.21}$$

iar derivata acesteia, în funcţie de coordonata longitudinală z, este:

$$\frac{dP_p}{dz} = \frac{1}{2} Re \int_{\frac{(a-w)}{2}}^{\frac{(a+w)}{2}} \int_h^{h+t} \frac{\vec{\eta}\vec{\eta}^*}{\sigma} dx dy, \tag{3.22}$$

unde: $\vec{\eta} = \eta_x i_x + \eta_z i_z$ reprezintă vectorul densitate de curent;
i_x şi i_z sunt versori orientaţi de-a lungul axelor *x* şi *z*;
σ este conductivitatea mediului analizat (aici, mediul este conductor).

3.3 Concluzii

Principalii parametri ai liniei microstrip simetrice ecranate, respectiv impedanţa caracteristică, lungimea de undă şi permitivitatea dielectrică efectivă se pot calcula folosind **aproximarea cvasistatică a câmpului electromagnetic**, care utilizează formule empirice, valabile pentru frecvenţele de lucru mai mici decât *3 GHz*, sau, în condiţiile satisfacerii tuturor obiectivelor prezentate în capitolul introductiv al lucrării, folosind mărimile furnizate de **analiza electrodinamică** a câmpului electromagnetic (metodă care a fost prezentată pe larg în capitolul 1).

În cazul aproximării cvasistatice, la frecvenţe de lucru mai mici decât *3 GHz*, precizia determinării impedanţei caracteristice a liniei microstrip este de *1%* pentru valori ale raportului $\frac{w}{y_1} \geq 0{,}4$ şi de *3%* pentru valori ale raportului $\frac{w}{y_1} < 0{,}4$.

Comparativ cu modul de determinare a parametrilor liniilor microstrip cu ajutorul **aproximării cvasistatice a câmpului electromagnetic**, **analiza electrodinamică** permite calculul parametrilor liniilor cu precizie sporită în toată gama de frecvenţe a microundelor, utilizând în acest scop mărimile specifice propagării câmpului şi componentele acestuia.

Atunci când valorile lungimii de undă tind spre infinit, valorile impedanţei liniei microstrip, calculate cu relaţiile specifice analizei electrodinamice a câmpului electromagnetic, coincid cu valorile obţinute cu formula empirică (3.5). Acest fapt confirmă, încă o dată, faptul că aproximarea cvasistatică are un domeniu limitat de utilizare şi este numai un caz particular al rezolvării precise realizate prin intermediul analizei electrodinamice.

CAPITOLUL 4

ELEMENTE DE CIRCUIT SPECIFICE GAMEI MICROUNDELOR

În acest capitol sunt prezentate câteva din elementele de circuit specifice gamei microundelor (inductanţe, condensatoare, rezistoare, rezonatoare, joncţiuni şi dispozitive de excitare a liniilor de transmisiune, cuploare direcţionale, divizoare şi sumatoare de putere) şi câteva modalităţi de utilizare a acestora fără însă a epuiza diversitatea domeniului abordat.

4.1. Inductanţe, capacităţi, rezistoare şi sarcini acordate

În configuraţia circuitelor integrate de microunde se disting elemente cu parametri distribuiţi şi concentraţi, având lungimea maximă l, considerabil mai mică decât lungimea de undă din linie, notată cu λ, (de regulă, $\frac{l}{\lambda} < 0{,}1$). În acest caz, se poate neglija decalajul de fază introdus de lungimea elementului de circuit. Elementele de circuit cu parametri concentraţi grupează, în principal, inductanţele, condensatoarele, rezistoarele, realizate fizic, aşa cum se întâlnesc ele în configuraţia circuitelor care funcţionează la frecvenţe mai mici decât cele specifice microundelor, în timp ce elementele de circuit cu parametri distribuiţi sunt realizate cu ajutorul segmentelor de linie de transmisiune cu lungime egală cu fracţiuni ale lungimii de undă.

Elementele de circuit cu parametri concentraţi se pot utiliza într-o bandă de frecvenţă mai mare şi sunt mai ieftine decât cele cu parametri distribuiţi. Totuşi, de la frecvenţe de lucru specifice lungimilor de undă centimetrice, elementele de circuit cu parametri concentraţi pot produce cuplaje parazite cu efecte negative, pierderile produse sunt mai mari, iar factorul de calitate este mai slab în comparaţie cu aceiaşi parametri ai elementelor de circuit cu parametri distribuiţi. De aceea, la frecvenţele superioare din domeniul microundelor se folosesc, în principal, elementele de circuit cu parametri distribuiţi. În continuare, se analizează câteva din elementele circuitelor integrate de microunde.

Inductanţa serie (figura 4.1a), ca element de circuit cu parametri distribuiţi, se poate realiza sub forma unui segment de linie microstrip cu impedanţa caracteristică mare şi lungimea l care nu depăşeşte $\lambda/8$ (figura 4.1b). Valoarea inductanţei se poate calcula cu formula:

$$L = \frac{2\pi \cdot Z_1 l}{\omega\lambda}, \tag{4.1}$$

unde Z_l este impedanţa caracteristică a unui segment îngust de linie, iar $\omega = 2\pi f$, unde f este frecvenţa de lucru.

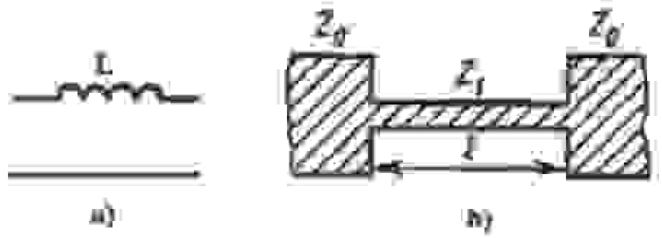


Figura 4.1 Schema echivalenta a inductanței serie a) și topologia acesteia b).

Dezavantajele alegerii acestui mod de realizare a unei inductanţe sunt gabaritele relativ mari, precum şi dificultăţile care apar în cazul în care se impune reglarea valorii acesteia.

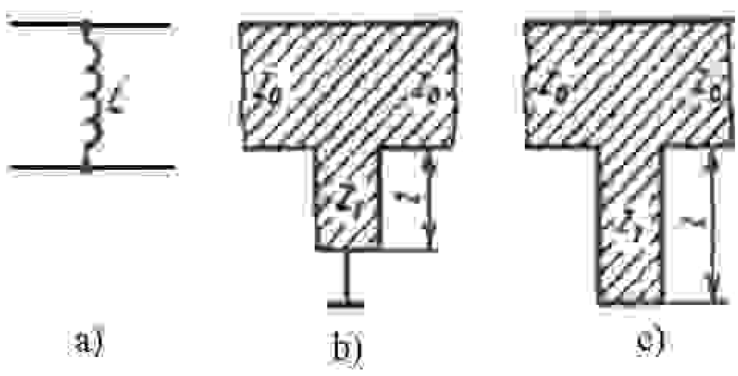


Figura 4.2 Schema echivalenta a inductanței conectată în paralel (a) și realizarea acesteia sub forma segmentului de linie in scurtcircuit (b) și în gol (c).

Segmentul de linie în scurtcircuit la capăt (figura 4.2 b) reprezintă o *inductanţă conectată în paralel* (figura 4.2 a). Lungimea acesteia este $l<\lambda/8$.

Valoarea inductanţei se calculează cu ajutorul formulei (4.1). Dacă este necesară evitarea scurtcircuitului (care anulează componenta continuă a curentului prin inductanţă), se poate folosi un segment de linie în gol la un capăt cu lungimea $\lambda/4 < l < \lambda/2$ (figura 4.2 c).

Inductanţele de valori mici (până la *unităţi de nH*) se realizează sub forma unui conductor dreptunghiular (figura 4.3 a) sau a unei bucle (figura 4.3 b şi c).

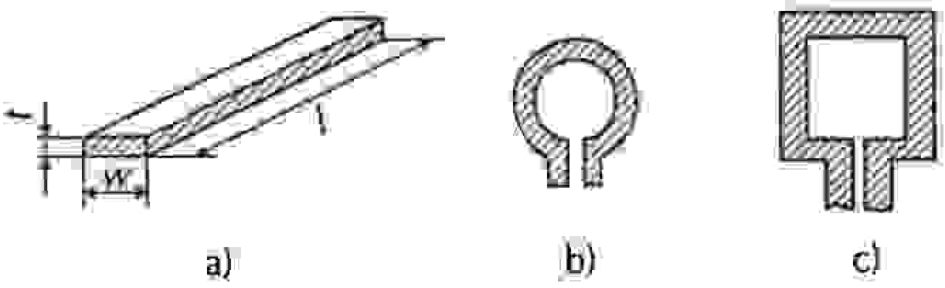


Figura 4.3 Inductanțe de valori mici realizate pe suport microstrip

În calitate de drosele sau inductanţe din compunerea circuitelor oscilante se folosesc configuraţiile sub formă de spirale circulare sau dreptunghiulare (figura 4.4 a şi b). Tehnologia actuală permite obţinerea unor inductanţe cu valori de la *unităţi de nH* la *sute de mH.*

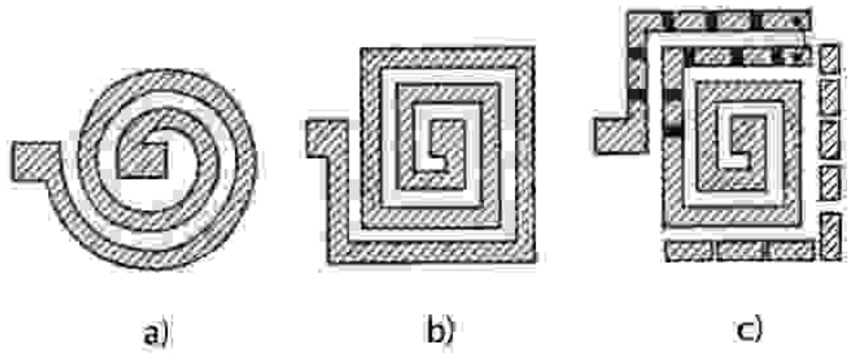


Figura 4.4 Inductanțe sub formă de spirală realizate pe suport microstrip

Pentru a evita influenţa ecranului aflat pe partea inferioară a substratului asupra valorii inductanţei se recomandă înlăturarea metalizării din zona unde se află inductanţa (se înlătură numai zona corespunzătoare proiecţiei prin dielectric a segmentului de linie care formează inductanţa). Reglajul valorii inductanţelor se poate realiza prin lipirea sau dezlipirea unor punţi de contact la capătul spiralei, modificându-se astfel numărul de spire.

În vederea realizării economiei de suprafaţă, inductanţele plane se pot realiza în variantă multistrat. Spirele inductanţelor se dispun pe plăcuţe ceramice care se lipesc una de alta.

Condensatorul serie (figura 4.5 a), ca element de circuit cu parametri distribuiţi, poate fi realizat sub forma unui interval între două segmente de linie de transmisiune, conform figurii 4.5 b. Un astfel de condensator are o valoare de ordinul *unităţilor de pF* şi poate fi calculată cu formula:

$$\frac{S}{2w} = \frac{1}{\pi} ln\left(ctg\,\frac{\lambda}{4w}\omega Z_0 C\right). \qquad (4.2)$$

Condensatoare de valori mai mari (*10 - 20 pF*) se pot obţine pe baza structurii tip pieptene (figura 4.5 c). Avantajele acestora sunt, în principal, realizarea unui factor de calitate mare şi a unei tensiuni de străpungere mare. Astfel, la frecvenţa de *2 GHz* s-a realizat un factor de calitate de *677* pentru o valoare a condensatorului egală cu *2,9 pF*. Construcţia condensatorului pe trei straturi (figura 4.5 d) poate asigura o capacitate de valoare mai mare. Valoarea acesteia, în *pF*, se determină utilizând formula condensatorului plan:

$$C = 8{,}855 \cdot 10^{-3} \frac{\varepsilon \cdot w \cdot l}{t}, \qquad (4.3)$$

unde toate dimensiunile se consideră în milimetri.

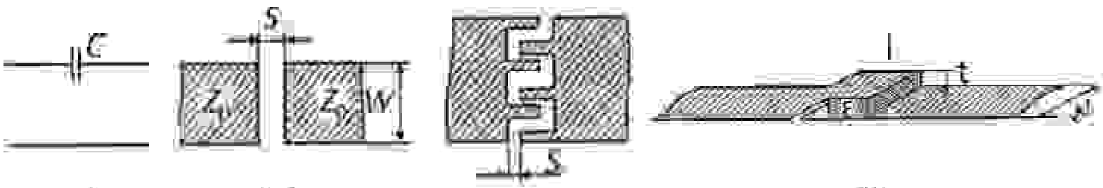


Figura 4.5 Schema echivalenta a condensatorului serie si variante de realizare a acesteia.

Condensatorul paralel (figura 4.6 a) se poate realiza sub formă de segment de linie cu lungimea $l<\lambda/8$, cu impedanţă mică Z_l, după cum se prezintă în figura 4.6, b sau c. În ambele cazuri, valoarea condensatorului se calculează cu ajutorul formulei:

$$C = \frac{2\pi \cdot l}{(z_1 \cdot \omega\lambda)}. \qquad (4.4)$$

Dacă se impune reglarea valorii condensatorului, se foloseşte o structură în reţea, ale cărei celule se izolează iniţial una de alta (figura 4.6.d). Cu o astfel de configuraţie se obţin valori ale condensatoarelor cuprinse între *1 şi 10 pF.*

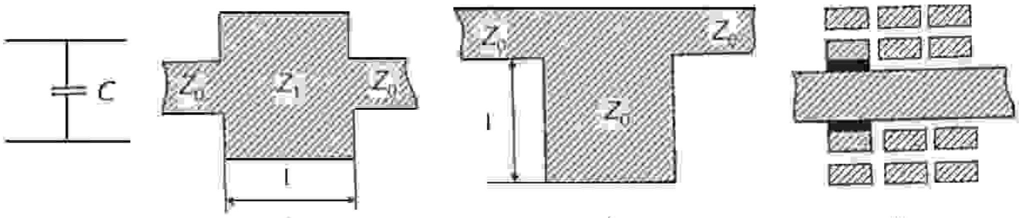


Figura 4.6 Schema echivalenta a condensatorului paralel și variante de realizare a acestuia

Condensatorul *paralel* se poate realiza, de asemenea, sub formă de condensator plan (figura 4.7), care are însă capacitate specifică mică. De exemplu, pe un substrat cu grosimea $h = 0{,}5\text{mm}$ și permitivitatea $\varepsilon = 10$, capacitatea specifică este *0,1 pF/mm²*. Avantajele condensatoarelor de acest tip, factorul mare de calitate, tensiunea mare de străpungere, oferă posibilitatea realizării tehnologice a unei game largi a valorii acestora.

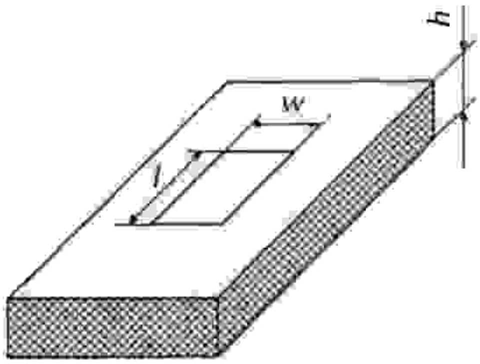


Figura 4.7 Condensatorul paralel realizat sub formă de condensator plan.

Condensatoarele pe bază de structuri peliculare (figura 4.8) dispun de o mare capacitate specifică. Armătura inferioară a acestui condensator este un strat metalizat aplicat pe substrat. Peste aceasta se aplică o peliculă de dielectric pentru care se folosesc SiO_2, SiO, SiN. Deasupra dielectricului se aplică o suprafaţă conductoare care joacă rolul celei de-a doua armături a condensatorului. Valoarea condensatorului pelicular se poate calcula cu o precizie de până la 5%, folosindu-se pentru aceasta formula condensatorului plan. Capacitatea condensatorului pelicular se poate mări micşorând grosimea peliculei, însă această procedură se poate aplica până la o anumită limită, pentru a evita astfel apariţia perforaţiilor în dielectric şi micşorarea considerabilă a tensiunii de străpungere. Practic, în prezent, se ating capacităţi specifice între *30 şi 50 pF/mm²*.

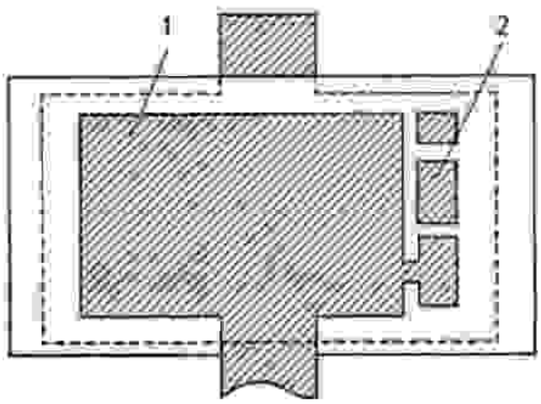


Figura 4.8 Condensator de capacitate mare pe bază de structura plană; 1 – condensator principal; 2 – elemente de reglare fină.

În figura 4.9 este prezentată structura unui condensator MOS. Tehnologia de fabricaţie a acestor condensatoare seamănă mult cu tehnologia de fabricaţie specifică tranzistoarelor. Rolul armăturii inferioare îl joacă o placă de siliciu puternic dopat (n^+). Peste aceasta se depune o peliculă de bioxid de siliciu, a cărei grosime se poate reduce până la *0,3-0,5 mm*, fără apariţia pericolului străpungerii condensatorului. Această tehnologie permite obţinerea de valori mari ale capacităţii specifice. La o grosime a peliculei de SiO_2 de *0,4 mm*, capacitatea specifică este de *100 pF/mm²*. Tensiunea de străpungere în acest caz depăşeşte *100 V*.

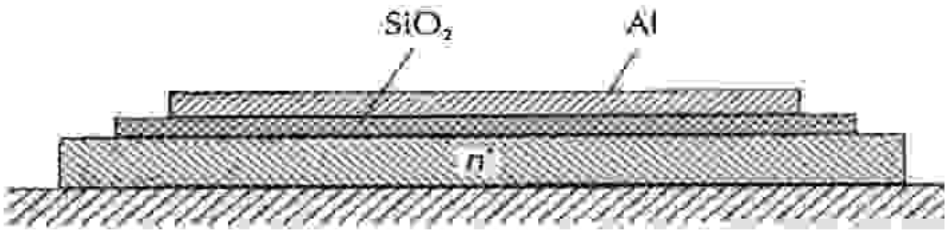


Figura 4.9 Structura condensatorului MOS

A doua armătură a condensatorului este o peliculă de aluminiu, aplicată prin vaporizare termică deasupra celei de bioxid de siliciu.

Rezistoarele, alte elemente specifice circuitelor integrate de microunde, se folosesc pe scară largă în compunerea circuitelor de alimentare şi de comandă, în schemele sumatoarelor şi divizoarelor de putere, atenuatoarelor rezistive şi sarcinilor acordate. Un exemplu de rezistor, în postura de element cu parametri concentraţi, îl reprezintă rezistorul pelicular care se aplică direct pe substrat şi se conectează în circuit cu ajutorul unor segmente de linie (figura 4.10 a). Pentru realizarea rezistoarelor cu rezistenţe de la *25 la 100 Ω* se folosesc pelicule rezistive cu grosimi cuprinse între *0,7 la 0,2 mm*.

Rezistenţa nominală a rezistorului se determină cu expresia:

$$R = \frac{R_s \cdot l}{w}, \tag{4.5}$$

unde R_s este rezistenţa de suprafaţă a stratului [Ω/m^2], iar l şi w sunt lungimea şi lăţimea stratului rezistiv. La realizarea peliculelor rezistive se folosesc tantal, NiCr sau crom.

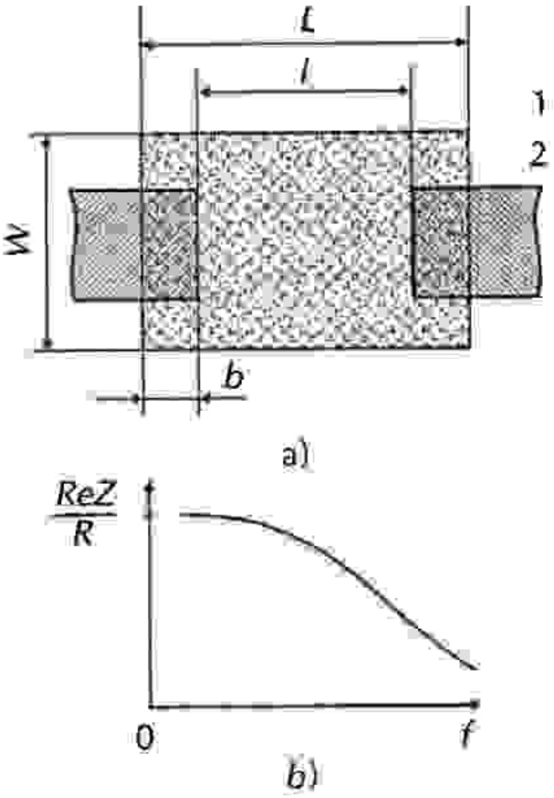


Figura 4.10 Caracteristica rezistorului pelicular (a) și caracteristica de frecvență a componentei active a impedanței acestuia; 1 – peliculă rezistivă; 2 – segment de conductor.

Structura unui astfel de rezistor conţine şi o valoare capacitivă distribuită, care se poate calcula aproximativ, folosindu-se formula pentru condensatorul plan. Dacă se neglijează inductanţa distribuită, impedanţa complexă a rezistorului poate fi determinată cu ajutorul raportului:

$$Z = \frac{R}{1+j\cdot\omega\frac{CR}{3}}. \tag{4.6}$$

Caracteristica de frecvenţă a componentei active a rezistenţei este prezentată în figura 4.10 b.

Rezistoarele peliculare cu lungimea de maxim *1 mm* pot fi întrebuinţate până la frecvenţe egale cu *18 GHz*. Una din cele mai importante caracteristici ale rezistoarelor este puterea de disipaţie admisă, care depinde de termoconductibilitatea materialului din substrat şi de suprafaţa peliculei rezistive. Pentru a evita supraîncălzirile locale, rezistoarele se proiectează, de obicei, pentru o putere de disipaţie de aproximativ *0,5 W*. Pentru o putere mai mare de radiaţie se întrebuinţează rezistoare cu parametri distribuiţi (care se realizează asemănător cu inductanţa distribuită prezentată în figura 4.4, cu valoarea dată de rezistenţa de suprafaţă a segmentului de linie) sau rezistoare realizate sub forma unui sector de cerc sau a unui trapez (figura 4.11).

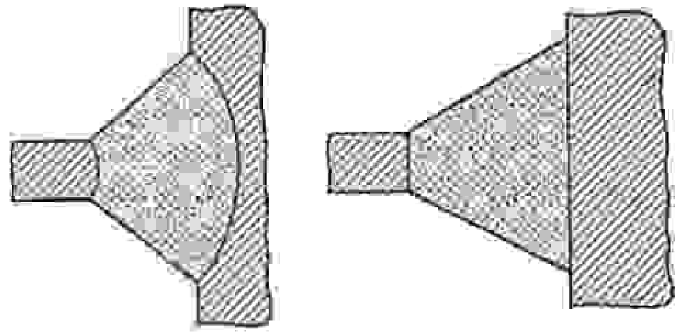


Figura 4.11 Variante de rezistoare peliculare cu putere ridicata de disipație

Rezistoarele folosite ca sarcini acordate de microunde se introduc între linia de legătură şi linia de scurtcircuitare. Scurtcircuitul se realizează printr-un orificiu metalizat în substrat. Ca element de scurtcircuitare se mai poate folosi o linie cu lungimea $l<\lambda/4$ (figura 4.12).

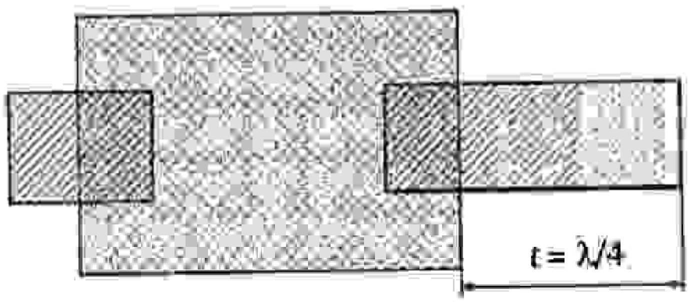


Figura 4.12 Sarcină acordată cu rezitor și segment de linie in λ/4.

4.2 Rezonatoare realizate cu linii de transmisiune şi cu structuri dielectrice

Rezonatoarele reprezintă elemente de bază ale sistemelor oscilante şi dispozitivelor de microunde. Din punctul de vedere al procedeelor de realizare, rezonatoarele pot fi împărţite în rezonatoare de suprafaţă şi volum.

În prezent, problema analizei rezonatoarelor de suprafaţă nu este strict rezolvată; de aceea, pentru realizarea calculului acestora se folosesc metode aproximative. Una din metode constă în înlocuirea rezonatorului de suprafaţă cu modelul Oliner.

Modelul este umplut uniform cu dielectric cu permitivitate dielectrică relativă efectivă, ε_{ef}, iar dimensiunile geometrice ale acestuia reprezintă dimensiunile efective ale rezonatorului.

Dimensiunile efective şi permitivitatea dielectrică efectivă se obţin pornind de la condiţia de egalitate a energiei totale a câmpului rezonatorului şi a modelului acestuia.

În figura 4.13.a este prezentată topologia rezonatorului cu linie microstrip, iar în figura 4.13.b modelul acestui rezonator.

Pentru o grosime mică a substratului ($h << w_{ef}$ și $h << l_{ef}$) se pot neglija variaţiile câmpului de-a lungul axei y şi se poate admite că în rezonator pot exista oscilaţii de tip cvasi, respectiv E_{m0n}, unde indicele m reprezintă numărul de semiunde cuprinse de-a lungul axei x, iar indicele n numărul de semiunde de-a lungul axei z.

Lungimea de undă de rezonanţă se poate determina cu ajutorul formulei aproximative

$$\lambda_{rez} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_{ef}}}{\sqrt{\left(\frac{m}{w_{ef}}\right)^2 + \left(\frac{n}{l_{ef}}\right)^2}} \tag{4.7}$$

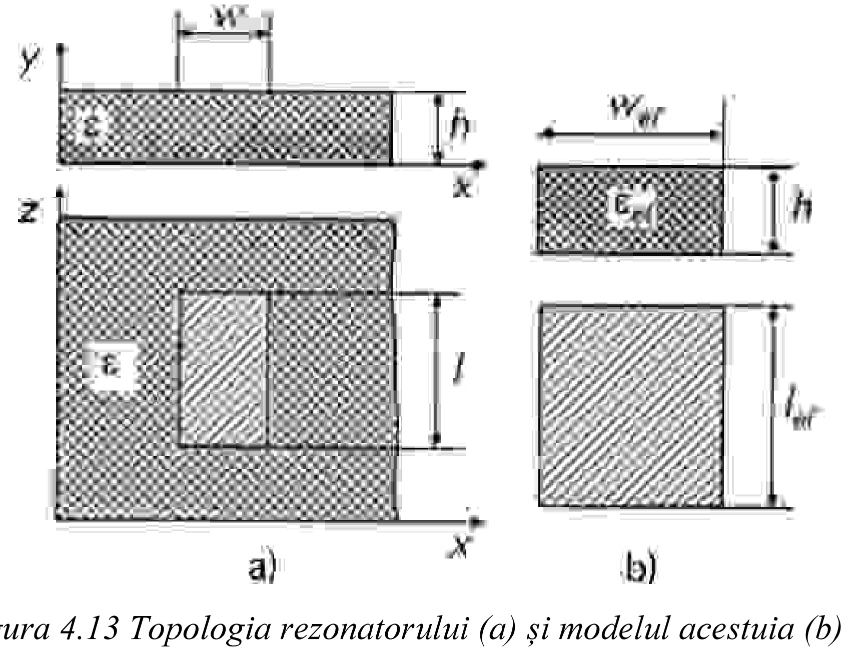


Figura 4.13 Topologia rezonatorului (a) și modelul acestuia (b)

Structura câmpului electromagnetic din acest rezonator pentru oscilaţiile E_{001} si E_{101} este prezentată în figura 4.14.

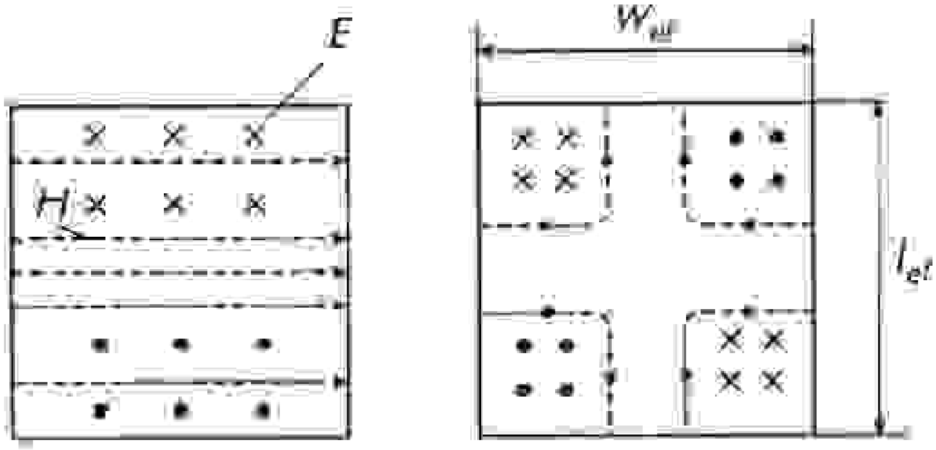


Figura 4.14 Distribuția câmpului electromagnetic pentru oscilaţiile E_{001} și E_{101} din rezonatorul prezentat în figura 4.13.

Pentru oscilaţiile E_{001} , lungimea efectivă a rezonatorului este:

$$l_{ef} = \frac{\lambda_{rez}}{(2\sqrt{\varepsilon_{ef}})} = \frac{\lambda}{2} \tag{4.8}$$

În circuitele integrate de microunde, de obicei $\lambda/h >> 1$, şi de aceea lungimea efectivă a rezonatorului se poate considera egală cu lungimea lui geometrică. Rezonanţa undelor electromagnetice este posibilă, de asemenea, şi într-un rezonator cu lungimea $\lambda/4$.

Rezonatorul poate fi realizat în scurtcircuit sau în gol la unul din capete. Analiza rezonatoarelor realizate cu linii de transmisiune se poate face cu ajutorul schemelor echivalente ale acestora.

Schema echivalentă a unei linii de transmisiune cu $l=\lambda/4$ şi scurtcircuitată la un capăt (circuit oscilant paralel la rezonanţă) este reprezentată în figura 4.15.a, iar pentru $l = \lambda/2$ - figura 4.15.b, respectiv un circuit oscilant serie. În cazul liniilor aflate în gol, schema echivalentă a liniei cu $\lambda/2$ este un circuit oscilant serie, iar pentru $l = \lambda/4$ - un circuit oscilant paralel.

Parametrii *L* şi *C* ai schemei echivalente se află din caracteristica amplitudine - frecvenţă a rezonatorului. Un dezavantaj esenţial al rezonatorului în gol îl reprezintă existenţa unor pierderi substanţiale de radiaţie şi evident un factor de calitate redus.

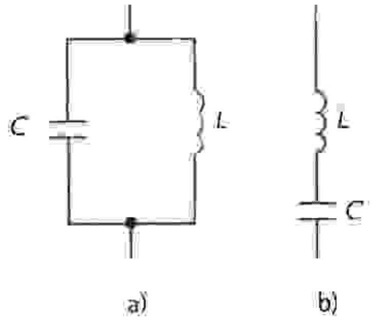


Figura 4.15 Schemele echivalente ale rezonatorului în scurtcircuit: a) în $\lambda/4$; b) în $\lambda/2$

Folosind un rezonator în formă de potcoavă (figura 4.16), se poate micşora influenţa efectului regional pentru rezonatorul în $\lambda/2$, deoarece apropierea capetelor, unde oscilaţiile sunt în antifază, reduce pierderile de radiaţie. Totuşi, o dată cu micşorarea intervalului, notat în figura 4.16 cu *s*, se observă, pe lângă micşorarea pierderilor de radiaţie, o creştere a pierderilor datorate conductorului liniar.

Ca urmare, dependenţa factorului de calitate al rezonatorului de mărimea intervalului s are un maxim, permiţând, astfel, alegerea valorii optime a lui *s*. Cercetările demonstrează că factorul de calitate al rezonatorului în formă de potcoavă, care are un interval ales optim, este cu aproximativ 55% mai mare decât al celui liniar. În plus, utilizarea rezonatoarelor în formă de potcoavă permite reducerea suprafeţei ocupate în cadrul circuitului integrat.

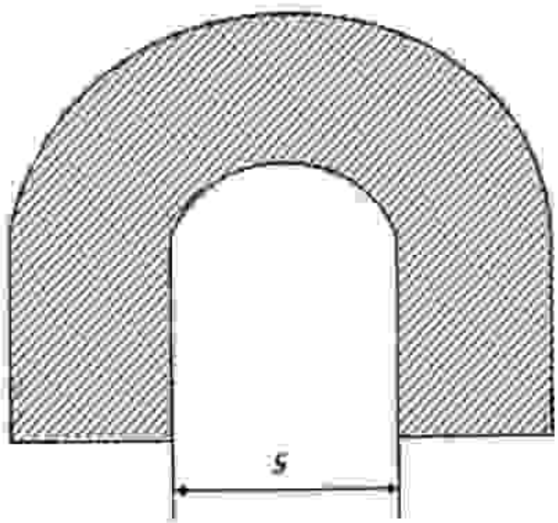


Figura 4.16 Rezenator în forma de potcoavă

Rezonatoarele scurtcircuitate la un capăt au factorii de calitate mai buni, dar realizarea scurtcircuitului nu este întotdeauna o problemă simplă din punct de vedere tehnologic.

Modalităţile de cuplare a rezonatoarelor sunt diferite. Cele mai răspândite procedee de cuplare, utilizând schema dipolului sunt prezentate în figura 4.17. Dimensiunea intervalului s se alege pornind de la coeficientul de cuplaj respectiv. Procedeele de cuplare a rezonatorului, utilizând schema cuadripolului, sunt prezentate în figura 4.18.

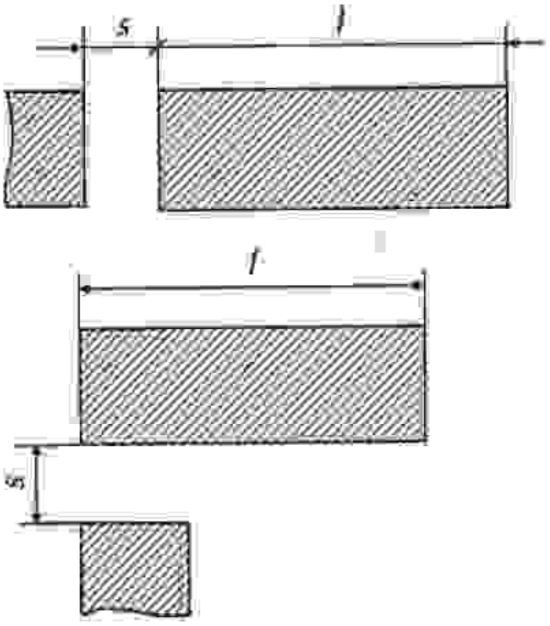


Figura 4.17 Variantele de cuplare a rezonatorului în linie după schema dipolului

Rezonatoarele se pot conecta în structura circuitelor integrate şi cu ajutorul segmentelor de linie (figura 4.18).

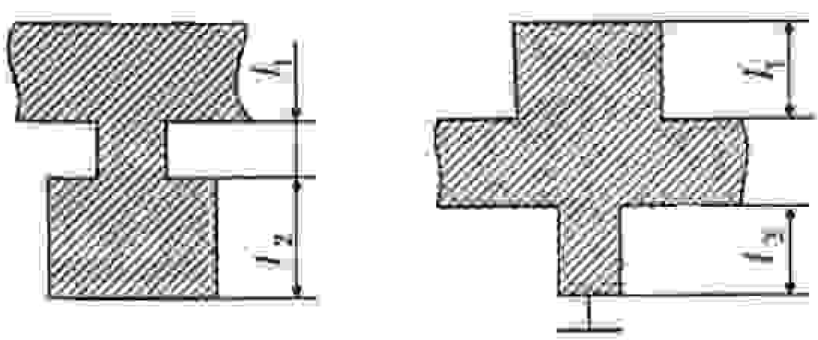


Figura 4.18 Topologia rezonatoarelor sub forma de combinații de segmente de linie

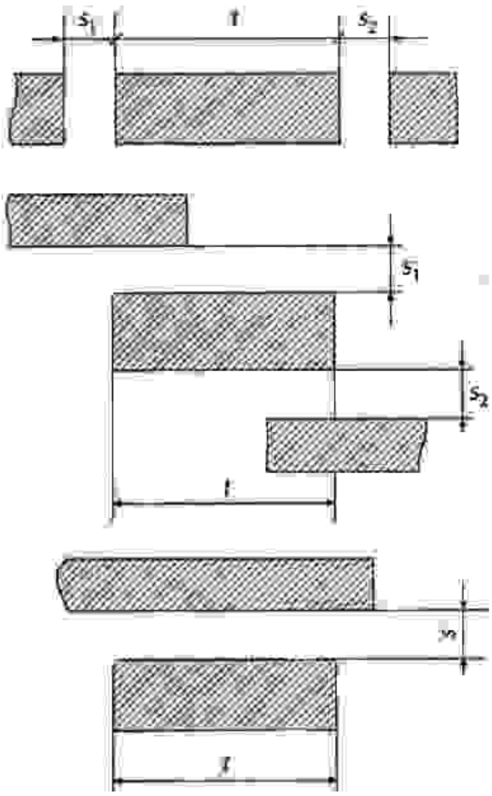


Figura 4.19 Variantele de cuplare a rezonatorului în linie după schema quadripolului

Rezonatoarele se pot conecta în structura circuitelor integrate şi cu ajutorul segmentelor de linie (figura 4.19).

În dispozitivele de microunde îşi găsesc întrebuinţarea şi alte tipuri de rezonatoare, a căror topologie este prezentată în figura 4.20.

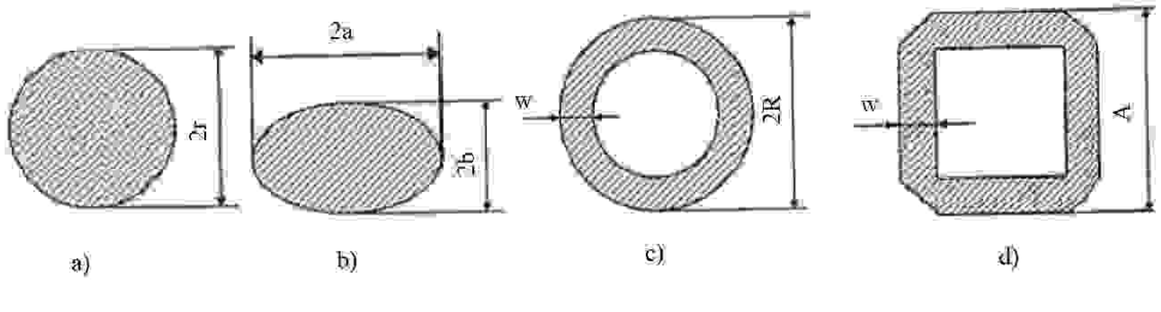


Figura 4.20 Variante de topologii ale rezonatoarelor: a) circulară; b) elipsoidală; c) inelar circulară; d) inelar dreptunghiulară

În cazul folosirii unui substrat subţire în rezonatorul circular (figura 4.20.a) pot apărea oscilaţii de tip cvasi, respectiv E_{mno}, unde m şi n - reprezintă numărul de semiunde care se regăsesc în circumferinţa rezonatorului şi de-a lungul razei. Lungimea de undă la rezonanţă se determină cu ajutorul formulei:

$$\lambda_{rez} = \frac{2\pi \cdot r_{ef}\sqrt{\varepsilon_{ef}}}{v_{mn}} \tag{4.9}$$

unde r_{ef} - raza efectivă; ε_{ef} - permitivitatea dielectrică efectivă a modelului bidimensional al rezonatorului; n_{mn} - rădăcina a n-a a derivatei funcţiei Bessel de ordinul m. Modurile de undă inferioare ale oscilaţiilor sunt E_{110} şi E_{210} (n_{11} şi n_{21} sunt valorile minime posibile ale rădăcinilor derivatei funcţiei Bessel). Structura câmpului modurilor de undă în acest rezonator este prezentată în figura 4.21.

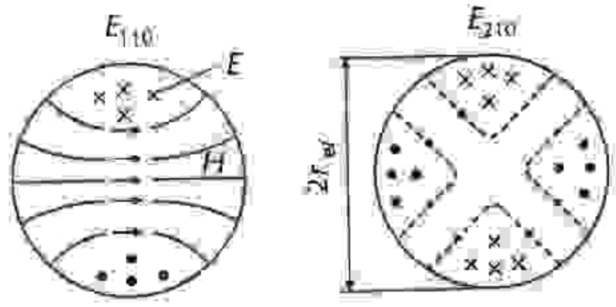


Figura 4.21 Distribuția câmpului modurilor de undă E_{110} şi E_{210} *în rezonatorul circular cu linie microstrip*

Calculul rezonatoarelor elipsoidale se efectuează pe baza teoriei ghidurilor de undă elipsoidale.

În proiectarea circuitelor de microunde se mai întrebuinţează şi rezonatoare dielectrice de volum, care, în comparaţie cu rezonatoarele de suprafaţă, au un factor de calitate mai bun.

Funcţionarea rezonatorului dielectric de volum este analogă cu cea a rezonatorul cu ghid de undă umplut cu dielectric.

Rezonatoarele dielectrice pot avea forme diferite: dreptunghiulară, cilindrică, sub formă de disc (figura 4.22), însă cea mai mare răspândire au dobândit-o, datorită tehnologiei, rezonatoarele cilindrice.

De obicei, rezonatoarele se realizează din materiale cu permitivitate dielectrică mare. Câmpul electromagnetic se concentrează în interiorul rezonatorului, iar pierderile de radiaţie sunt neglijabil de mici. Pentru $\varepsilon > 100$, factorul de calitate depinde numai de pierderile datorate dielectricului:

$$Q \approx \frac{1}{\tan\delta} \qquad (4.12)$$

şi poate ajunge la câteva mii. Alt avantaj al rezonatoarelor dielectrice îl reprezintă gabaritul mic. Astfel, pentru $\varepsilon > 100$, lungimea de undă în rezonator $\lambda_{rez} = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon}} = 0{,}1\lambda$, dimensiunile acestuia fiind cu un ordin de mărime mai mici decât lungimea de undă.

Figura 4.22 Tipologia rezonatoarelor de volum

4.3 Joncţiuni între liniile de transmisiune standard. Dispozitive de excitare şi scurtcircuitare

Dispozitivele de microunde sunt organizate funcţional şi constructiv pe blocuri. Legătura între ele şi măsurarea parametrilor acestora se realizează cu ajutorul liniilor de transmisiune standard coaxiale sau ghid de undă. Conectarea liniilor microstrip cu linia coaxială sau ghid de undă se asigură prin intermediul unor joncţiuni. În cazul utilizării aparaturii de măsură sunt necesare: o bună adaptare, pierderi mici, legătură rapidă şi sigură. În plus, se impun alte cerinţe care vizează: stabilitate la influenţele climatice şi mecanice, ermeticitate, simplitatea construcţiei, dimensiuni mici şi preţ scăzut.

Joncţiunile dintre circuite (module) de microunde se pot clasifica după tipurile liniilor conectate, respectiv: joncţiuni linii coaxiale–linii microstrip, ghid de undă–linie microstrip, joncţiunea linie microstrip - linie cu fante etc.

Cel mai des, pentru conectarea circuitelor de microunde se întrebuinţează liniile coaxiale. Constructiv, joncţiunile coaxiale - microstrip diferă după dispunerea reciprocă a axelor cablului coaxial şi ale conductorului liniei microstrip, după tipul liniei microstrip cu care se face conexiunea, după tipul sectorului de trecere, după modul de realizare a conexiunii etc. Firul central al cablului coaxial şi conductorul microstripului pot fi pe aceeaşi axă (axiale, conexiune la capete) şi perpendiculare.

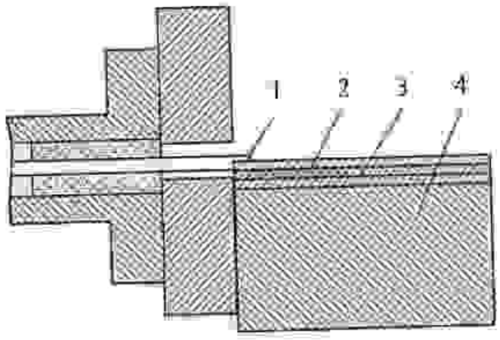


Figura 4.23 Joncțiune linie coaxială - linie microstrip pe aceeași axă; 1-conductor central al liniei coaxiale; 2 - conductor al liniei microstrip; 3 – substrat; 4 – suport.

Joncţiunea axială (figura 4.23) este mai simplă decât cea perpendiculară dar are inconvenientul că deformează mai mult structura câmpului electromagnetic. Joncţiunile perpendiculare (figura 4.24) se mai recomandă şi atunci când impedanţele caracteristice şi dimensiunile liniilor coaxiale şi ale microstripului diferă mult. Adaptarea în astfel de joncţiuni se realizează alegând diametrul pivotului de legătură care trece prin substratul *2* şi dimensiunile bucşei coaxiale dielectrice *3*. Uneori pentru îmbunătăţirea adaptării se îndepărtează dielectricul din jurul pivotului.

Adaptarea necesară poate fi obţinută şi prin conectarea unui segment de linie în gol sau în scurtcircuit la punctul de întâlnire a pivotului cu conductorul liniei microstrip. Reglajul se realizează prin modificarea lungimii segmentului de adaptare. Lungimea liniei în gol este egală cu aproximativ $\lambda/2$, iar a celei în scurtcircuit este egală cu $\lambda/4$.

Joncţiunile ghid de undă-linie microstrip se folosesc, în principal, în gamele lungimilor de undă centimetrice şi milimetrice.

Cea mai utilizată soluţie, care oferă cea mai mare bandă de frecvenţă, este cea prezentată în figura 4.25, unde adaptarea se realizează cu ajutorul unui ghid de undă în formă de π.

Adaptarea între ghid şi linia microstrip se asigură printr-o configuraţie în trepte sau continuă, funcţie de soluţia de adaptare aleasă (Cebîşev sau Butterworth).

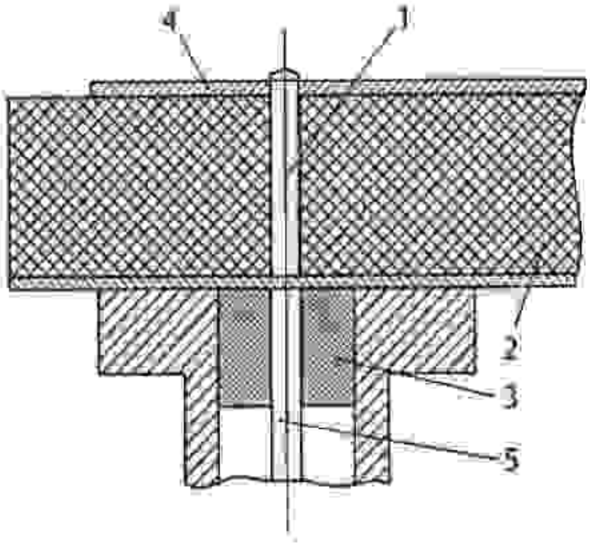


Figura 4.24 Joncțiune perpendiculară linie coaxială - linie microstrip 1- pivot; 2 - substrat; 3 –bucșă dielectrică; 4 – conductor al liniei microstrip; 5 - conductor central al liniei coaxiale.

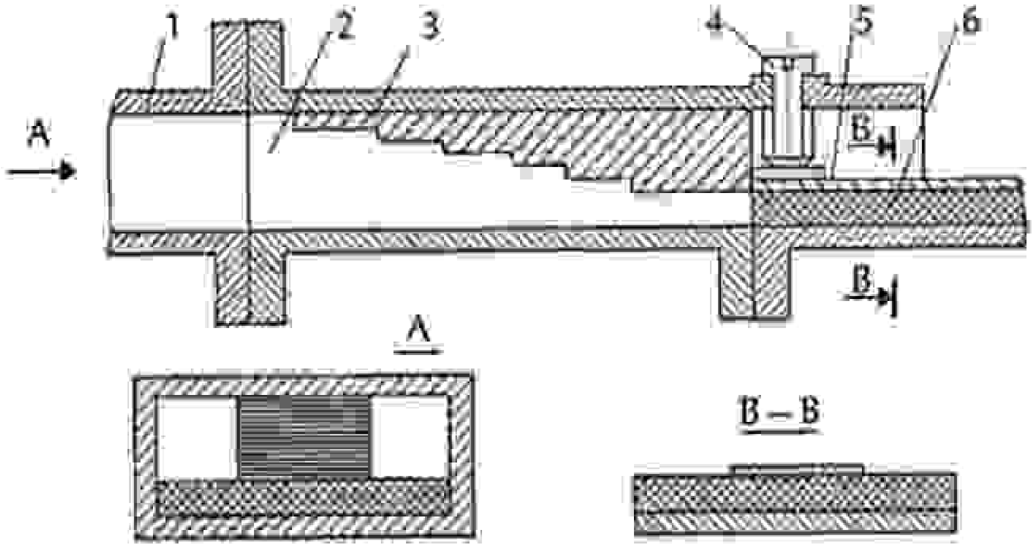


Figura 4.25 Joncțiune ghid de undă – linie microstrip. 1- ghid de undă dreptunghiular; 2 – trecerea de la ghidul de undă dreptunghilar la cel în formă de π; 3 – intercalarea în trepte a ghidului de undă în formă de π; 4 – șurub dielectric; 5 – placă de contact; 6 - strip

Joncţiunea paralelă de la ghidul de undă la linia microstrip poate fi realizată cu ajutorul unei sonde cu bilă la capăt (figura 4.26).

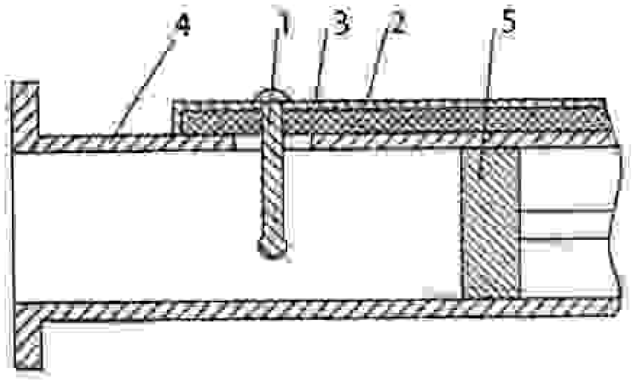


Figura 4.26 Joncțiune ghid de undă – linie microstrip cu sondă:
1 – sondă metalică; 2 – substrat dielectric; 3 - conductor linie microstrip; 4 – segment de linie în scurtcircuit; 5 – piston de scurtcircuitare.

Peretele ghidului de undă este în acelaşi timp suportul de masă al liniei microstrip. Adaptarea acestei joncţiuni se realizează prin alegerea diametrului sondei şi al orificiului din peretele ghidului de undă, precum şi a lungimii segmentelor de linie în scurtcircuit aflate pe linia microstrip sau a sectorului de ghid de undă cu scurtcircuit reglabil.

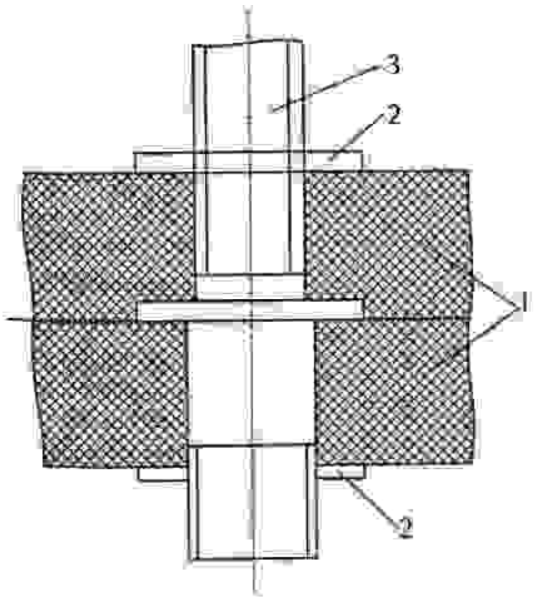


Figura 4.27 Scurtcircuit cu ajutorul șurubului: 1 - substrat; 2 - șaibă: 3 - șurub.

Scurtcircuitarea liniilor se poate realiza cu ajutorul şuruburilor (figura 4.27), prin aplicarea unei folii metalice în formă de scoabă la marginea liniei (figura 4.28), cu ajutorul unui orificiu (figura 4.29) prin substrat sau utilizând segmente de linie în gol de lungime $\lambda/4$.

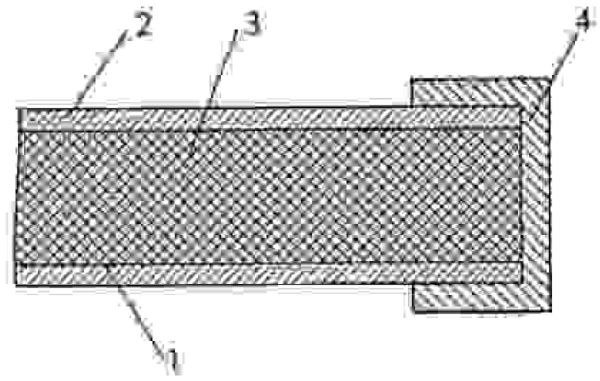


Figura 4.28 Scurtcircuit la marginea substratului: 1 – metalizare; 2 – conductor linie; 3 -substrat; 4 - scoabă.

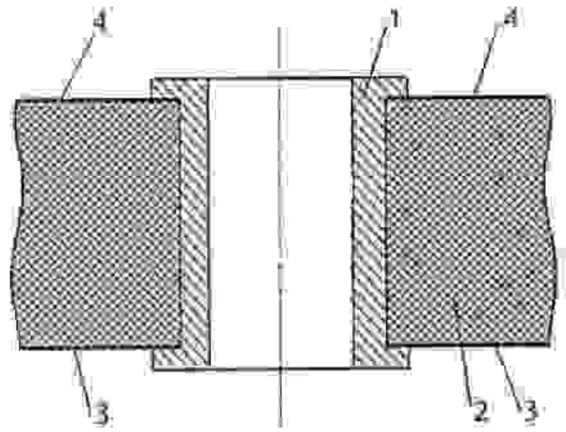


Figura 4.29 Scurtcircuit prin orificiu: 1 – bucșă de metal; 2 – substrat; 3 - metalizare; 4 - conductor linie.

4.4 Cuploare direcţionale

Cuplorul direcţional este un multiport care realizează distribuirea controlată a energiei.

Un exemplu în acest sens îl reprezintă cuplorul direcţional de 3 dB care realizează divizarea egală a puterii între braţele cuplate. În figura 4.30 sunt prezentate câteva variante de cuploare direcţionale.

Matricea de repartiţie a cuplorului direcţional este (semnificaţia parametrilor *S* se tratează pe larg în cadrul capitolului 5):

$$[\boldsymbol{S}] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \qquad (4.13)$$

Parametrii cuploarelor direcţionale pot fi determinaţi cu ajutorul elementelor matricei [$\boldsymbol{S}$]. Se analizează configuraţia cuplorului din figura 4.30 a.

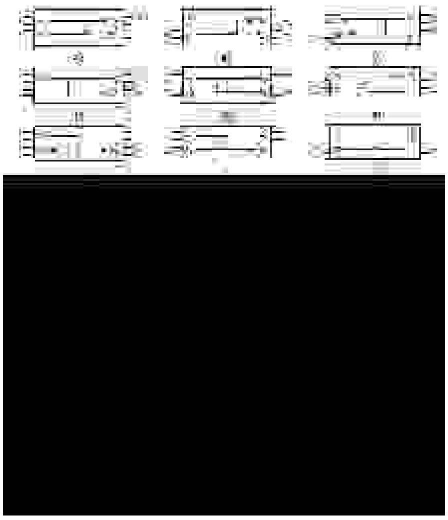


Figura 4.30 Cuploare direcţionale

Atenuarea de lucru [dB] este determinată de raportul puterilor la intrarea şi ieşirea liniei primare (P_1P_3)

$$C_{13} = 10\,lg\left(\frac{P_1}{P_3}\right) = 10\,lg\left(\frac{1}{|S_{13}|^2}\right) \qquad (4.14)$$

Atenuarea de trecere inversă [dB] este determinată de raportul puterilor la intrarea liniei primare şi la ieşirea liniei secundare (P_1P_2), ieşire cuplată la intrarea respectivă:

$$C_{12} = 10\,lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = 10\,lg\left(\frac{1}{|S_{12}|^2}\right) \qquad (4.15)$$

Atenuarea de cuplaj [dB] depinde de raportul puterilor la intrarea liniei primare şi la ieşirea decuplată a liniei secundare:

$$C_{14} = 10\,lg\left(\frac{P_1}{P_4}\right) = 10\,lg\left(\frac{1}{|S_{14}|^2}\right) \qquad (4.16)$$

Directivitatea cuplorului:

$$C_{24} = 10\,lg\left(\frac{P_2}{P_4}\right) = 10\,lg\left(\frac{|S_{12}|^2}{|S_{14}|^2}\right) \qquad (4.17)$$

Neuniformitatea divizării reprezintă diferenţa dintre atenuarea de trecere inversă şi atenuarea din linia primară, respectiv $\Delta C = C_{12} - C_{13}$.

Coeficientul de divizare în tensiune este egal cu $V = \frac{S_{13}}{S_{12}}$, iar *coeficientul de divizare în putere* este $p = |V^2| = \frac{|S_{13}|^2}{|S_{12}|^2}$.

În funcţie de diferenţa de fază între ieşiri, cea mai mare răspândire au dobândit-o cuploarele în cuadratură ($\Delta\varphi = 90^o$) şi sinfazice - antifazice ($\Delta\varphi = 0^o$, $\Delta\varphi = 180^o$).

În matricea de repartiţie a cuploarelor direcţionale ideale, pentru configuraţia din figura 4.30a, elementele S_{11}, S_{22}, S_{33}, S_{44} sunt toate egale cu zero (condiţiile de adaptare ideală) şi respectiv S_{14}, S_{41}, S_{23}, $S_{32} \equiv 0$ (condiţiile decalajului ideal). În condiţii reale, decuplajul are o valoare finită, respectiv în ramura decuplată se aplică o parte din puterea de la intrare.

În continuare se vor prezenta câteva aplicaţii ale cuploarelor direcţionale specifice circuitelor integrate de microunde.

Cuplorul direcţional, inel hibrid (figura 4.31). Inelul are lungimea 1,5 *l.* La aplicarea unei tensiuni în ramura 1, semnalul de intrare se împarte în două părţi şi se propagă pe două canale. Semnalele de ieşire se formează sinfazic (ventru de tensiune) în punctele *B* şi *D* ale inelului şi în antifază în punctul *C* (nod de tensiune).

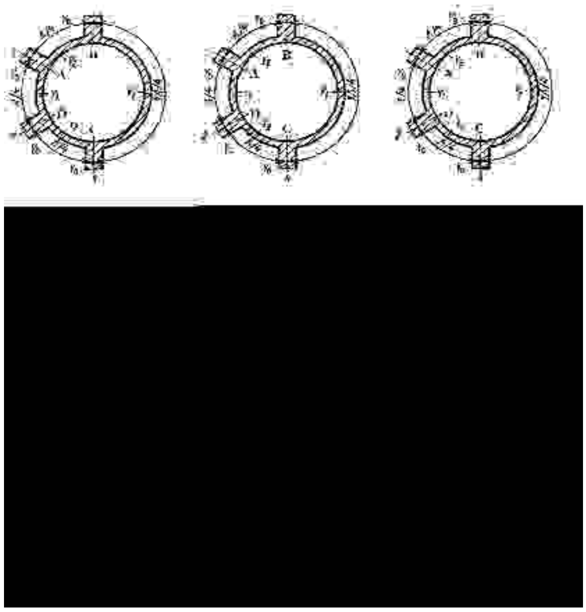


Figura 4.31 Topologia cuplorului direcţional inel hibrid.

În caz de egalitate a amplitudinilor acestor semnale, tensiunea în punctul *C* este egală cu zero şi puterea în ramura 4 nu se transmite. În acest fel, semnalul care intră în ramura 1 se împarte între ramurile 2 şi 3.

Pentru a afla configuraţia matricei [***S***] în condiţiile adaptării ideale este nevoie să se scrie matricea de repartiţie care să ţină cont de proprietăţile multiportului.

Dacă se ţine cont de una din teoremele multiporţilor, care susţine că un multiport reciproc şi fără pierderi, care îndeplineşte condiţia de decuplaj, are termenii S_{ii} egali în modul şi apoi se consideră $S_{14}=S_{23}=0$, rezultă:

$$[\boldsymbol{S}] = \begin{bmatrix} |\alpha|e^{i\varphi_{11}} & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & |\alpha|e^{i\varphi_{22}} & 0 & S_{24} \\ S_{13} & 0 & |\alpha|e^{i\varphi_{33}} & S_{34} \\ 0 & S_{24} & S_{34} & |\alpha|e^{i\varphi_{44}} \end{bmatrix} \qquad (4.18)$$

unde $|S_{11}| = |S_{22}| = |S_{33}| = |S_{44}| = |\alpha|$.

Conform relaţiei [$\boldsymbol{S}$] [$\boldsymbol{S}$]*= [1], care statuează matricea [$\boldsymbol{S}$] este simetrică şi unitară, se obţine:

$$\alpha^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1$$

$$\alpha^2 + |S_{12}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \qquad (4.19)$$

$$\alpha^2 + |S_{12}|^2 + |S_{34}|^2 = 1$$

$$\alpha^2 + |S_{12}|^2 + |S_{34}|^2 = 1$$

Din relaţiile de mai sus rezultă:

$$|S_{12}| = |S_{13}| = |S_{24}| = |S_{34}| = \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}.$$

Dacă se alege $\varphi_{12}=\varphi_{13}=\varphi_{24}$, $\varphi_{34}=\varphi_{13}+\pi$ şi $S_{34} = \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i(\varphi_{13}+\pi)} = -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{13}}$

matricea [$\boldsymbol{S}$] devine:

$$[\boldsymbol{S}] = \begin{bmatrix} |\alpha|e^{i\varphi_{11}} & \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & 0 \\ \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & |\alpha|e^{i\varphi_{22}} & 0 & \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} \\ \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & 0 & |\alpha|e^{i\varphi_{33}} & -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} \\ 0 & \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & |\alpha|e^{i\varphi_{33}} \end{bmatrix}. \qquad (4.20)$$

Dacă se consideră că, în conformitate cu o altă teoremă a multiporţilor, care susţine că un multiport reciproc cu simetrie electrică este cuplor direcţional ideal, coeficienţii de reflexie la porţi sunt nuli, respectiv $\alpha = 0$ şi se alege $\varphi_{12} = \pi/2$ (în acest caz $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$), relaţia (4.20) se transformă în:

$$[\boldsymbol{S}] = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & i & i & 0 \\ i & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & -i \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

În condiţiile multiportului analizat se poate demonstra că relaţia între matricea de repartiţie şi matricea admitanţă este:

$$[\,\boldsymbol{S}\,] = -[\,\boldsymbol{Y}\,] \tag{4.22}$$

Dacă se alimentează inelul la poarta 1, semnalul soseşte în antifază la poarta 4 (practic aici s-ar putea monta orice sarcină, fără a influenţa impedanţa de intrare). În acest caz admitanţa de intrare va fi:

$$Y_i = \frac{Y_1^2}{Y_0} + \frac{Y_2^2}{Y_0} \tag{4.23}$$

Cum în cazul prezentat în figura 4.31 $Y_i = Y_0$, rezultă:

$$Y_0^2 = Y_1^2 + Y_2^2$$

sau în termeni normaţi

$$y_1^2 + y_2^2 = 1, \tag{4.24}$$

unde $y_1 = \frac{Y_1}{Y_0}$ şi $y_2 = \frac{Y_2}{Y_0}$.

Ţinând cont de relaţiile (4.21), (4.22) şi (4.24) matricea de repartiţie a cuplorului direcţional, inel hibrid, se scrie sub forma:

$$[\boldsymbol{S}] = -i\begin{bmatrix} 0 & y_1 & y_2 & 0 \\ y_1 & 0 & 0 & y_2 \\ y_2 & 0 & 0 & -y_1 \\ 0 & y_2 & -y_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

Este evident că arg $(S_{21}/S_{31}) = 0$, arg $(S_{24}/S_{34}) = \pi$, adică inelul hibrid este sinfazo-antifazic. Coeficientul de divizare a puterii este

$$p = \frac{|S_{31}|^2}{|S_{21}|^2} = \frac{y_2^2}{y_1^2}.$$

În cazul îndeplinirii condiţiei (4.24), admitanţele caracteristice ale liniilor sunt egale cu $y_1 = \sqrt{\frac{1}{(1+p)}}$, $y_2 = \sqrt{\frac{1}{(1+p)}}$, sau după denormare $Y_1 = Y_0\sqrt{\frac{1}{(1+p)}}$, $Y_2 = Y_0\sqrt{\frac{m}{(1+m)}}$.

Pentru inelul hibrid, p=1, $Y_1 = Y_2 = \frac{Y_0}{\sqrt{2}}$.

Banda de frecvenţă a cuplorului direcţional, inel hibrid, cu lungimea de *3λ/2* nu depăşeşte 20% din frecvenţa centrală. Limitarea benzii este determinată, în principal, de caracteristicile de frecvenţă ale segmentului de linie *3λ/4*.

În figura 4.32 este prezentată construcţia unui cuplor direcţional, unde, pentru reducerea gabaritelor dispozitivului, segmentele de linie sunt aranjate în meandre.

O gamă de frecvenţe de lucru, considerabil mai mare, o au cuploarele directive inelare de lungime egală cu λ denumite cuploare cu schimbare de fază. Principiul general de construcţie a acestora constă în faptul că linia cu lungimea $3\lambda/4$ se înlocuieşte cu un segment de linie de lungime $\lambda/4$ şi un schimbător de fază fix, care asigură defazajul egal cu $\pm\pi$

În figura 4.33 este prezentat un cuplor direcţional, în care se folosesc linii de transmisiune de lungime $\lambda/4$ cuplate.

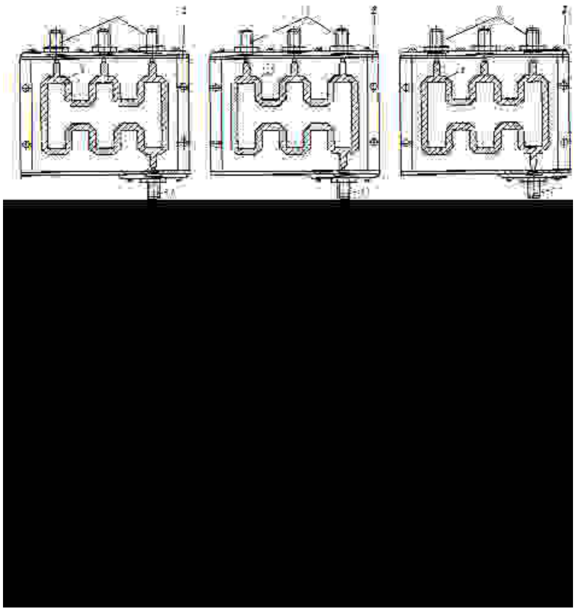


Figura 4.32 Construcţia cuplorului direcţional, inel hibrid.

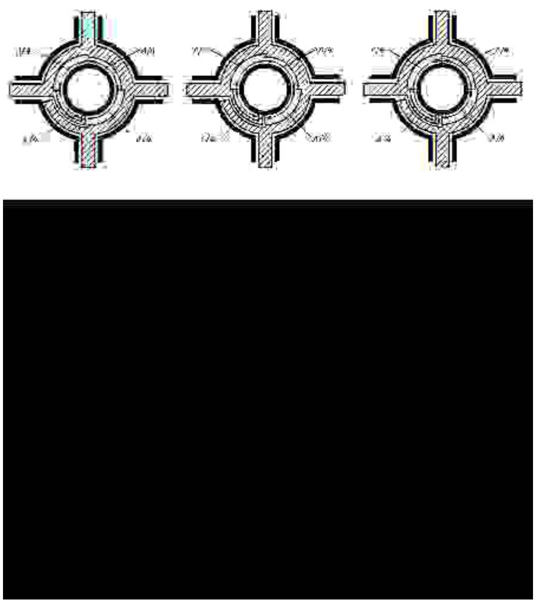


Figura 4.33 Cuplor direcţional cu schimbarea fazei.

Cuplorul direcţional cu segmente de linie în λ/4

O dată cu creşterea numărului de segmente folosite se lărgeşte banda de frecvenţă a cuplorului. Dacă numărul segmentelor (figura 4.34), care au admitanţele notate cu Y_1 şi fac conexiunea dintre segmentele amplasate sus şi cele amplasate jos este mai mare de trei, valorile impedanţelor caracteristice ale segmentelor plasate la capete devin foarte mari.

Acest lucru va crea dificultăţi importante în realizarea cuplorului direcţional şi de aceea numărul de segmente se recomandă să nu fie mai mare de trei.

Condiţia adaptării ideale pe frecvenţa medie din gama de lucru este $y_1^2 = y_2^2 - 1$, unde y_1 şi y_2 sunt admitanţele caracteristice normate ale segmentelor de linie. În cazul adaptării ideale, matricea de repartiţie are forma:

$$[\boldsymbol{S}] = -\frac{1}{y_2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & i & y_1 \\ 0 & 0 & y_1 & i \\ i & y_1 & 0 & 0 \\ y_1 & i & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

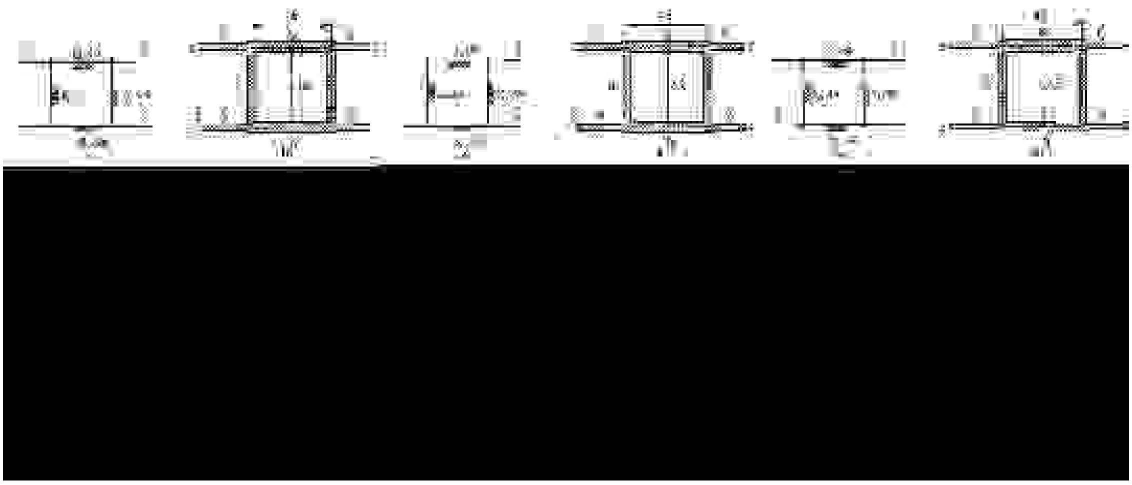


Figura 4.34 Schema electrică (a) şi topologia (b) cuplorului direcţional cu segmente de linie

Folosind elementele matricei se determină atenuarea de lucru în linia primară:

$$C_{13} = 10\, log\, y_2^2,$$

şi atenuarea de tranzit:

$$C_{14} = 10\,log\left(\frac{y_2^2}{y_1^2}\right).$$

Coeficientul de divizare a puterii $p = \frac{|S_{31}|^2}{|S_{41}|^2} = \frac{1}{y_1^2} = \frac{1}{(y_2^2-1)}$, de unde $y_1 = \sqrt{\frac{1}{p}}$ şi $y_2 = \sqrt{\frac{(p+1)}{p}}$, ceea ce în sistemul admitanţelor nenormate are forma:

$$Y_1 = Y_0\sqrt{\frac{1}{p}},\ Y_2 = Y_0\sqrt{\frac{(p+1)}{p}}.$$

Cuplorul direcţional din figura 4.34 este în cuadratură pentru că $arg\left(\frac{S_{31}}{S_{41}}\right) = \frac{\pi}{2}$.

Pentru micşorarea influenţei neomogenităţilor în locurile de îmbinare a segmentelor de linie se foloseşte soluţia topologică sub formă de inel cu lungimea egală cu *λ/4* (figura 4.35).

Cuplorul direcţional cu linii cuplate formează o clasă aparte în configuraţia circuitelor de microunde.

Lungimea regiunii cuplate (figura 4.36) constituie un număr impar de *λ/4* pentru frecvenţa medie a gamei de lucru şi, de obicei, lungimea regiunii cuplate se alege egală cu *λ/4*.

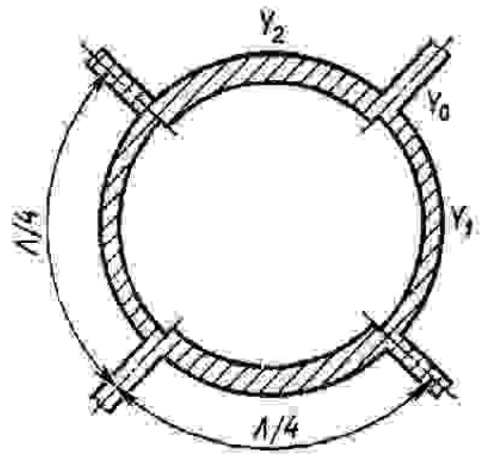


Figura 4.35 Topologia cuplorului direcţional în formă de inel de lungime l.

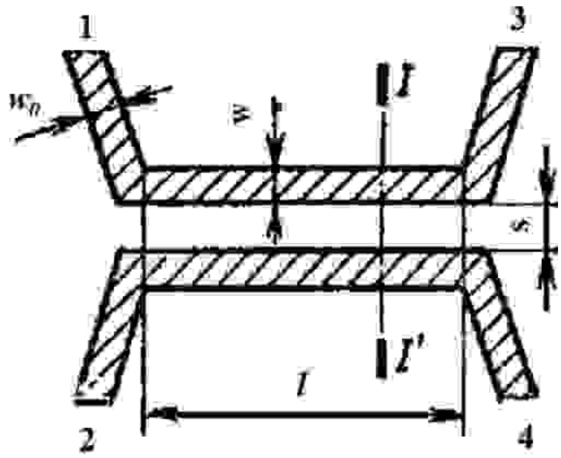


Figura 4.36 Cuplor direcţional cu linii cuplate cu cuplaj lateral

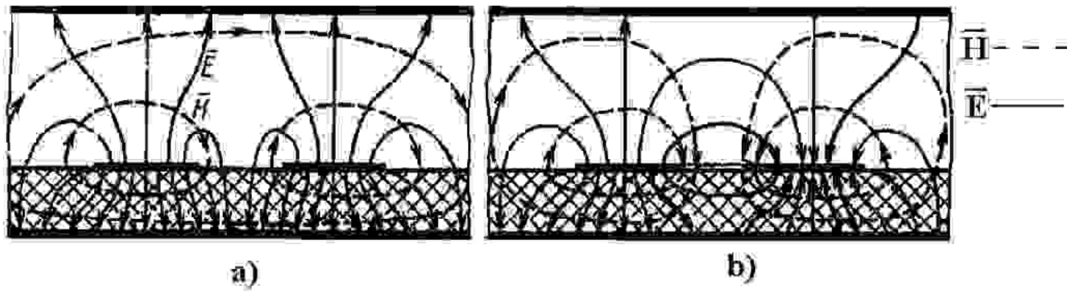


Figura 4.37. Structura câmpului electromagnetic al undelor pare (a) şi impare (b) în cuplorul direcţional cu linii cuplate.

Un dezavantaj esenţial al structurii prezentate în figura 4.36 îl constituie existenţa diferenţei constantelor de propagare a undelor pare şi impare. În figura 4.37a este prezentată structura câmpului undei pare, iar în figura 4.37b cea a câmpului undei impare.

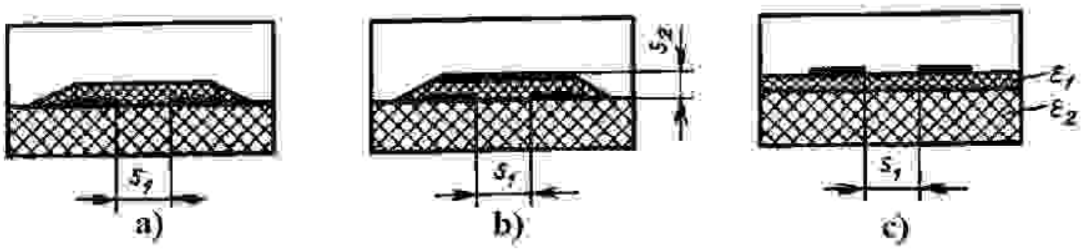


Figura 4.38. Cuplorul direcţional cu strat suplimentar de dielectric pentru echilibrarea vitezelor de fază ale undelor pară şi impară.

Este cunoscut faptul că unda pară se propagă, în principal, în dielectric, iar unda impară în aer. În acest fel, permitivităţile dielectrice efective pentru undele pare şi impare diferă, prin urmare diferă şi vitezele de propagare a acestor unde şi defazajele la cuplaj.

Vitezele de fază se pot egaliza luând măsuri speciale. În cuploarele directive din figura 4.38a, liniile cuplate se acoperă cu un strat suplimentar de dielectric. În acest caz, o mare parte din energia undei impare se propagă în dielectricul stratului de acoperire şi în substratul dielectric. Folosirea unui conductor amplasat peste stratul acoperitor (figura 4.38b) permite o echilibrare mai bună a vitezelor de fază. Lungimea acestui conductor este egală cu cea a regiunii de cuplaj.

Pentru echilibrarea permitivităţilor dielectrice efective pentru undele pară şi impară se folosesc, de asemenea, substraturi cu permitivităţi diferite (figura 4.38c). Pentru $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ stratul suplimentar de dielectric reduce ε_{ef} al undei pare, în comparaţie cu ε_{ef} al undei impare.

Echilibrarea vitezelor de fază la cuploarele directive cu cuplaj (figura 4.39a,b) se realizează conectând condensatoare în mijlocul sau la marginile regiunii de cuplaj.

O soluţie tehnică interesantă a problemei echilibrării decalajelor de fază ale celor două tipuri de undă o constituie folosirea profilelor periodice ale regiunii de cuplaj - în formă de dinţi de fierăstrău sau în trepte (figura 4.39 c, d), mărindu-se, astfel, lungimea drumului undei impare.

Prin aceasta se realizează şi echilibrarea decalajelor de fază.

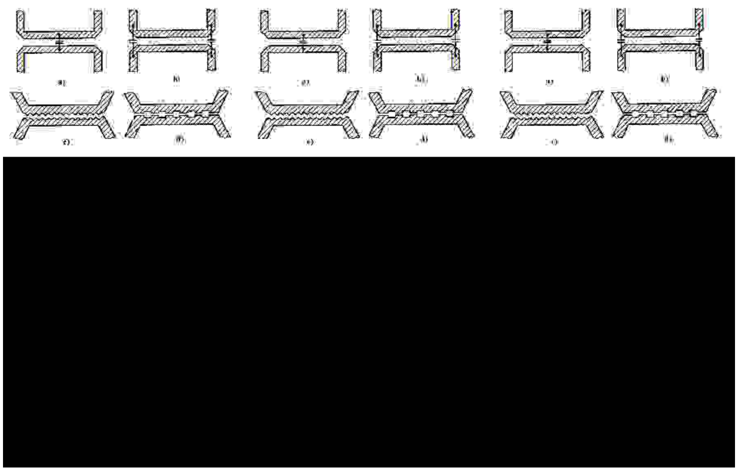


Figura 4.39. Exemple de topologie a cuploarelor direcţionale care asigură echilibrarea vitezelor de fază ale undelor pară şi impară

Liniile cuplate cu cuplaj lateral permit realizarea numai a cuploarelor cu cuplaj slab.

Cuplorul direcţional de *3 dB,* realizat pe un substrat cu permitivitatea dielectrică relativă ε_r= *9,6* trebuie să aibă un interval *s,* între liniile cuplate, mai mic de *10 mm,* ceea ce este practic nerealizabil.

Pentru a realiza cuplaje puternice se utilizează cuploarele directive în tandem, ceea ce presupune legarea a două cuploare identice cu linii cuplate de transmisiune (figura 4.40). Este evident că braţele 1 şi 2 sunt decuplate (la fel şi braţele 3 şi 4).

Semnalul care intră în ramura 1 se împarte între braţele 3 şi 4. Matricea de repartiţie a cuploarelor direcţionale în tandem este:

$$[\boldsymbol{S}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & A & B \\ 0 & 0 & B & A \\ A & B & 0 & 0 \\ B & A & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

unde:

- $A = \frac{(1-r^2\sin^2\theta)}{\left(\cos\theta + i\sqrt{1+r^2}\sin\theta\right)^2}$;
- $B = \frac{(2ir\sin\theta)}{\left(\cos\theta + i\sqrt{1+r^2}\sin\theta\right)^2}$;
- $r = \frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$;
- k este coeficientul de cuplaj al cuploarelor;
- θ definește valoarea aferentă valorii electrice a regiunii de cuplaj pentru cuploare în tandem; pentru frecvenţa medie a gamei de lucru a cuploarelor în tandem $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Coeficientul de cuplaj al cuplorului direcţional în tandem pe frecvenţa centrală:

$$|S_{14}| = k_T = 2k\sqrt{1-k^2} \tag{4.28}$$

De aici, se obţine expresia pentru k_{12}, coeficientul de cuplaj al celor două cuploare din compunere:

$$k_{1,2} = \frac{\sqrt{1-\sqrt{1-k_T^2}}}{\sqrt{2}} \tag{4.29}$$

Pentru un cuplor direcţional în tandem de *3 dB valoarea k_T este 0,7071*, iar cuploarele componente ale acestuia trebuie să aibă atenuarea de tranzit *8,34 dB;* în acest caz $k_{1,2} = 0,327$.

În cazul acestei atenuări, dimensiunile geometrice ale liniilor cuplate, realizate pe un substrat cu $\varepsilon_r = 9,6$ sunt $\frac{\omega}{h} = 0,77$, $\frac{S}{h} = 0,18$ (unde *h* este grosimea substratului).

Un alt avantaj al cuploarelor direcţionale în tandem îl constituie existenţa unei benzi de trecere mai mari decât la un cuplor simplu.

De exemplu, de la o abatere de tranzit de *0,2 dB* un cuplor în tandem asigură o bandă de 70% faţă de valoarea frecvenţei medie din gama de lucru, în comparaţie cu 38% pentru un cuplor de *3 dB*.

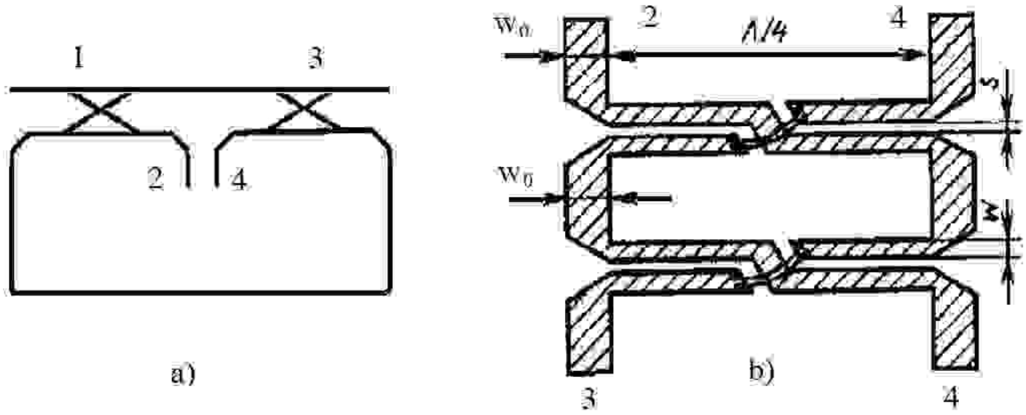


Figura 4.40. Schema electrică (a) şi topologia (b) a cuplorului direcţional în tandem

O altă variantă de cuplor direcţional puternic cuplată o reprezintă structurile Lange (figura 4.41).

Semnalul care intră în ramura 1 se împarte în mod egal între braţele 2 şi 3. Braţele 1 şi 4 sunt decuplate. Defazajul dintre braţele 2 şi 3 este de *λ/2*.

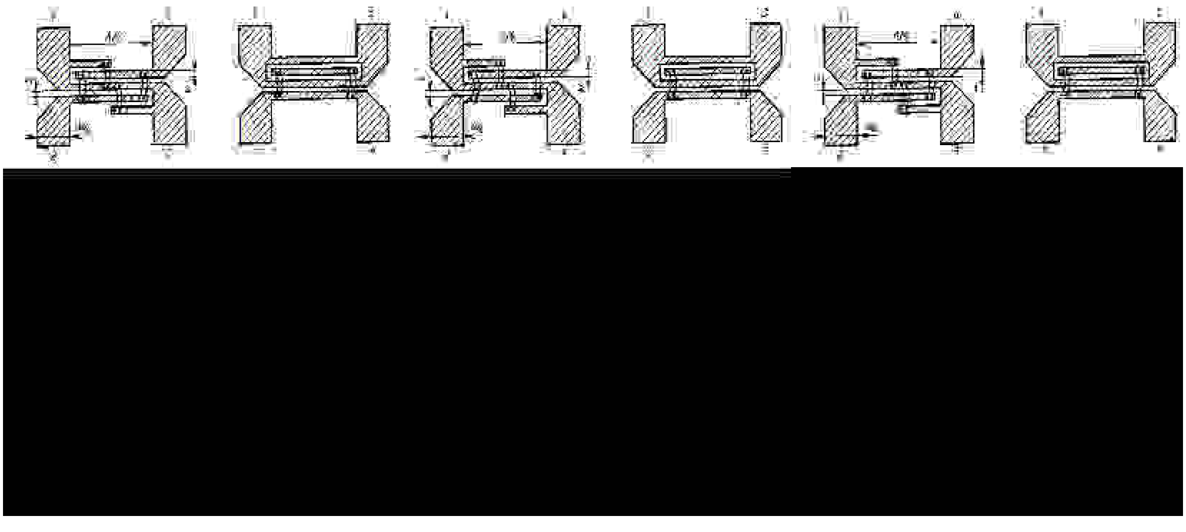


Figura 4.41 Cuploare direcționale Lange

4.5 Divizoare şi sumatoare de putere

În cadrul circuitelor de microunde o largă utilizare o au divizoarele şi sumatoarele de putere. Divizoarele de putere distribuie puterea aplicată la intrare spre canalele de ieşire.

Sumatoarele asigură însumarea pe o sarcină comună a semnalelor aplicate la intrare. De regulă, divizoarele şi sumatoarele de putere sunt dispozitive reciproce.

Cerinţele impuse divizoarelor şi sumatoarelor de putere sunt determinate de utilitatea lor. Astfel, divizoarele de putere din compunerea reţelelor de antene fazate trebuie să asigure distribuţia amplitudine-fază, care formează diagrama de directivitate impusă.

Divizoarele şi sumatoarele de putere trebuie să asigure o adaptare corespunzătoare în banda de frecvenţă şi decuplajul necesar între canale.

Esenţiali sunt, de asemenea, şi parametrii acestora, respectiv greutatea şi gabaritul, indicatorii de fiabilitate şi preţ etc.

Divizoarele pot fi realizate pe baza schemelor serie sau paralel. Alegerea unei soluţii sau a alteia se face pornind de la cerinţele tehnice impuse dispozitivului, ţinând cont de posibilităţile tehnologice de realizare a acestuia.

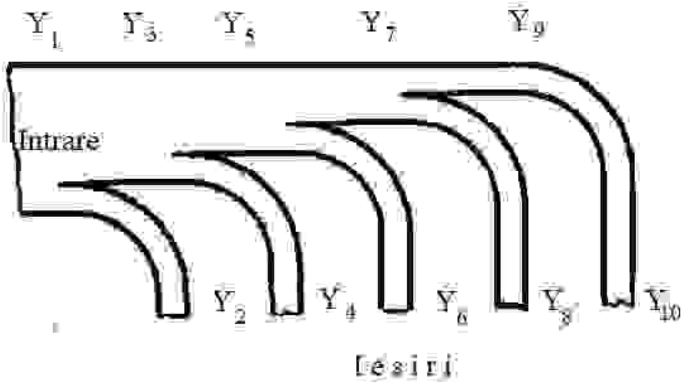


Figura 4.42. Topologia divizorului de putere tip serie

Divizorul de putere de tip serie este unul din cele mai simple divizoare, având condiţia de adaptare $Y_i=Y_{i+1}+Y_{i+2}$, unde Y_i reprezintă admitanţele caracteristice ale liniilor respective (figura 4.42).

În particular, distribuţiei uniforme a puterii îi corespunde condiţia $Y_2=Y_4=Y_6=Y_8=Y_{10}$ $(Y_9=Y_{10})$.

Pentru adaptare, la intrarea şi la ieşirile acestui divizor pot fi conectate secţiuni de transformare în $\lambda/4$. Dezavantajul principal al divizorului îl constituie atenuarea mică de tranzit între canale.

Cea mai simplă schemă, *sumatorul de putere tip paralel,* o constituie cea prezentată în figura 4.43.

Adaptarea se realizează cu ajutorul segmentului de linie în *λ/4*, a cărui impedanţă caracteristică $Z_1 = \frac{Z_0}{\sqrt{N}}$, unde *N* este numărul de intrări.

Decuplajul intrărilor (*dB*) este determinat de numărul braţelor de intrare:

$$C = 10\,log\left[\frac{(1-N^{-2})}{(2N-1)}\right] \tag{4.30}$$

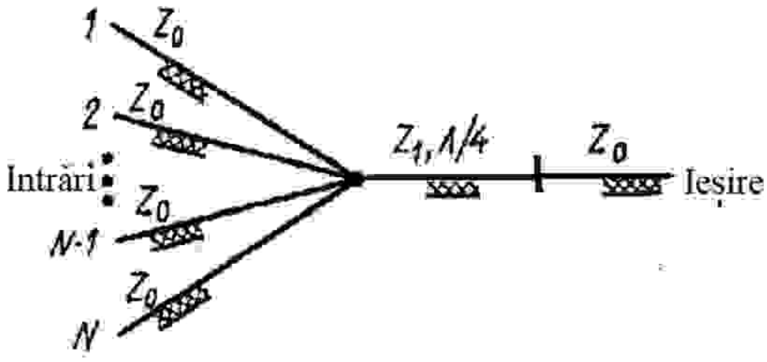


Figura 4.43. Schema sumatorului de putere tip paralel

În multe cazuri, când decuplajul (4.30) este insuficient, în ramurile de intrare ale sumatorului se cuplează elemente nereciproce care protejează intrările (la care sunt conectate, de obicei, generatoare) împotriva influenţei undelor reflectate în cazul variaţiilor posibile ale sarcinii de ieşire.

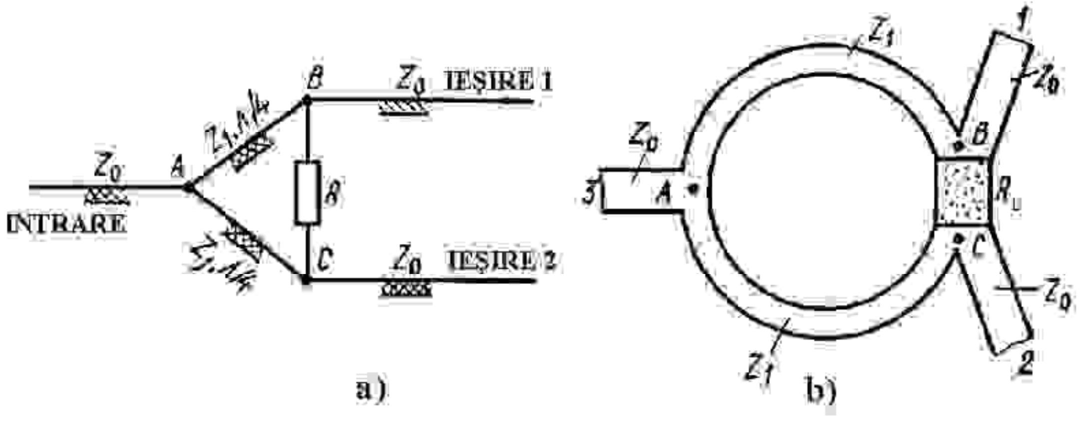


Figura 4.44. Schema electrică (a) şi topologia divizorului de putere în inel

Divizoarele de putere în inel

Adaptarea intrării şi ieşirilor în aceste dispozitive (figura 4.44) se obţine prin alegerea impedanţelor caracteristice ale segmentelor în *λ/4,* care, în cazul divizării egale a puterii, au valoarea $Z_1 = \sqrt{2}Z_0$.

În cazul excitării divizorului de la intrarea 3, punctele *B* şi *C* sunt echipotenţiale, datorită simetriei electrice a acestora. Curentul prin rezistenţa de balast R_b nu circulă şi puterea nu se disipează pe ea. Toată puterea generatorului se împarte în două şi se transmite la sarcinile conectate la ramurile de ieşire 1 şi 2.

La excitarea divizorului dinspre una din ramurile de ieşire, de exemplu, de la ieşirea 1, semnalul în punctul C vine pe două căi prin segmentul în *λ/4* (calea *B-A-C*) și prin rezistența R_b (calea *B-C*). Diferenţa de fază a semnalelor care parcurg căile *B-A-C* şi *B*-C este de 180°.

Rezistenţa de balast $R_b=2Z_0$ asigură egalitatea amplitudinilor semnalelor în antifază astfel, încât în punctul *C* tensiunea este egală cu zero.

Decuplajul ramurilor de ieşire ale divizorului este de *20 dB* pentru un coeficient de undă staţionară de maxim 1,2.

Toate cuploarele direcţionale prezentate în capitolul 4.4 se pot folosi ca divizoare de putere, alegând corespunzător condiţiile de adaptare. Sistemele multicanal de divizare şi însumare a puterii pot fi realizate pe baza dispozitivelor bicanal de divizare a puterii de orice tip (după schema serie sau paralel).

În figurile 4.45 şi 4.46 sunt prezentate schemele divizoarelor de putere serie şi paralel cu linii cuplate.

Folosirea divizoarelor cu coeficient de divizare diferit de unu permite să se realizeze orice lege dată de distribuţie a puterii în ramurile de ieşire.

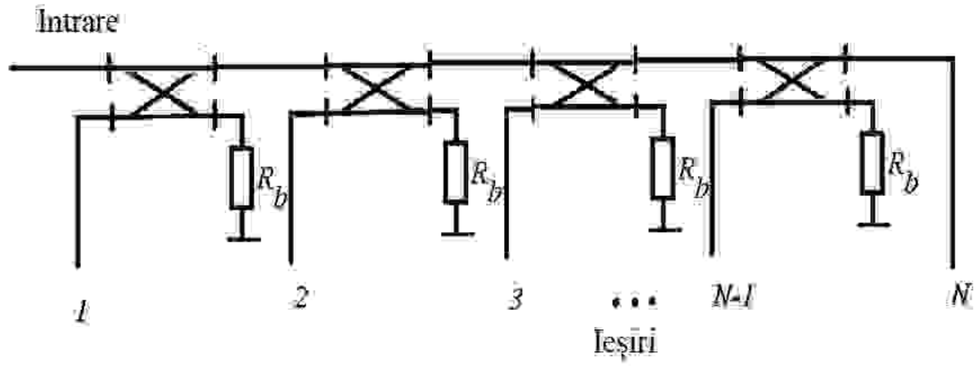


Figura 4.45. Schema divizorului multicanal de putere serie cu linii cuplate

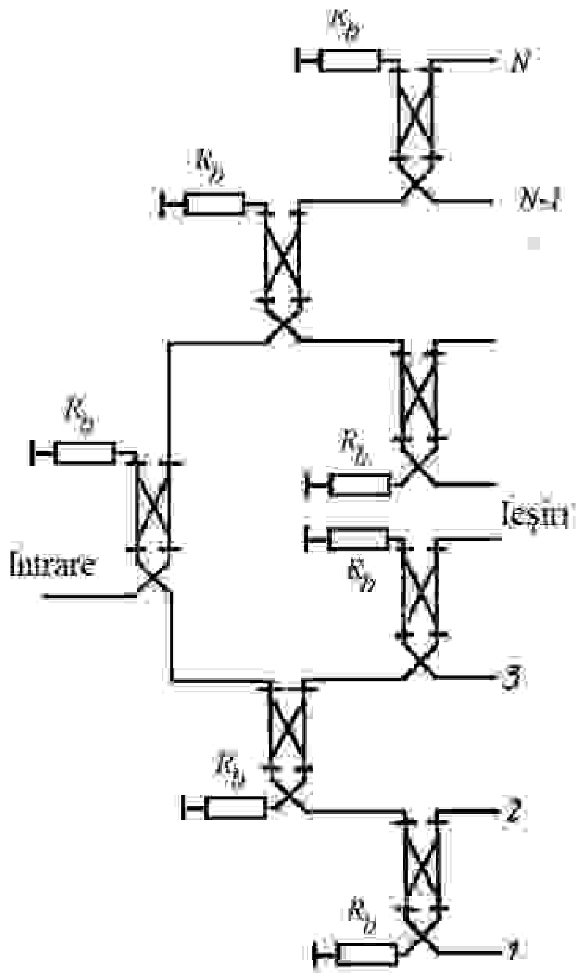


Figura 4.46. Schema divizorului multicanal de putere paralel cu linii cuplate.

CAPITOLUL 5

STUDIUL CIRCUITELOR DE MICROUNDE CU AJUTORUL PARAMETRILOR S

Acest capitol prezintă o metodă valabilă în domeniul microundelor, care îşi propune să elimine dificultăţile pe care le presupune analiza multiporţilor cu ajutorul parametrilor impedanţă şi admitanţă. În partea finală a capitolului este prezentată *metoda grafurilor de fluenţă,* care permite calcularea *câştigului unui diport*, parametru esenţial în cazul analizei circuitelor active de microunde.

5.1 Introducere

Analiza circuitelor integrate de microunde se va face folosind o metodă integrală, studiind astfel comportarea mărimilor electrice în anumite planuri de referinţă. În cazul diporţilor analiza se face la poarta de intrare şi la cea de ieşire. Analiza diporţilor cu ajutorul parametrilor *h, Y* şi *Z* furnizează informaţii despre curentul total şi tensiunea totală de la cele două porţi, singura diferenţă în caracterizarea seturilor de parametri reprezentând-o modul de alegere a variabilelor independente şi dependente.

Un lucru deosebit de important în determinarea tuturor parametrilor sus-menţionaţi îl reprezintă modul de realizare a stării de circuit în gol şi în scurtcircuit la porţile diportului. O dată cu abordarea domeniului microundelor apare o serie de dificultăţi legate de:

- aparatura de măsură care nu este capabilă să determine cu exactitate curentul total şi tensiunea totală de la porţi;

- faptul că starea de circuit în gol sau în scurtcircuit este greu de realizat, iar în cazul realizării acestora apar reactanţe nedorite;

- dispozitivele active pot avea un regim de funcţionare instabil pe timpul executării măsurătorilor atunci când se realizează scurtcircuitarea porţilor.

Se renunţă, deci, la folosirea tensiunii totale şi a curentului total ca variabile, optându-se pentru noţiunea de undă, considerându-se că într-un sistem de microunde care conţine şi sursa de energie (figura 5.1), atât tensiunea, curentul, cât şi puterea transmisă sunt sub forma unor unde călătoare, care se deplasează de-a lungul liniei de transmisiune.

Dacă impedanţa de sarcină diferă de impedanţa caracteristică a liniei care face legătura dintre generator şi sarcină, o parte din unda incidentă este reflectată de sarcină. Ajungând la generator, unda redevine incidentă şi procesul continuă dând naştere la o undă staţionară pe linie.

Valoarea tensiunii totale într-un punct de-a lungul liniei de transmisiune este dată de suma undelor de tensiune incidente, U_{in} şi reflectate, U_r, din acel punct, iar curentul total din linie este diferenţa dintre unda de tensiune incidentă şi reflectată, ponderată cu impedanţa caracteristică a liniei, respectiv:

$$U_1 = U_{in} + U_r$$

$$I_1 = \frac{U_{in} - U_r}{Z_0} \tag{5.1}$$

Coeficientul de reflexie s-a definit ca fiind raportul dintre amplitudinea complexă a undei reflectate şi amplitudinea complexă a undei incidente:

$$\Gamma = \frac{U_r}{U_{in}} = \left|\frac{U_r}{U_{in}}\right| e^{i(\varphi_r - \varphi_i)} = |\Gamma| e^{i\varphi} \tag{5.2}$$

Relaţia de mai sus furnizează informaţii privind măsura calităţii adaptării dintre impedanţa de sarcină şi impedanţa caracteristică a liniei. În toate cazurile, exceptând situaţia adaptării ideale, sarcina reflectă o parte din energia sosită de la sursă.

Evident, cea mai bună adaptare dintre sarcina şi impedanţa caracteristică a liniei se realizează atunci când unda reflectată şi coeficientul de reflexie sunt cât mai mici posibil. Acest lucru devine foarte clar din punct de vedere analitic dacă se exprimă coeficientul de reflexie, care rezultă din înlocuirea valorilor U_r si U_i din (5.2) cu ajutorul soluţiilor sistemului (5.1):

$$\Gamma = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} = \frac{Y_0 - Y_s}{Y_0 + Y_s} \tag{5.3}$$

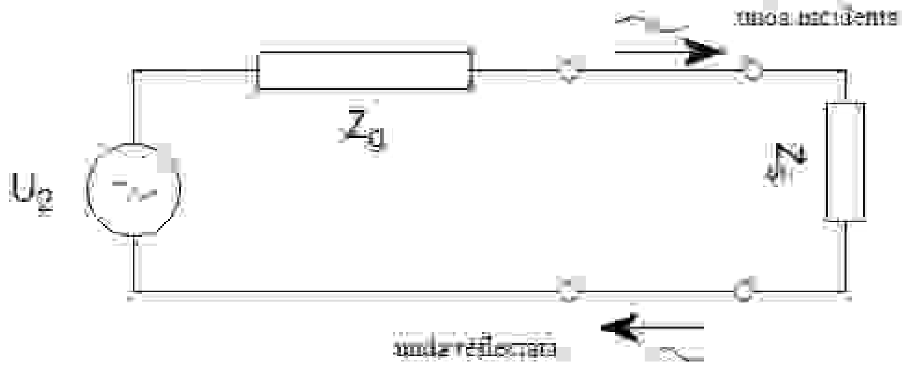


Figura 5.1 Schema echivalentă a unui sistem de microunde

5.2 Parametri S

Se observă ca în cazul dispunerii de-a lungul liniei de transmisiune a unei reţele diport (figura 5.2), fiecare undă este rezultatul interacţiunii a două unde. În continuare, se va defini un set de parametri care are la bază interacţiunea dintre aceste patru unde stabilite pentru o reţea dipol.

Dacă se scriu parametrii *h* pentru un dipol, respectiv:

$$U_1 = b_1 I_1 + h_{12} U_2$$
$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2, \qquad (5.4)$$

unde

$$h_{11} = \frac{U_1}{I_1}\bigg| U_2 = 0$$

$$h_{12} = \frac{U_1}{U_2}\bigg| I_1 = 0$$

$$h_{21} = \frac{U_2}{U_1}\bigg| I_2 = 0$$

$$h_{22} = \frac{U_2}{I_2}\bigg| U_1 = 0,$$

iar U_1, U_2, I_1 şi I_2 reprezintă tensiunea totală şi curentul total la poarta de intrare şi respectiv de ieşire:

$$U_1 = U_{in1} + U_{r1} \qquad (5.5a)$$

$$U_2 = U_{in2} + U_{r2} \qquad (5.5b)$$

$$I_1 = \frac{U_{in1} - U_{r1}}{Z_0} \qquad (5.5c)$$

$$I_2 = \frac{U_{in_2} - U_{r2}}{Z_0} \qquad (5.5d)$$

Rearanjând ecuaţiile (5.4), astfel încât undele incidente să fie variabile independente, iar cele reflectate să fie variabile dependente şi ţinând cont de valorile stabilite în relaţiile (5.5a)÷(5.5d), se obţine:

$$U_{r1} = f_{11}(h) U_{in1} + f_{12}(h) U_{in2}$$

$$U_{r2} = f_{21}(h) U_{in1} + f_{22}(h) U_{in2} \qquad (5.6)$$

unde noul set de parametri, care depind de parametrii *h* este cunoscut sub denumirea de parametrii S.

Un set similar se poate obţine în funcţie de parametrii impedanţă sau admitanţă.

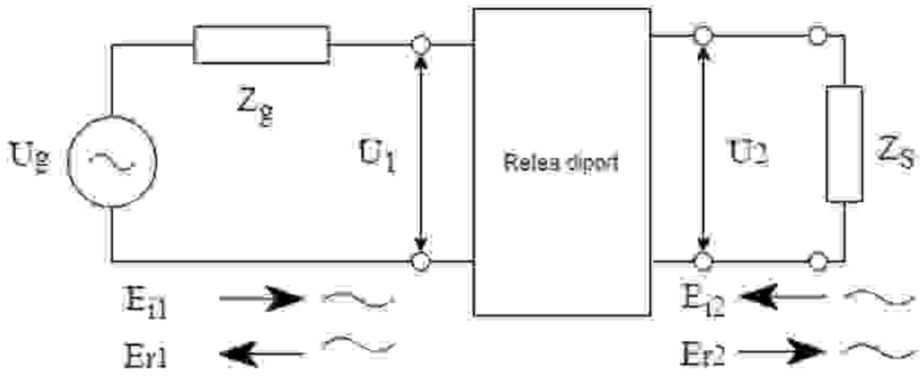


Figura 5.2 Diport amplasat într-un sistem de microunde

În relaţiile (5.6) se face schimbarea de variabilă:

$$a_1 = \frac{U_{in1}}{\sqrt{Z_0}};\ a_2 = \frac{U_{in2}}{\sqrt{Z_0}};\ b_1 = \frac{U_{r1}}{\sqrt{Z_0}};\ b_2 = \frac{U_{r2}}{\sqrt{Z_0}}$$

şi se obţine:

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned} \tag{5.7}$$

S-a ales acest nou mod de definire a variabilelor pentru ca pătratul amplitudinii să aibă semnificaţia puterii incidente sau reflectate din poarta de intrare sau de ieşire a diportului. Această definire este mai inspirată şi în acelaşi timp mai completă, deoarece într-o reţea se poate vorbi mai degrabă de unde de putere decât de unde de tensiune.

În consecinţă, parametrii S se definesc în conformitate cu relaţiile (5.7), astfel:

- coeficientul de reflexie la intrare al reţelei diport, când la ieşire unda reflectată este nulă:

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\bigg|_{a_2=0};$$

- coeficientul de reflexie la ieşire al reţelei diport, când la intrare unda reflectată este nulă:

$$S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0};$$

- coeficientul de transfer direct, când unda reflectată de la ieşire este nulă, şi furnizează informaţii despre câştigul sau atenuarea unui diport:

$$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0};$$

- coeficientul de transfer invers, când unda reflectată de la intrare este nulă:

$$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}.$$

5.3 Reţele multiport

Conceptele prezentate până acum pot fi extinse şi pentru reţelele multiport. Caracterizarea unui triport, denumit şi joncţiune cu trei porţi (figura 5.3) se face printr-o matrice **S**, formată din nouă parametri.

După modul de aranjare a axelor de simetrie, acestea pot fi in stea (când triportul are trei axe de simetrie, iar unghiul format de două axe este de *120*^{0}), sub forma literei *Y* (când triportul are o singură axă de simetrie), în forma literei *T* (când două braţe au axele coliniare, iar braţul al treilea este perpendicular pe axul comun) şi oarecare.

Matricea S corespunzătoare unui triport are forma:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

Coeficienţii $S_{ij}(i = j)$ reprezintă coeficienţii de reflexie la porţile triportului în condiţiile în care celelalte porţi sunt terminate cu o impedanţă egală cu impedanţa caracteristică a liniilor de transmisiune cu care este conectat triportul. Ceilalţi parametri ai matricei, denumiţi coeficienţi de transfer între porţi se definesc în mod similar cu cei ai diportului.

Ceea ce s-a stabilit pentru reţelele di- şi triport se poate extinde şi pentru o reţea cu n-porţi (figura 5.4). Unda reflectată de la una din intrări, de exemplu intrarea p, depinde de undele incidente de la toate intrările multiportului şi poate fi exprimată astfel:

$$b_p = \sum_{q=1}^{n} S_{pq} a_q, \ p = \overline{1, n} \tag{5.9}$$

sau

$$\begin{aligned}
b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + \cdots + S_{1n}a_n \\
b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + \cdots + S_{2n}a_n \\
&\vdots \\
b_n &= S_{n1}a_1 + S_{n2}a_2 + \cdots + S_{nn}a_n
\end{aligned} \tag{5.10}$$

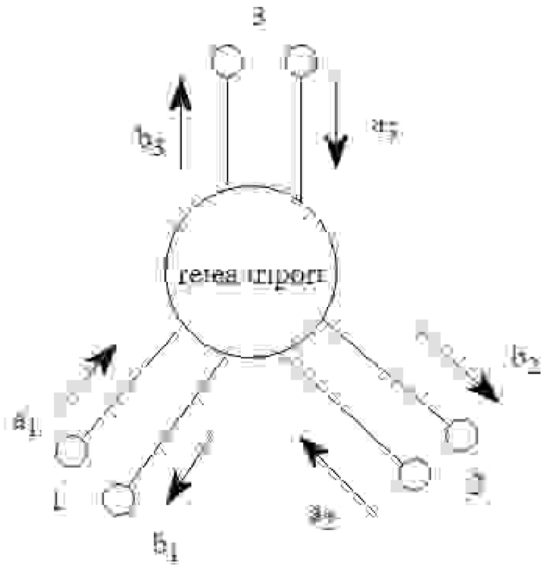


Figura 5.3 Reţea triport

Sub forma matriceală setul de ecuaţii (5.10) se poate scrie:

$$[\mathbf{b}] = [\mathbf{S}][\mathbf{a}], \tag{5.11}$$

unde

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \ \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

reprezintă matricele coloană corespunzătoare undelor reflectată şi incidentă, iar

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \cdots & S_{2n} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & \cdots & S_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

este matricea pătrată de repartiţie.

Recapitulând, se poate spune că elementele $S_{pq}, p \neq q$ definesc legătura dintre intrările q şi p. Elementul S_{ii} defineşte superpoziţia undelor reflectate de la intrarea i, când la această intrare se aplică o undă, iar la celelalte *n-1* intrări nu se aplică semnale, dar au ca sarcină o impedanţă caracteristică a liniei de transmisiune.

Atenuarea de trecere dintre intrările p şi q poate fi exprimată în dB, astfel:

$$\alpha_{pq} = 10 \ \ log\frac{P_p}{P_q} = 20 \ \ log\frac{\mathrm{a_p}}{\mathrm{a_q}} = 20 \ \ log\frac{1}{|S_{qp}|} \qquad (5.13)$$

unde $p, q = \overline{1, n}; \ p \neq q.$

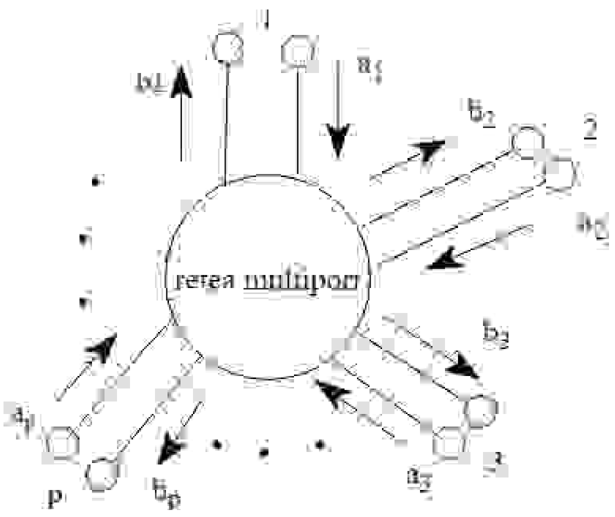


Figura 5.4 Reţea multiport

Coeficientul α_{pq} exprimă cât din puterea semnalului, introdusă la intrarea p $\left(P_p = \frac{1}{2}\lfloor \mathrm{a_p} \rfloor^2\right)$, ajunge la poarta q ca o putere care urmează să se consume în afara multiportului $P_q = \frac{1}{2}\lfloor \mathrm{a_q} \rfloor^2$. Multiportul pentru care coeficienţii de transfer îndeplinesc condiţia:

$$S_{pq} = S_{qp} \qquad (5.14)$$

este simetric.

Un multiport este considerat fără pierderi în cazul în care puterea incidentă este egală cu puterea reflectată:

$$\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} |\mathrm{a_i}|^2 = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} |\mathrm{b_i}|^2 \qquad (5.15)$$

Din condiţia ca puterea disipată în multiport să fie nulă va trebui ca suma puterilor reale, care se transmit prin porţile joncţiunii fără pierderi, să fie de asemenea nulă. Astfel, considerând că puterea aplicată la intrarea unei porţi este:

$$\mathrm{P_n} = \frac{1}{2}\mathrm{U_n^N I_n^N} = \frac{1}{2}(\mathrm{a_n} + \mathrm{b_n})(\mathrm{a_n^*} - \mathrm{b_n^*})$$

va trebui ca:

$$\sum_n (a_n a_n^* - b_n b_n^*) = 0 \tag{5.16}$$

Cele două sume din (5.16) se pot scrie matriceal astfel:

$$\sum_n a_n a_n^* = a_1 a_1^* + \cdots + a_n a_n^* = [a]\,[a^*]_T$$
$$\sum_n b_n b_n^* = b_1 b_1^* + \cdots + b_n b_n^* = [b]\,[b^*]_T$$

Înlocuindu-le sub formă matriceală în relaţia (5.16) rezultă:

$$[\mathbf{a}][\mathbf{a}^*]_T - [\mathbf{b}][\mathbf{b}^*]_T = 0$$

Ţinând cont de relaţia (5.12) se obţine:

$$[\mathbf{a}][\mathbf{a}^*]_T - [\mathbf{a}][\mathbf{S}][\mathbf{S}^*]_T[\mathbf{a}^*]_T = 0$$

Înmulţind la stânga cu matricea $[\mathbf{a}]^{-1}$ şi la dreapta cu $[\mathbf{a}^*]_T^{-1}$se obţine:

$$[\mathbf{1}] - [\boldsymbol{S}^*]_T[\boldsymbol{S}] = 0 \tag{5.17}$$

Reţelele fără pierderi se pot folosi atunci când se doreşte realizarea adaptării între etajele unui amplificator. Pentru o reţea cu pierderi puterea reflectată este mai mică decât cea incidentă.

5.4 Schimbarea planelor de referinţă

La determinarea parametrilor *S* ai elementelor active nu este indicată conectarea mufelor de radiofrecvenţă direct la terminalele tranzistorului. Prin deplasarea planelor de referinţă elementele matricei **S** îşi schimbă faza, dar păstrează modulul neschimbat, deoarece undele incidente şi reflectate în cazul reţelelor fără pierderi îşi păstrează amplitudinea, modificându-şi doar faza.

Se consideră că dacă planul de referinţă se deplasează către diport cu lungimea d, faza undei directe se modifică cu $\varphi = -\beta d$, iar dacă planul de referinţă se deplasează în sens invers faza undei directe se modifică cu $\varphi = \beta d$. Astfel, dacă planul de referinţă de la intrarea diportului se deplasează cu lungimea d mai departe de acesta, undele incidente şi reflectate au următoarele valori la poarta de intrare şi respectiv ieşire (figura 5.5):

$$a_1' = a_1 e^{j\varphi_1}; \quad a_2' = a_2 e^{j\varphi_2}$$
$$b_1' = b_1 e^{-j\varphi_1}; \quad b_2' = b_2 e^{-j\varphi_2} \tag{5.18}$$

Evident, cu noile variabile din relaţiile (5.18) ia naştere o nouă matrice de repartiţie $[\boldsymbol{S}']$.

Relaţia dintre matricea iniţială [S] şi cea obţinută prin deplasarea planelor de referinţă $[\boldsymbol{S}']$ se deduce scriind matriceal ecuaţiile următoare:

$$b_1' = b_1 e^{-j\varphi_1} = S_{11}' a_1' + S_{12}' a_2' = S_{11}' a_1 e^{j\varphi_1} + S_{12}' a_2 e^{j\varphi_2}$$
$$b_2' = b_2 e^{-j\varphi_2} = S_{21}' a_1' + S_{22}' a_2' = S_{21}' a_1 e^{j\varphi_1} + S_{22}' a_2 e^{j\varphi_2},$$

respectiv: $\begin{bmatrix} e^{-j\varphi_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\varphi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}' & S_{12}' \\ S_{21}' & S_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_1} & 0 \\ 0 & e^{j\varphi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$

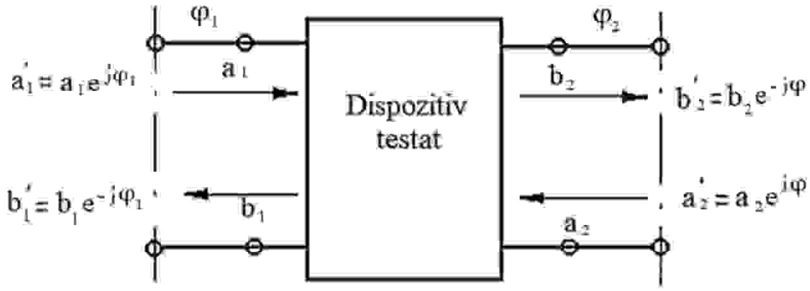


Figura 5.5 Montaj care ilustrează schimbarea planelor de referinţă

Înmulţind la stânga ultima relaţie cu matricea:

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} e^{j\varphi_1} & 0 \\ 0 & e^{j\varphi_2} \end{bmatrix},$$

se obţine relaţia dintre matricele $[\boldsymbol{S}]$ şi $[\boldsymbol{S}']$:

$$[\boldsymbol{S}] = [\boldsymbol{\varphi}][\boldsymbol{S}'][\boldsymbol{\varphi}] \tag{5.19}$$

sau

$$[\boldsymbol{S}'] = [\boldsymbol{\varphi}]^{-1}[\boldsymbol{S}][\boldsymbol{\varphi}]^{-1} \tag{5.20}$$

5.5 Conectarea diporţilor în cascadă

Ecuaţiile care contribuie la definirea matricei $\boldsymbol{S}$ s-au introdus folosind undele reflectate drept variabile dependente, iar undele incidente drept variabile independente. În continuare, va trebui definit un nou set de parametri care să devină util în analiza reţelelor conectate în cascadă.

Se vor rearanja ecuaţiile (5.7), astfel încât undele de la intrarea diportului, a_1, b_1, să fie variabile dependente, iar undele de ieşire a_2, b_2 să fie variabile independente, respectiv:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \tag{5.21}$$

Acest nou set de parametri definiţi de relaţia (5.21) este denumit setul parametrilor de transfer sau mai pe scurt parametrii *T*, iar relaţiile dintre aceştia şi parametrii *S* sunt următoarele:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{S_{11}S_{22}-S_{12}S_{21}}{S_{21}} & \frac{S_{11}}{S_{21}} \\ -\frac{S_{22}}{S_{21}} & \frac{1}{S_{21}} \end{bmatrix} \tag{5.22}$$

şi

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{12}}{T_{22}} & \frac{T_{11}T_{22}-T_{12}T_{21}}{T_{22}} \\ \frac{1}{T_{22}} & -\frac{T_{21}}{T_{22}} \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

Parametrii *T* se pot defini şi în cazul în care undele de la ieşirea diportului sunt variabile dependente, iar undele de la intrare sunt variabile independente. Această alternativă de definire a parametrilor *T* poate determina dificultăţi atunci când se proiectează reţele cu elemente active unilaterale (când $S_{12} = 0$).

Relaţia de legătură dintre parametrii *T* şi *S* este în acest caz:

$$[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} \frac{S_{12}S_{21}-S_{11}S_{22}}{S_{12}} & \frac{S_{22}}{S_{12}} \\ -\frac{S_{11}}{S_{12}} & \frac{1}{S_{12}} \end{bmatrix} \tag{5.24}$$

Se observă că în cazul elementului unilateral, parametrii *T* definiţi de relaţia (5.24) tind spre infinit. Ecuaţiile de legătură definite cu ajutorul relaţiei (5.21) dintre undele de intrare şi de ieşire pentru o reţea formată din doi diporţi (figura 5.6) sunt:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \tag{5.25}$$

şi

$$\begin{bmatrix} b_1' \\ a_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}' & T_{12}' \\ T_{21}' & T_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2' \\ b_2' \end{bmatrix} \tag{5.26}$$

Se observă că undele de ieşire ale primului diport sunt identice cu cele de intrare ale celui de-al doilea diport şi prin înlocuirea relaţiei (5.26) în relaţia (5.25) rezultă:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_2 \\ b'_2 \end{bmatrix} \tag{5.27}$$

Generalizând pentru n diporţi conectaţi în cascadă, rezultă:

$$[\boldsymbol{T}] = \prod_{i=1}^{n} [\boldsymbol{T_i}] \tag{5.28}$$

Întrucât înmulţirea matricelor nu este comutativă, matricele parametrilor *T* vor trebui înmulţite în ordinea stabilită de succesiunea etajelor. În cazul în care se va folosi cea de-a doua variantă de definire a parametrilor *T*, înmulţirea matricelor se va face în ordine inversă.

5.6. Metoda grafurilor de fluenţă

Metoda grafurilor de fluenţă este o tehnică modernă folosită în analiza reţelelor de microunde. În continuare, se enunţă condiţiile în care se poate aplica metoda pentru o reţea diport:

- fiecare variabilă, a_i şi b_i, reprezintă un nod (o poartă este formată din două noduri);
- fiecare dintre parametrii *S* formează o ramură (de fapt, parametrii S reprezintă coeficienţii ramurilor);
- în ecuaţiile parametrilor S undele reflectate sunt variabile dependente, iar undele incidente sunt variabile independente;
- variabilele corespunzătoare nodurilor sunt egale cu suma coeficienţilor ramurilor incidente.

Se aplică aceste legi celor două ecuaţii ale parametrilor *S*:

$$b_1 = S_{11}\, a_1 + S_{12}\, a_2$$
$$b_2 = S_{21}\, a_1 + S_{22}\, a_2$$

Figura 5.6 Graful de fluenţă corespunzător parametrilor S

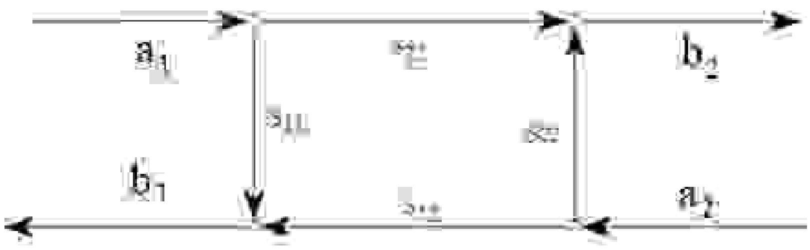


Figura 5.7 Graful de fluenţă pentru o reţea diport

Prima ecuaţie are trei noduri b_1, a_1 şi a_2. Nodul b_1 este conectat la nodul a_2 prin intermediul ramurii S_{11} şi la nodul a_{22} prin intermediul ramurii S_{12}. Cea de-a doua ecuaţie este construită în mod analog (figura 5.6).

Cu ajutorul grafurilor prezentate în figura 5.6 se poate trasa graful de fluenţă complet pentru o reţea diport (figura 5.7).

În continuare, se vor analiza câteva reţele tipice, care se vor întâlni la proiectarea amplificatoarelor.

Un generator ce conţine o sursă de tensiune cu impedanţa internă Z_g are graful de fluenţă conform figurii 5.8.

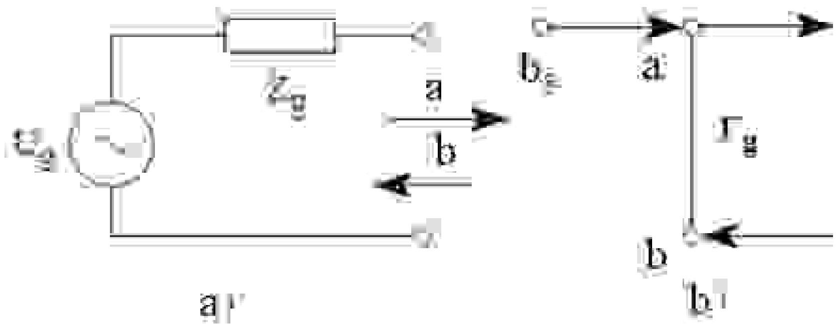


Figura 5.8 Graful de fluenţă al unui generator: a) circuitul; b) graful

Considerând că generatorul este conectat cu impedanţă caracteristică, Z_g=Z_0, atunci puterea generatorului, P_0, se determină astfel:

$$P_0 = \frac{1}{2}\frac{|U_g|^2 Z_0}{|Z_g+Z_0|^2} = \frac{1}{2}|b_g|^2 \tag{5.29}$$

unde U_g este tensiunea furnizată de generator.

Din relaţia (5.29) rezultă:

$$b_g = \frac{U_g\sqrt{Z_0}}{Z_g+Z_0} \tag{5.30}$$

Corespunzător sarcinii, graful de fluenţă conţine drept noduri undele a’ şi b’, iar coeficientul ramurii este coeficientul de reflexie al sarcinii (figura 5.9).

Graful de fluenţă corespunzător sistemului, care are în compunere un generator, un diport şi o sarcină, este prezentat în figura 5.10.

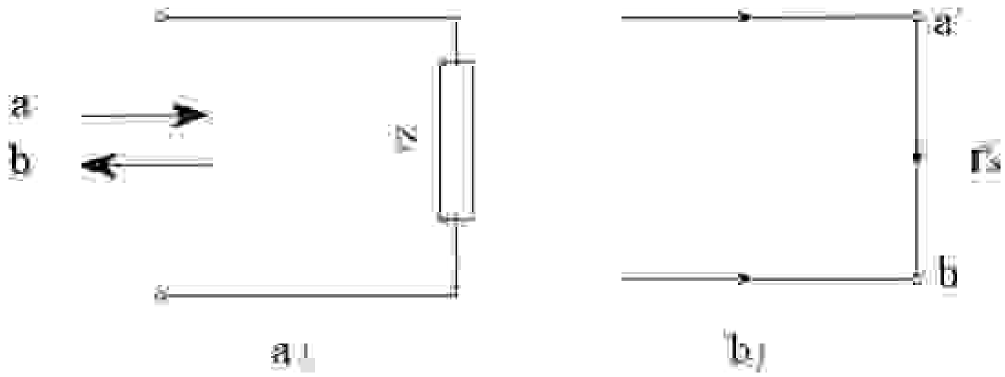


Figura 5.9 Graful corespunzător sarcinii Z_s conectată la o linie de transmisie; a) circuitul; b) graful corespunzător

În continuare, se prezintă câteva definiţii necesare stabilirii legăturii dintre un nod sursă şi un altul din cadrul grafului.

Se defineşte bucla de ordinul 1 a unui graf ca fiind produsul coeficienţilor ramurilor ce se întâlnesc pe traseul început dintr-un nod al reţelei şi parcurs, respectând indicaţia săgeţilor ramurilor, până la revenirea în nodul de plecare. De exemplu, considerând ca nod incident a_1 (figura 5.10), buclele de ordinul 1 sunt $S_{11}\Gamma_g$ şi $S_{21}\Gamma_s S_{12}\Gamma_g$.

Dacă se consideră nodul a_2 drept punct de plecare, se găseşte o nouă buclă de ordinul 1 şi anume, $S_{22}\Gamma_s$. Cu acesta din urmă s-au epuizat toate buclele de ordinul 1 din figura 5.10. Considerând alt nod punct de plecare şi căutând o altă buclă de ordinul 1, se determina una din cele trei bucle prezentate mai sus.

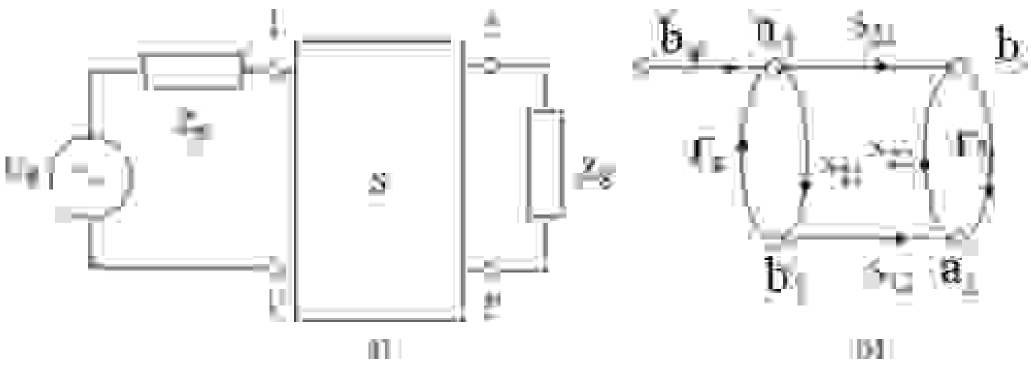


Figura 5.10 Graful de fluenţă al sistemului alcătuit din generator, diport şi sarcină; a) circuitul; b) graful corespunzător

O buclă de ordinul 2 este definită ca fiind produsul oricăror două bucle de ordinul 1, care nu au noduri comune. Din cele trei bucle de ordinul 1 determinate mai sus, doar buclele $S_{11}\Gamma_g$ şi $S_{22}\Gamma_s$ nu au noduri comune. Produsul acestor două bucle reprezintă bucla de ordinul 2 corespunzătoare reţelei din figura 5.10.

O buclă de ordinul 3 este produsul oricăror trei bucle de ordinul 1 care nu au noduri comune. Reţeaua luată în discuţie nu conţine bucle de ordinul 3.

Se numeşte cale elementară dintre două noduri valoarea coeficientului ramurii care le uneşte sau produsul coeficienţilor ramurilor care se găsesc între cele două noduri, parcurgând traseul conform sensului dictat de săgeţile grafului.

Cu aceste lămuriri se poate enunţa una din regulile lui Mason, care permite calcularea unei transmitanţe globale între un nod sursă i şi un alt nod j, folosind formula:

$$T_{ij} = \frac{N_{ij}}{\Delta}, \tag{5.31}$$

unde Δ este denumit determinantul grafului şi se calculează conform relaţiei:

$$\Delta = 1 - \sum_n L_n(1) + \sum_m L_m(2) - \sum_p L_p(3) + \cdots,$$

iar $\sum_n L_n(1)$ reprezintă suma transmitanţelor tuturor buclelor de ordinul 1, $\sum_m L_m(2)$ reprezintă suma tuturor buclelor de ordinul 2 ş. a. m. d.

Mărimea $\boldsymbol{N_{ij}}$ depinde de perechea de noduri între care se calculează transmitanţa şi este dată de relaţia:

$$N_{ij} = \sum_{k=1}^{n} P_k^{ij} \Delta_k^{ij}, \tag{5.32}$$

unde P_k^{ij} este transmitanţa uneia din căile elementare de la nodul i la nodul j, iar Δ_k^{ij} se obţine din Δ, îndepărtând toţi termenii ce conţin cel puţin un nod confluent cu nodurile căii elementare P_k^{ij}. Cu alte cuvinte, trebuie înlăturate toate buclele care au noduri comune cu calea elementară, a cărei transmitanţă este factor comun în expresia mărimii $\boldsymbol{N_{ij}}$.

Relaţia (5.31) se poate rescrie astfel:

$$T = \frac{P_1[1-\sum L(1)^{(1)}+\sum L(2)^{(1)}-\cdots]+P_2[1-\sum L(1)^{(2)}+\cdots]}{[1-\sum L(1)+\sum L(2)-\cdots]}, \tag{5.33}$$

unde semnul plus se foloseşte pentru buclele de ordin par, iar semnul minus pentru buclele de ordin impar. Se observă că atât numitorul, cât şi numărătorul au expresii ce depind de geometria reţelei.

Se aplică regula lui Mason (5.31) pentru graful din figura 5.10, vizând astfel calculul transmitanţei dintre nodurile b_g şi b_1, respectiv:

$$T_{g1} = \frac{b_1}{b_g} = \frac{S_{11}(1-\Gamma_s S_{22}) + S_{21}\Gamma_s \Gamma_{12}}{1-(S_{11}\Gamma_g + S_{22}\Gamma_s + S_{21}\Gamma_s S_{12}\Gamma_g) + S_{11}\Gamma_g S_{22}\Gamma_s} \tag{5.34}$$

Comentând expresia transmitanţei din relaţia (5.34), se observă că, la numărător în paranteza care multiplică calea elementară S_{11}, apare bucla de ordinul 1, $\Gamma_s S_{22}$, care nu are noduri comune cu calea elementară; bucle de ordinul 2 care să nu aibă noduri comune cu calea elementara S_{11}, nu există.

A doua cale elementară $S_{21}\Gamma_s S_{12}$ este multiplicată cu 1, deoarece nu există bucle de ordinul 1 care să nu aibă noduri comune cu transmitanţa căii elementare şi cu atât mai mult bucle de ordinul 2.

O dată însuşită metoda grafurilor de fluenţă, analiza reţelelor, chiar mai complicate decât reţeaua prezentată în figura 5.10 este mult uşurată.

Utilizarea tehnicii grafurilor de fluenţă oferă posibilitatea obţinerii expresiilor pentru putere şi câştig, noţiuni esenţiale în proiectarea amplificatoarelor de microunde cu tranzistoare.

Puterea livrată sarcinii este diferenţa dintre puterea incidentă şi puterea reflectată şi se exprimă cu ajutorul expresiei:

$$P_s = |a'|^2 - |b'|^2 \tag{5.35}$$

Puterea disponibilă de la generator este puterea livrată sarcinii conjugat adaptate. În acest caz, coeficientul de reflexie al sarcinii este egal cu conjugatul coeficientului de reflexie al generatorului:

$$\Gamma_s = \Gamma_g^*.$$

Utilizând tehnica grafurilor de fluenţă se obţine, conform figurii 5.11:

$$\frac{a}{b_g} = \frac{1}{1-\Gamma_g \Gamma_g^*} \tag{5.36}$$

şi

$$\frac{b}{b_g} = \frac{\Gamma_g^*}{1-\Gamma_g \Gamma_g^*} \tag{5.37}$$

iar puterea disponibilă de la generator are expresia:

$$P_{dg} = |a|^2 - |b|^2 = \left|\frac{b_g}{1-\Gamma_g \Gamma_g^*}\right|^2 - \left|\frac{b_g \Gamma_g^*}{1-\Gamma_g \Gamma_g^*}\right|^2 = \frac{1}{2}\frac{|b_g|^2}{1-|\Gamma_g|^2} \tag{5.38}$$

Câştigul în tensiune se defineşte ca fiind raportul dintre suma undelor incidente şi reflectate de la poarta de ieşire şi suma undelor de la intrare, respectiv:

$$A_U = \frac{a_2+b_2}{a_1+b_1} \tag{5.39}$$

Dacă se împarte, atât numărătorul, cât şi numitorul la b_g se obţin patru rapoarte pentru care se calculează transmitanţele corespunzătoare:

$$A_U = \frac{\frac{a_2}{b_g}+\frac{b_2}{b_g}}{\frac{a_1}{b_g}+\frac{b_1}{b_g}} = \frac{S_{21}\Gamma_s+S_{21}}{(1-S_{22}\Gamma_s)+S_{11}(1-S_{22}\Gamma_s)+S_{21}\Gamma_s S_{12}} \tag{5.40}$$

S-a determinat astfel câştigul în tensiune pentru o reţea diport.

Câştigul de transfer în putere se defineşte ca fiind raportul dintre puterea livrată sarcinii şi puterea disponibilă de la generator şi se redă cu ajutorul expresiei:

$$G_T = \frac{P_s}{P_{dg}}$$

Ţinând cont de relaţiile (5.35), (5.36) şi (5.37), rezultă:

$$P_s = |b_2|^2 - |a_2|^2 = \frac{1}{2}|b_2|^2(1-|\Gamma_s|^2) \tag{5.41}$$

Deci utilizând expresia puterii disponibile de la generator, obţinută cu relaţia (5.38) şi expresia (5.41), expresia câştigului de transfer în putere este:

$$G_T = \frac{|b_2|^2(1-|\Gamma_s|^2)(1-|\Gamma_g|^2)}{|b_g|^2} \tag{5.42}$$

Conform grafului din figura 5.10 se determină expresia transmitanţei T_{g2}:

$$\frac{b_2}{b_g} = \frac{S_{21}}{1-(S_{11}\Gamma_g+S_{22}\Gamma_s+S_{12}S_{21}\Gamma_g\Gamma_s)+S_{11}S_{22}\Gamma_g\Gamma_s}$$

sau

$$\frac{b_2}{b_g} = \frac{S_{21}}{(1-S_{11}\Gamma_g)(1-S_{22}\Gamma_s)-S_{12}S_{21}\Gamma_g\Gamma_s}.$$

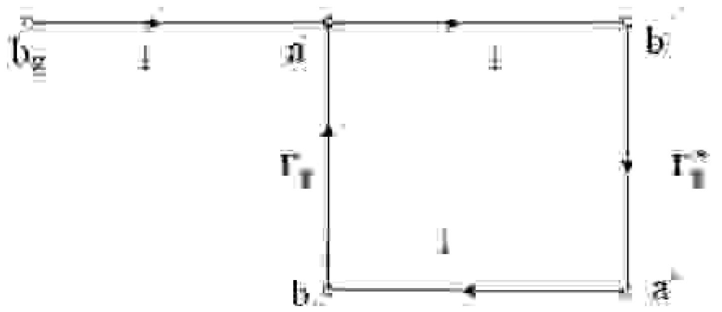


Figura 5.11 Graful de fluenţă corespunzător situaţiei în care puterea disponibilă de la generator este livrată sarcinii conjugat adaptate.

Expresia câştigului de transfer în putere devine:

$$G_T = \frac{|S_{21}|^2(1-|\Gamma_g|^2)(1-|\Gamma_s|^2)}{|(1-S_{11}\Gamma_g)(1-S_{22}\Gamma_s)-S_{12}S_{21}\Gamma_g\Gamma_s|^2} \quad (5.43)$$

Coeficientul de reflexie la intrare, când la ieşirea diportului se afla o sarcină arbitrară, este:

$$\Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1}$$

Împărţind numărătorul şi numitorul cu b_g se obţine:

$$\frac{\frac{b_1}{b_g}}{\frac{a_1}{b_g}} = \frac{\frac{S_{11}(1-S_{22}\Gamma_s)+S_{21}\Gamma_s S_{12}}{(1-S_{11}\Gamma_g)(1-S_{22}\Gamma_s)+S_{12}S_{21}\Gamma_s\Gamma_g}}{\frac{1-S_{22}\Gamma_s}{(1-S_{11}\Gamma_g)(1-S_{22}\Gamma_s)+S_{12}S_{21}\Gamma_s\Gamma_g}}$$

Deci, expresia coeficientului de reflexie la intrare devine:

$$\Gamma_1 = \frac{S_{11}(1-S_{22}\Gamma_s)+S_{21}\Gamma_s S_{12}}{1-S_{22}\Gamma_s} \quad (5.44)$$

sau

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1-S_{22}\Gamma_s} \quad (5.45)$$

În mod analog, se calculează şi coeficientul de reflexie la ieşire când la ieşirea diportului se află o sarcină arbitrară:

$$\Gamma_2 = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_g}{1-S_{11}\Gamma_g} \quad (5.46)$$

Cu ajutorul relaţiilor (5.45) şi (5.46), relaţia (5.43) devine:

$$G_T = \frac{1-\left|\Gamma_g\right|^2}{\left|1-\Gamma_1\Gamma_g\right|^2}\left|S_{21}\right|^2\frac{1-\left|\Gamma_s\right|^2}{\left|1-S_{22}\Gamma_s\right|^2} \tag{5.47}$$

sau

$$G_T = \frac{1-\left|\Gamma_g\right|^2}{\left|1-\Gamma_g S_{11}\right|^2}\left|S_{21}\right|^2\frac{1-\left|\Gamma_s\right|^2}{\left|1-\Gamma_2\Gamma_s\right|^2} \tag{5.48}$$

Câştigul în putere se poate defini, de asemenea, ca fiind raportul dintre puterea livrată sarcinii şi la intrarea reţelei, cu ajutorul expresiei:

$$G_P = \frac{P_s}{P_1} = \frac{1}{1-\left|\Gamma_1\right|^2}\left|S_{21}\right|^2\frac{1}{1-\left|\Gamma_2\right|^2}\,. \tag{5.49}$$

CAPITOLUL 6

AMPLIFICATOARE DE MICROUNDE CU TRANZISTOARE

În acest capitol sunt prezentate considerentele teoretice legate de stabilitatea, câştigul şi coeficientul de zgomot ale amplificatorului, principii care stau la baza elaborării algoritmului necesar proiectării unui amplificator de microunde de bandă îngustă cu tranzistoare, dar şi alte aspecte care trebuie avute în vedere la realizarea practică a acestuia (proiectarea circuitelor de adaptare, scheme de conectare şi de alimentare).

6.1 Introducere

Succesele obţinute în tehnologia semiconductoarelor au făcut posibilă crearea unor tranzistoare cu proprietăţi de amplificare deosebite şi cu zgomot redus, capabile să funcţioneze într-o gamă largă din domeniul microundelor. Amplificatoarele de microunde cu tranzistoare, spre deosebire de amplificatoarele care folosesc diode parametrice şi diode tunel, au o funcţionare mai stabilă, au proprietăţi nereciproce, putându-se conecta în traseul de microunde fără dispozitive de decuplare.

În structura amplificatoarelor de microunde se utilizează, atât tranzistoare bipolare (cu germaniu sau siliciu), cât şi cu efect de câmp cu bariera Schotky (pe bază de siliciu sau arseniură de galiu). Tranzistoarele bipolare cu germaniu permit obţinerea unui coeficient de zgomot mai mic decât cele cu siliciu, în schimb ultimele se pot folosi la frecvenţe mai mari decât primele. Tranzistoarele cu efect de câmp cu bariera Schotky au proprietăţi de amplificare mai bune decât tranzistoarele bipolare şi pot funcţiona la frecvenţe mai mari din domeniul microundelor. În gama frecvenţelor relativ joase, caracteristicile de zgomot sunt superioare la tranzistoarele bipolare faţă de cele cu efect de câmp, iar la frecvenţe mai ridicate, peste 4-5 GHz, situaţia este inversă. Dezavantajul major al tranzistoarelor cu efect de câmp îl constituie faptul că impedanţele de intrare şi de ieşire au valori mari, lucru care îngreunează adaptarea de bandă largă.

Pentru ca un tranzistor să funcţioneze în gama microundelor trebuie reduse considerabil dimensiunile joncţiunilor (în special ale bazei) şi trebuie, de asemenea, reduse reactanţele parazite ale acestora şi cele datorate corpului tranzistorului. Limita teoretică a frecvenţelor de utilizare este de 10-15 GHz pentru tranzistoarele bipolare şi 90 GHz pentru tranzistoarele cu efect de câmp cu bariera Schotky. În prezent, amplificatoarele de zgomot redus cu tranzistoare se realizează, în principal, sub forma circuitelor integrate hibride, pe substraturi realizate din ceramică, safir, cuarţ etc. Tranzistoarele se utilizează în variante cu corp sau fără corp, ultima din variante oferind avantajul introducerii unor elemente parazite reduse, putând funcţiona la frecvenţe mai mari, dar montura în schema electrică devine mult mai complicată din punct de vedere tehnologic.

6.2 Modelul fără structură al tranzistorului de microunde

Modelele tranzistorului de microunde. La baza calculelor şi analizei amplificatorului cu zgomot redus trebuie să stea modelul tranzistorului. Acesta poate fi un model structural (fizic), folosind schema echivalentă a tranzistorului, sau un model fără structură, în care tranzistorul este înlocuit cu un diport echivalent. Avantajul modelului structural îl constituie caracterul informaţional mai ridicat referitor la modul de funcţionare a tranzistorului în gama de frecvenţă şi permite stabilirea legăturii dintre elementele schemei echivalente şi caracteristicile tranzistorului. Modelul tranzistorului fără structură este mai puţin informaţional şi este specific numai unei singure frecvenţe. Pentru determinarea dependenţei parametrilor tranzistorului de frecvenţă de lucru trebuie executate măsurătorile corespunzătoare la fiecare frecvenţă. Însă, modelele fără structură sunt mai precise, deoarece parametrii lor pot fi măsuraţi mult mai precis decât parametrii schemei echivalente. Calculul amplificatoarelor de microunde cu tranzistoare şi cu zgomot redus se execută, de regulă, cu utilizarea modelului tranzistorului fără structură cu parametrii *S*. La nevoie, modelul fără structură poate fi completat cu un model cu structură. Ambele modele sunt interdependente; pe baza parametrilor *S* ai tranzistorului, măsuraţi la câteva frecvenţe se pot determina elementele schemei echivalente şi invers, o schemă echivalentă permite calcularea parametrilor S la orice frecvenţă din gamă.

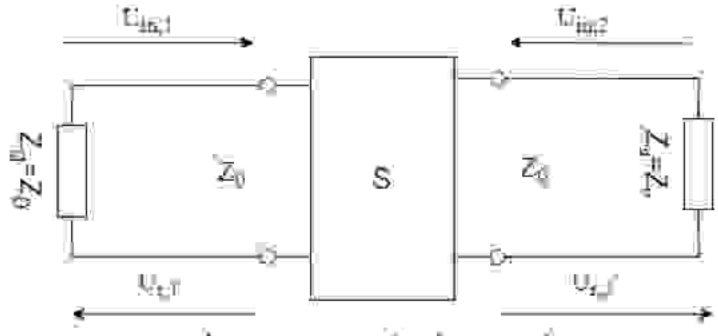


Figura 6.1 Diport specific tranzistorului la impedanţa caracteristică Z_0

Parametrii tranzistorului S şi S'.

În sistemul parametrilor *S*, tranzistorul se înlocuieşte cu un diport conectat prin intermediul unor linii de transmisiune, cu impedanţa caracteristică Z_0, cu generatorul şi cu sarcina, care la rândul lor au impedanţe de aceeaşi valoare cu cea a liniei (figura 6.1). Se consideră $Z_0 = 50\Omega$. La intrarea şi la ieşirea diportului există unde incidente şi reflectate de tensiune notate cu $U_{in,i}$ si $U_{r,i}$ (*i=1* pentru intrare şi *i=2* pentru ieşire), între care se stabileşte dependenţa prin intermediul parametrilor S:

$$U_{r,1} = S_{11}U_{in,1} + S_{12}U_{in,2}$$
$$U_{r,2} = S_{21}U_{in,1} + S_{22}U_{in,2}$$

Totuşi, la amplificatoarele de microunde reale, tranzistorul poate avea ca sarcină impedanţe complexe. În acest caz, diportul echivalent poate fi descris pe baza parametrilor de dispersie a puterii, care se vor nota cu *S'*.

În sistemul parametrilor *S'*, tranzistorul sub formă de diport echivalent se cuplează, prin intermediul impedanţelor Z_1 şi Z_2, cu generatorul şi cu sarcina (figura 6.2).

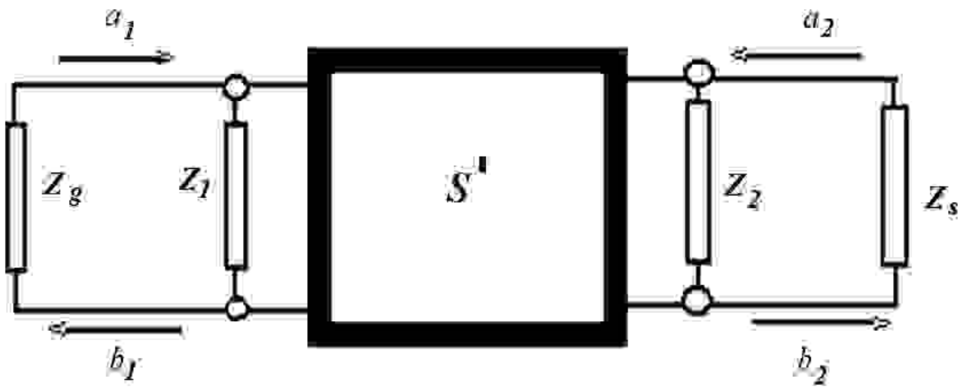


Figura 6.2. Diportul tranzistorului cuplat cu generatorul şi sarcina prin intermediul unor impedanţe complexe

Undele de putere incidente a_i şi reflectate b_i, la intrarea (i=1) şi la ieşirea (i=2) diportului, sunt în legătură între ele conform matricei de repartiţie S' :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix},$$

unde

$$a_i = \frac{U_i + Z_i I_i}{2\sqrt{|\mathrm{Re}\, Z_i|}}\ , \qquad b_i = \frac{U_i - Z_i^* I_i}{2\sqrt{|\mathrm{Re}\, Z_i|}}\ (i = 1,2);$$

U_i, I_i –amplitudinile complexe ale tensiunilor şi intensităţii curenţilor la intrarea şi la ieşirea diportului;

Z_i - impedanţele generatorului (i=1) şi sarcinii (i=2);

$S'_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}$, $S'_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0}$ – coeficienţii de reflexie de la intrarea şi ieşirea diportului în cazul adaptării la celelalte porţi;

$S'_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$, $S'_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$ – coeficienţii de transfer direct sau invers, determinaţi în aceleaşi condiţii.

Se observă că în cazul în care $Z_i = Z_0$, undele a_i şi b_i devin unde normate de tensiune, respectiv, $\frac{U_{in,i}}{\sqrt{Z_0}}, \frac{U_{r,i}}{\sqrt{Z_0}}$, iar parametrii *S'* devin parametrii *S*. Parametrii *S'* ai tranzistorului conectat la generator şi sarcină prin intermediul impedanţelor Z_i nu pot fi măsuraţi direct. De aceea, se determină legătura acestora cu parametrii *S* ai tranzistorului şi cu coeficienţii de reflexie de la intrare şi la ieşire, respectiv:

$$\Gamma_i = \frac{Z_i - Z_0}{Z_i + Z_0},$$

care se pot măsura uşor. În concluzie, parametrii S' se pot determina, conform schemei prezentate în figura 6.3, în urma rezolvării sistemului de ecuaţii:

$$a_i = \frac{U_i + Z_i I_i}{2\sqrt{|Re\, Z_i|}}, b_i = \frac{U_i - Z_i^* I_i}{2\sqrt{|Re\, Z_i|}},$$

$$U_{r,1} = S_{11}U_{in,1} + S_{12}U_{in,2},$$

$$U_{r,2} = S_{21}U_{in,1} + S_{22}U_{in,2},$$

$$U_i = U_{in,i} + U_{r,i}, UI_i = \frac{U_{in,i} - U_{r,i}}{Z_0}, i=1,2.$$

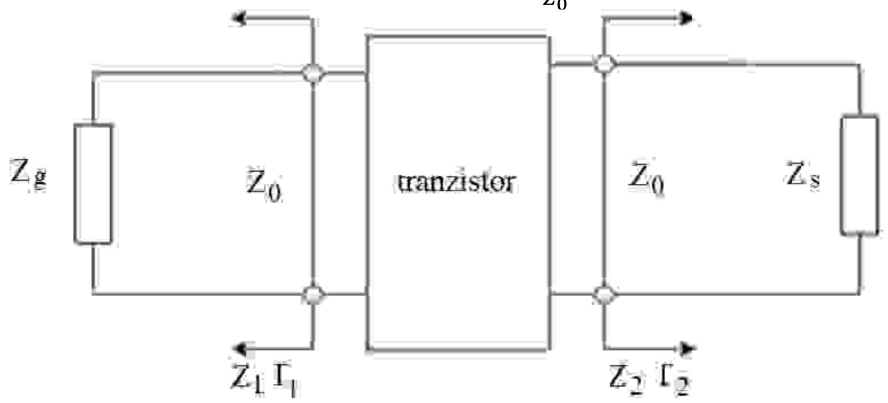


Figura 6.3 Montaj folosit pentru determinarea parametrilor S'

Rezolvând sistemul de mai sus, se obţine:

$$S'_{11} = \frac{A_1^*}{A_1}\frac{S_{11} - \Gamma_1^* + \Gamma_1^*\Gamma_2 S_{22} - \Gamma_2\Delta}{1 - \Gamma_1 S_{11} - \Gamma_2 S_{22} + \Gamma_1\Gamma_2\Delta} \quad (6.1)$$

$$S'_{12} = \frac{A_2^*}{A_1}\frac{S_{12}(1 - |\Gamma_1|^2)}{1 - \Gamma_1 S_{11} - \Gamma_2 S_{22} + \Gamma_1\Gamma_2\Delta} \quad (6.2)$$

$$S_{21}' = \frac{A_1^*}{A_2} \frac{S_{21}(1-|\Gamma_2|^2)}{1-\Gamma_1 S_{11}-\Gamma_2 S_{22}+\Gamma_1\Gamma_2\Delta} \tag{6.3}$$

$$S_{22}' = \frac{A_2^*}{A_2} \frac{S_{22}-\Gamma_2^*+\Gamma_1\Gamma_2^* S_{22}-\Gamma_1\Delta}{1-\Gamma_1 S_{11}-\Gamma_2 S_{22}+\Gamma_1\Gamma_2\Delta} \tag{6.4}$$

unde

$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} \tag{6.5a}$$

$$A_i = \frac{1-\Gamma_i{}^*}{1-\Gamma_i}(1-|\Gamma_1|^2)^{\frac{1}{2}};\ \Gamma_i = \frac{Z_i-Z_0}{Z_i+Z_0};\ i = 1,2. \tag{6.5b}$$

Parametrii (măsurabili), coeficienţii de reflexie Γ_i, precum şi parametrii S' permit determinarea caracteristicilor de bază ale amplificatorului. Astfel, coeficientul de transfer în putere, determinat ca fiind raportul între puterea livrată sarcinii şi puterea disponibilă de la generator este egal cu:

$$G_T = |S_{21}'|^2 = \frac{|S_{21}|^2(1-|\Gamma_1|^2)(1-|\Gamma_2|^2)}{|1-\Gamma_1 S_{11}-\Gamma_2 S_{22}+\Gamma_1\Gamma_2\Delta|^2} \tag{6.6}$$

Utilizarea parametrilor *S* şi S' permite folosirea metodelor grafo-analitice în vederea calculării amplificatoarelor de microunde cu tranzistoare.

6.3 Stabilitatea amplificatoarelor de microunde cu tranzistoare

De regulă, impedanţele generatorului şi sarcinii au valori reale şi egale cu *50* Ω. De aceea, amplificatorul trebuie să cuprindă circuite de adaptare, care să realizeze transformarea corespunzătoare a impedanţelor. Schema structurală a amplificatorului poate fi reprezentată conform figurii 6.4, în care circuitele de adaptare de la intrarea şi ieşirea amplificatorului, notate în figura 6.4 cu CA_1 şi CA_2, transformă impedanţele generatorului şi sarcinii, în impedanţele, situate în planul tranzistorului, Z_1 şi Z_2.

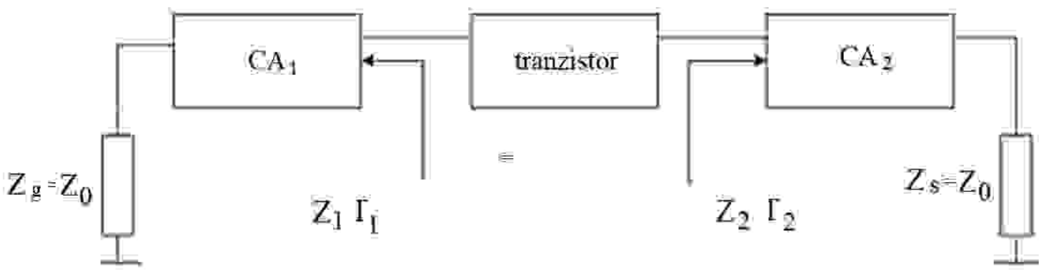


Figura 6.4 Schema structurală a amplificatorului cu un singur etaj

În cazul efectuării calculului amplificatorului de microunde cu tranzistoare trebuie să se acorde atenţie deosebită asigurării stabilităţii acestuia. Stabilitatea amplificatorului este determinată de parametrii *S* ai tranzistorului şi de impedanţele cu care acesta este conectat. Dacă se analizează funcţionarea unui tranzistor de microunde la frecvenţe relativ joase, se observă ca acesta are proprietăţi nereciproce, iar tranzistorul funcţionează stabil. În domeniul microundelor, tranzistorul poate pierde în mare măsură proprietatea de nereciprocitate, ca urmare a reacţiilor parazite, care pot apărea şi de aceea, la anumite valori ale impedanţelor sursei de semnal şi de sarcină, privite în planul tranzistorului (figura 6.4) şi amplificatorul poate deveni instabil şi intra în oscilaţie. Autoexcitarea amplificatorului este posibilă numai în cazul când partea activă a impedanţei de intrare şi (sau) de ieşire a tranzistorului devine negativă. Rezistenţei negative i-ar corespunde situaţia în care modulul coeficientului de reflexie ar fi mai mare decât valoarea 1. Astfel, dacă partea activă a valorii impedanţei de intrare a tranzistorului este negativă, atunci $|S'_{11}| > 1$, iar dacă valoarea rezistenţei este negativă la ieşire, atunci $|S'_{22}| > 1$.

În continuare, se introduc noţiunile de stabilitate necondiţionată sau absolută a amplificatorului. Amplificatorul se consideră *necondiţionat stabil* într-o anumită gamă de frecvenţe dacă nu intră în oscilaţie în această gamă pentru orice valoare a impedanţelor Z_1 şi Z_2 (figura 6.4). Dacă există valori ale impedanţelor care să aducă amplificatorul în stare de autoexcitaţie, acesta este stabil condiţionat sau potenţial instabil. Stabilitatea necondiţionată poate avea loc numai dacă simultan au loc relaţiile.

$$|S'_{11}| < 1 \text{ pentru } |\Gamma_2| < 1$$

$$|S'_{22}| < 1 \text{ pentru } |\Gamma_1| < 1$$

Dacă în aceste condiţii se introduc relaţiile (6.1) şi (6.4) şi apoi, prelucrând ineacuaţiile obţinute, se poate demonstra că, pentru realizarea stabilităţii necondiţionate a amplificatorului, este necesară şi suficientă satisfacerea simultană a relaţiilor:

$$\begin{gathered} |S_{12}S_{21}| < 1 - |S_{11}|^2, \\ |S_{12}S_{21}| < 1 - |S_{22}|^2, \\ 2|S_{12}S_{21}| < 1 + |\Delta|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 \end{gathered} \qquad (6.7)$$

unde Δ se determină cu ajutorul formulei (6.5). Ultima ineacuaţie din (6.7) se mai poate scrie sub forma $k_s > 1$, unde parametrul

$$k_s = \frac{1 + |\Delta|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2}{2|S_{12}S_{21}|} \qquad (6.8)$$

poartă denumirea de factor de stabilitate (de remarcat că acest parametru depinde doar de parametrii S ai tranzistorului). Condiţia stabilităţii necondiţionate a amplificatorului, $k_s > 1$ este necesară, dar nu şi suficientă şi demonstrează că este posibilă o adaptare complex conjugată simultan la ambele porţi ale tranzistorului. Pentru $k_s < 1$ tranzistorul poate fi adaptat doar la una din porţi. Uneori condiţiile de stabilitate necondiţionată se mai scriu sub forma:

$$k_s > 1,\ B_1 > 0,\ B_2 > 0 \tag{6.9}$$

$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 \tag{6.10}$$

$$B_2 = 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 \tag{6.11}$$

S-a demonstrat [9], că dacă este satisfăcuta prima ecuaţie din (6.7), atunci întotdeauna $B_2 > 0$, iar dacă este îndeplinită a doua inecuaţie din (6.7), întotdeauna $B_1 > 0$. Afirmaţia inversă nu este valabilă, adică atunci când B_1 şi B_2 sunt pozitive, nu se respectă întotdeauna primele două inecuaţii din (6.7). De aceea, relaţiile (6.9) se pot utiliza numai după ce au fost verificate cu relaţiile (6.7).

Amplificatorul care nu respectă oricare din inecuaţiile (6.7) este potenţial instabil, adică pentru anumite impedanţe ale generatorului şi sarcinii poate intra în oscilaţie.

În cazul amplificatorului potenţial instabil este important să se determine domeniile valorilor impedanţelor admise în circuitul de intrare şi de ieşire transferate în planul tranzistorului, pentru care amplificatorul va funcţiona stabil. Dacă impedanţa de ieşire (intrare) este aleasă corect, partea reală a impedanţei de intrare (ieşire) a tranzistorului va fi pozitivă şi modulul coeficientului de reflexie de la intrarea (ieşirea) acestuia va fi mai mic decât unitatea, respectiv, $|S'_{11}| < 1$ și $|S'_{22}| < 1$).

Valorile impedanţelor sarcinii (generatorului) şi coeficienţii de reflexie corespunzători sunt incluse în diagrama circulară Smith. Se va denumi zona din diagrama circulară, care se referă la impedanţa de intrare (ieşire), planul impedanţei de intrare (ieşire).

În continuare, se determină în planul impedanţei de ieşire domeniul impedanţelor permise, astfel încât partea reală a impedanţei de intrare a tranzistorului să fie pozitivă. Rezolvarea inecuaţiei $|S'_{11}| < 1$, unde S'_{11} este dat de formula (6.1), demonstrează că limita domeniului impedanţelor permise pentru sarcină este cercul determinat de raza ρ_{s2} şi de coordonatele centrului faţă de centrul diagramei circulare, care sunt calculate pe baza următoarelor relaţii (pentru $i=2, j=1$):

$$r_{si} = \frac{C_i^*}{D_i}, \qquad \rho_{si} = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{D_i}\right|, \tag{6.12}$$

unde

$$C_i = S_{ii} - \Delta S_{jj}^*,\ D_i = |S_{ii}|^2 - |\Delta|^2 \tag{6.13}$$

Acest cerc se denumeşte cerc de stabilitate sau cerc de instabilitate, aşa cum mai este denumit în unele lucrări. În mod analog, inecuaţia $|S'_{22}| < 1$, unde S'_{22} este dedus cu ajutorul formulei (6.4), determină domeniul valorilor permise ale impedanţelor la intrare, pentru care partea reală a impedanţei de ieşire a tranzistorului este pozitivă. Limita acestei zone este cercul de stabilitate în planul sarcinii de intrare, cerc care este delimitat de coordonata centrului r_{s1} şi de raza ρ_{s1} determinate pe baza relaţiilor (6.12) pentru *i=1* şi *j=2*.

6.4 Calculul amplificatorului de bandă îngustă prin metoda grafo-analitică

Calculul amplificatorului începe cu alegerea tranzistorului, a schemei de conectare a acestuia şi cu determinarea (măsurarea) parametrilor *S* ai tranzistorului. Pe baza parametrilor *S* ai tranzistorului, cu ajutorul formulei (6.8) se calculează coeficientul de stabilitate, k_s. Pentru $k_s < 1$, amplificatorul este potenţial instabil. Dacă $k_s > 1$, se verifică dacă sunt satisfăcute celelalte două inegalităţi ale condiţiilor (6.7). În cazul nerespectării uneia dintre ele, amplificatorul este, de asemenea, potenţial instabil. Pe baza formulelor (6.10) şi (6.11) se calculează parametrii ajutători ai tranzistorului B_1, B_2 şi se verifică concordanţa dintre condiţiile (6.9) şi (6.7).

Calculul amplificatorului (vezi figura 6.4), pentru un coeficient de transfer în putere dat cuprinde următoarele etape:

1) determinarea impedanţelor sursei de semnal Z_1 şi a sarcinii Z_2 în planul tranzistorului pentru care se asigură acest coeficient de amplificare;

2) calcularea circuitelor de adaptare care transformă impedanţele Z_g şi Z_s (de regulă, $Z_g = Z_s = Z_0 = 50\Omega$) în impedanţele Z_1 şi Z_2 în planul tranzistorului.

Regimul de adaptare bilaterală pentru $k_s > 1$. În cazul adaptării simultane la intrarea şi la ieşirea tranzistorului, coeficientul de transfer în putere al amplificatorului necondiţionat stabil ($B_i > 0$) se obţine cu valoarea maximă a acestuia (G_{Pmax}), iar al amplificatorului potenţial instabil ($B_i < 0$) se obţine cu valoarea minimă (G_{Pmin}). Se determină impedanţele generatorului şi sarcinii în planul tranzistorului, pentru care se realizează regimul de adaptare bilaterală şi se obţine expresia pentru coeficientul de amplificare în acest regim.

Este evident faptul că, în cazul adaptării bilaterale, modulele coeficienţilor de reflexie la intrarea şi la ieşirea tranzistorului sunt nule, respectiv $|S'_{11}| = 1, |S'_{22}| = 1$. Se egalează cu zero modulele expresiilor (6.1) şi (6.4) şi apoi se rezolvă acest sistem de ecuaţii în raport cu coeficienţii de reflexie şi se obţine:

$$\Gamma_{1m} = \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} \quad (6.14)$$

$$\Gamma_{2m} = \frac{B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2}, \quad (6.15)$$

unde B_1, B_2, C_1, C_2 se determină pe baza formulelor (6.10), (6.11) şi (6.13); semnul minus din faţa radicalului corespunde situaţiei când $B_i > 0$, iar semnul plus corespunde situaţiei când $B_i < 0$; i=1 pentru (6.14), *i=2* pentru (6.15); indicele "*m*" semnifică adaptarea (indicele este unanim acceptat în literatură, de la *matching*, care în limba engleză înseamnă adaptare).

Din expresiile (6.14) şi (6.15), rezultă că în caz de adaptare bilaterală, coeficienţii de reflexie depind unul de celalalt, conform relaţiilor:

$$\Gamma_{1m} = \left[\frac{S_{11} - \Gamma_{2m}\Delta}{1 - \Gamma_{2m}S_{22}}\right]^*, \quad (6.16)$$

$$\Gamma_{2m} = \left[\frac{S_{22} - \Gamma_{1m}\Delta}{1 - \Gamma_{1m}S_{11}}\right]^* \quad (6.17)$$

Se observă că relaţiile (6.16) şi (6.17) în principiu, se pot întrebuinţa independent una faţă de cealaltă, deoarece (6.16) descrie legătura dintre coeficienţii de reflexie care realizează adaptarea la intrarea tranzistorului (în această situaţie poate să nu existe adaptare la ieşire şi atunci în notaţia Γ_{2m} dispare indicele "*m*"), iar relaţia (6.17) reflectă existenţa adaptării numai la ieşirea tranzistorului (dacă în această situaţie intrarea nu este adaptată, indicele "*m*" dispare din notaţia Γ_{1m}).

Pe baza coeficienţilor de reflexie determinaţi cu relaţiile (6.16) şi (6.17) se pot afla impedanţele corespunzătoare pe baza formulei:

$$Z_{im} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{im}}{1 - \Gamma_{im}}, i = 1{,}2.2 \quad (6.18)$$

sau cu ajutorul diagramei circulare. Pentru realizarea ultimei variante, valorile Γ_{1m} şi Γ_{2m} se introduc în diagrama circulară a impedanţelor, normată în raport cu Z0 şi de pe aceasta se citesc valorile impedanţelor normate z_{1m} şi z_{2m}. Valorile absolute ale impedanţelor se obţin prin înmulţirea valorilor normate cu Z_0:

$$Z_{im} = z_{im}Z_0, \quad i = 1{,}2$$

De observat că în cazul unui amplificator potenţial aceste impedanţe nu se situează în zona stabilă.

Impedanţele de intrare, Z_{int} şi de ieşire, Z_{ies} ale tranzistorului, care asigură regimul de adaptare bilaterală, sunt egale cu:

$$Z_{int} = Z_{1m}^*,\ Z_{ies} = Z_{2m}^*$$

Coeficientul de transfer în putere în cazul adaptării bilaterale se determină cu ajutorul expresiilor următoare:

- în cazul amplificatorului necondiţionat stabil ($B_i > 0$), respectiv:

$$G_{Tmax} = \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right| \left(K_s - \sqrt{K_s^2 - 1}\right) \tag{6.19}$$

- în cazul amplificatorului potenţial instabil ($B_i < 0$), respectiv:

$$G_{Tmin} = \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right| \left(K_s - \sqrt{K_s^2 - 1}\right) \tag{6.20}$$

Regimul de câştig constant la amplificatorul necondiţionat stabil. Se consideră că trebuie să se obţină un coeficient de transfer în putere, G_P mai mic decât G_{Pmax}, determinat cu ajutorul relaţiei (6.19). Reducerea coeficientului de transfer în putere se poate obţine prin introducerea unei neadaptări la intrarea şi (sau) la ieşirea tranzistorului. În practică, se menţine adaptarea la intrare, iar coeficientul de amplificare se obţine cu ajutorul circuitului sarcinii. Toate impedanţele de sarcină, care asigură coeficientul de transfer în putere necesar se găsesc pe un cerc denumit cerc de câştig constant. Poziţia centrului cercului r_{g2} şi raza acestuia ρ_{g2}, în planul sarcinii, se pot determina cu ajutorul următoarelor relaţii (pentru *i=2*):

$$r_{gi} = \frac{g}{1+D_i g} C_i^*, \tag{6.21}$$

$$\rho_{gi} = \frac{\left(1 - 2k_y|S_{12}S_{21}|g + |S_{12}S_{21}|^2 g^2\right)^{1/2}}{1 + D_i g},$$

unde $g = \frac{G_p}{|S_{21}|^2}$, C_i, D_i se determină pe baza formulelor (6.13).

Impedanţa z_2 plasată pe cercul de câştig constant (figura 6.5) se poate afla oriunde pe acest cerc. Este însă indicat să se opteze pentru o valoare a impedanţei care să corespundă unei valori a coeficientului de reflexie minim ($|\Gamma_2|$ minim). Valoarea acestei impedanţe se află în punctul de intersectare a cercului de câştig constant cu dreapta care uneşte centrul acestui cerc cu centrul diagramei circulare. Astfel, pentru $|r_{g2}| > \rho_{g2}$ rezultă:

$$|\Gamma_2| = |r_{g2}| - \rho_{g2}\ ,\ \Gamma_2 = |\Gamma_2| e^{j\varphi_{r_{g2}}},$$

unde $\varphi_{r_{g2}}$ este faza vectorului-rază r_{g2}.

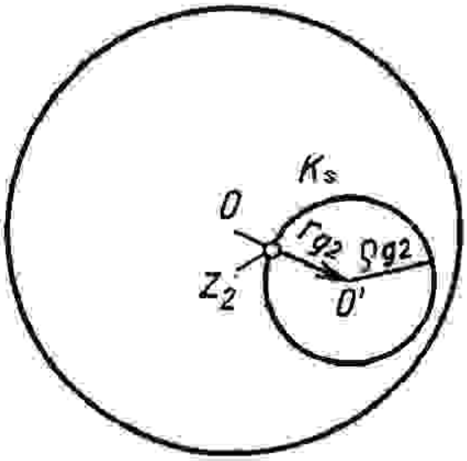


Figura 6.5. Cercul de câştig constant trasat pe diagrama circulară pentru ieşirea amplificatorului

După determinarea cu ajutorul diagramei circulare a impedanţei de ieşire z_2 şi a coeficientului de reflexie de ieşire Γ_2 se calculează coeficientul de reflexie de la intrare Γ_{1m}, cu ajutorul formulei (6.16), în care la coeficientul Γ_{2m} se renunţă la indicele "*m*". Valoarea impedanţei generatorului în planul tranzistorului Z_{1m} se determină cu ajutorul valorii coeficientului Γ_{1m}, sau al formulei (6.18).

Coeficientul de transfer în putere, G_p, în principiu, se poate obţine şi prin alegerea corespunzătoare a impedanţei de intrare în condiţiile adaptării la ieşirea tranzistorului. Coordonatele centrului de câştig constant r_{g1} şi raza acestuia ρ_{g1} din planul impedanţei de intrare se determină pe baza relaţiilor (6.21), pentru $i=1$. Alegând, în mod analog, valoarea $z_1(\Gamma_1)$ pe cercul de câştig constant, se determină coeficientul de reflexie Γ_{2m}, din condiţia de adaptare de la ieşirea tranzistorului (formula (6.17), în care la Γ_{1m} trebuie să se renunţe la indicele "*m*"). Apoi se determină valoarea impedanţei Z_{2m}. De reţinut că a doua situaţie se utilizează mult mai rar în practică.

Regimul de câştig constant la amplificatorul potenţial instabil. La un amplificator potenţial instabil, pentru $k_s > 1$ se poate obţine orice coeficient de transfer în putere, G_P, mai mare decât cel minim, G_{Pmin}, care corespunde regimului de adaptare bilaterală conjugată. Pentru $k_s < 1$, regimul de adaptare bilaterală nu este realizabil şi expresia pentru G_{Pmin} (determinată de relaţia (2.20)) îşi pierde sensul. Totuşi, adaptarea unilaterală este posibilă. În situaţia când $k_s < 1$, se poate obţine orice coeficient de transfer în putere.

La un amplificator potenţial instabil, coeficientul de transfer necesar se realizează, de regulă, prin alegerea valorii impedanţei de ieşire în cazul adaptării la intrarea tranzistorului.

Calculul începe cu trasarea cercurilor de stabilitate de intrare şi de ieşire pe diagrama circulară. Coordonata centrului cercului de stabilitate r_{s1} şi raza acestuia ρ_{s1} se stabilesc pe baza formulei (6.12), pentru *i=1* pentru intrare şi *i=2* pentru ieşire.

În figura 6.6 cercul de stabilitate de ieşire este trasat cu linie continuă, iar cel de intrare cu linie punctată. Zona interzisă pentru plasarea impedanţelor este haşurată. Apoi pe aceeaşi diagramă circulară se plasează cercul de câştig constant pentru ieşirea amplificatorului. Poziţia centrului acestuia, r_{g2}, şi raza corespunzătoare, ρ_{g2}, se determină cu ajutorul relaţiei (6.21) pentru *i=2*. De observat că centrele cercurilor de câştig constant se găsesc pe dreapta care uneşte centrul cercului de stabilitate cu centrul diagramei circulare.

Pe cercul de câştig constant se poate alege orice valoare a impedanţei z_2, care să nu fie plasată în zona de instabilitate de ieşire. Este de dorit ca modulul coeficientului de reflexie corespunzător, $|\Gamma_2|$, să fie pe cât posibil mai mic.

Determinând pe diagrama circulară z_2 şi Γ_2, pe baza formulei (6.16), se calculează coeficientul de reflexie Γ_{1m} în cazul adaptării la intrarea tranzistorului.

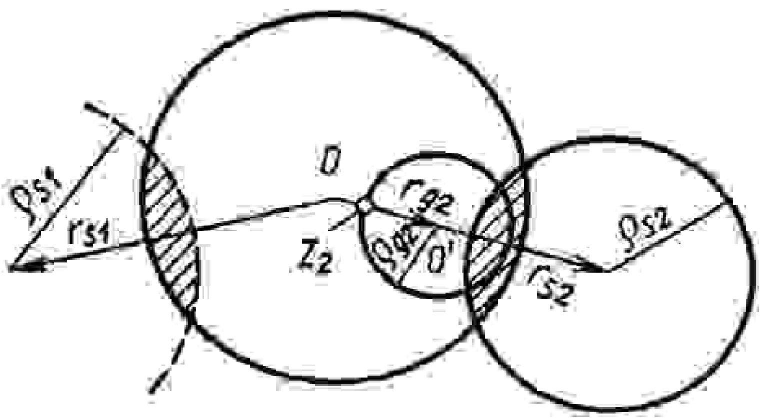


Figura 6.6. Cercurile de stabilitate de intrare şi de ieşire şi cercul de câştig constant plasate pe diagrama circulară Smith

Cu ajutorul coeficientului de reflexie, Γ_{1m}, se determină valoarea impedanţei z_{1m} şi apoi se verifică dacă aceasta nu se află în zona de instabilitate de intrare. Dacă alegerea impedanţei de ieşire nu este corectă, calculul se repetă până când valoarea impedanţei se va plasa în afara zonei de instabilitate.

Circuite de adaptare. După determinarea valorilor impedanţelor z_1 şi z_2 din planul tranzistorului, care asigură coeficientul de câştig dorit, se calculează circuitele de adaptare CA_1 şi CA_2 (vezi figura 6.4), care transformă impedanţele generatorului, Z_g şi cea a sarcinei, Z_s (de regulă acestea sunt egale cu impedanţa caracteristică $Z_0 =$

50Ω) în impedanţele Z_1 şi Z_2. La amplificatoarele de bandă îngustă, unde cel mai important parametru este coeficientul de zgomot, cerinţa de bază este existenţa unor pierderi minime în circuitele de adaptare. Circuitele fără pierderi nu sunt surse de zgomot şi de aceea, circuitele de adaptare se realizează pe baza elementelor reactive cu parametrii concentraţi sau distribuiţi: inductanţe, capacităţi, segmente de linii. Elementele de bază ale circuitelor de adaptare microstrip le reprezintă segmentele de linie cu lungime relativă $^{l}/_{\lambda}$ (unde λ reprezintă lungimea de undă în linie), linia în scurtcircuit şi în gol. În subcapitolul 6.5 este prezentat un exemplu de calcul al circuitelor de adaptare.

Coeficientul de zgomot al amplificatorului. Cel mai important parametru al amplificatorului de microunde de zgomot redus îl reprezintă coeficientul de zgomot. Coeficientul de zgomot depinde de impedanţa generatorului din planul tranzistorului şi, prin alegerea corespunzătoare a acestei impedanţe, se poate reduce la minimum coeficientul de zgomot. Impedanţele generatorului corespunzătoare regimurilor de amplificare maximă (în cazul amplificatorului necondiţionat stabil) şi de coeficient de zgomot minim nu coincid. De aceea, impedanţa generatorului se alege adesea din considerente de compromis. În acest caz, este de dorit să se obţină la intrarea amplificatorului un coeficient de undă staţionară a tensiunii, pe cât posibil mai mic. Coeficientul de zgomot al amplificatorului, F, pentru orice impedanţă a generatorului în planul tranzistorului, Z_1, poate fi calculat pe baza formulei:

$$F = F_{min} + \frac{4R_{zg}\, Re\, Z_1 \left|\Gamma_1 - \Gamma_{1zgmin}\right|^2}{Z_0^2 |1-\Gamma_1|^2 \left|1+\Gamma_{1zgmin}\right|^2}, \tag{6.22}$$

unde se utilizează următoarele notaţii:

- F_{min}- reprezintă coeficientul de zgomot minim atins la impedanţa generatorului Z_{1zgmin};
- $\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$ şi $\Gamma_{1zgmin} = \frac{Z_{1zgmin} - Z_0}{Z_{1zgmin} + Z_0}$ reprezintă coeficienţii de reflexie corespunzători sarcinilor Z_1 şi Z_{1zgmin}, măsuraţi în linia cu impedanţa caracteristică standard Z_0; R_{zg}- rezistenţa echivalentă de zgomot a tranzistorului.

Pentru a executa calculele pe baza formulei (6.22), în prealabil, trebuie să se determine parametrii din compunerea acesteia F_{min}, Γ_{1zgmin} şi R_{zg}. Practic, datorită dificultăţilor de măsurare a rezistenţei echivalente de zgomot, R_{zg}, aceasta se calculează pe baza formulei (6.22), măsurând suplimentar coeficientul de zgomot pentru o anumită impedanţă cunoscută, de exemplu egală cu impedanţa caracteristică a liniei de transmisiune ($Z_1 = Z_0, \Gamma_1 = 0$).

Relaţia (6.22) reprezintă o familie de cercuri. Pentru trasarea acestor cercuri pe diagrama circulară se defineşte parametrul coeficientului de zgomot N_i, unde indicele "i" reprezintă numărul corespunzător coeficientului de zgomot dorit, care se poate exprima şi în dB (de exemplu $F_1 = F_{2,2dB}$):

$$N_i = \frac{\lfloor \Gamma_1 - \Gamma_{1zg\,min} \rfloor^2}{1 - \lfloor \Gamma_1 \rfloor^2} = \frac{(F_1 - F_{min}) Z_0^2}{4 R_{zg} Re Z_1} \lfloor 1 + \Gamma_{1zg\,min} \rfloor^2 \tag{6.23}$$

Efectuând calculul se obţine:

$$|\Gamma_1|^2 (1 + N_i) + \lfloor \Gamma_{1zg\,min} \rfloor^2 - 2\, Re\, (\Gamma_1 \Gamma^*_{1zg\,min}) = N_i$$

sau

$$\left\lfloor \Gamma_1 - \frac{\Gamma_{1zg\,min}}{1+N_i} \right\rfloor^2 = \frac{N_i^2 + N_i \left(1 - \lfloor \Gamma_{1zg\,min} \rfloor^2\right)}{(1+N_i)^2}.$$

S-a obţinut o familie de cercuri cu N_i parametru şi cu coordonatele centrelor date de:

$$r_{F_i} = \frac{\Gamma_{1zgmin}}{1+N}, \tag{6.24}$$

iar razele cercurilor date de:

$$\rho_{F_i} = \frac{1}{1+N_i} \sqrt{N_i^2 + N_i \left(1 - \lfloor \Gamma_{1zgmin} \rfloor^2\right)}. \tag{6.25}$$

Dacă în planul de intrare se trasează şi familia de cercuri de câştig constant, în situaţia adaptării la ieşire, alegerea impedanţei generatorului depinde de priorităţile proiectării.

6.5 Exemple de calcul al amplificatoarelor de bandă îngustă

Valorile parametrilor S ai unui tranzistor (modulul şi argumentul la frecvenţele de *1* şi *2,25 GHz*), conectat conform schemei cu emitor comun pentru realizarea unui amplificator cu un singur etaj sunt prezentate în tabelul 6.1.

Tabelul 6.1

f [GHz]	S_{11}	φ_{11}	S_{12}	φ_{12}	S_{21}	φ_{21}	S_{22}	φ_{22}
1	0,39	-111^0	0,044	$46{,}5^0$	5,31	102^0	0,74	-30^0
2,25	0,27	-165^0	0,065	$40{,}5^0$	2,81	$61{,}5^0$	0,63	-37^0

Exemplul 1. Se calculează, mai întâi, amplificatorul de bandă îngustă, a cărui frecvenţă centrală este egală cu 2,25 GHz.

Se verifică condiţiile de stabilitate ale amplificatorului:

$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 0{,}166\ e^{-j136{,}17^o};$$
$$C_1 = S_{11} - \Delta S_{22}^* = 0{,}246\ e^{j172{,}22^o};$$
$$C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^* = 0{,}613\ e^{-j40{,}82^o};$$
$$D_2 = |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 = 0{,}369$$

$|S_{12}S_{21}| < 1 - |S_{11}|^2$, respectiv 0,183<0,927;

$|S_{12}S_{21}| < 1 - |S_{22}|^2$, respectiv 0,183<0,603;

$$k_s = \frac{1 + |\Delta|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2}{2|S_{12}S_{21}|} = 1{,}527;$$
$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 = 0{,}648;$$
$$B_2 = 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 = 1{,}296$$

După cum se observă, condiţiile de stabilitate necondiţionată (6.7) sunt satisfăcute (în afară de aceasta, ($k_s > 1,\ B_1 > 0,\ B_2 > 0$) şi amplificatorul poate realiza un coeficient de transfer al puterii maxim:

$$G_{Pmax} = \frac{\lfloor S_{21} \rfloor}{\lfloor S_{12} \rfloor}\left(k_s - \sqrt{k_s^2 - 1}\right) = 16{,}127 = 12{,}075\ dB,$$

care se realizează în regim de adaptare bilaterală, adică pentru:

$$\Gamma_{1m} = \frac{B_1 - \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} = 0{,}461 e^{-j172{,}22^o};$$
$$\Gamma_{2m} = \frac{B_2 - \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2} = 0{,}714 e^{j40{,}82^o}$$

Valorile lui Γ_{1m} şi Γ_{2m} se trec pe diagrama circulară Smith (figura 6.7) şi pe baza acesteia (sau cu ajutorul formulei (6.18)) se determină impedanţele generatorului şi ale sarcinii în planul tranzistorului:

- normate $z_{1m} = 0{,}371 - j0{,}059;\ z_{2m} = 1{,}143 + j2{,}174;$

- absolute: $\mathrm{z_{1m}Z_0} = 18{,}539 - \mathrm{j}2{,}934\ \Omega;\ \mathrm{Z_{2m}} = \mathrm{z_{2m}Z_0} = 57{,}158 + \mathrm{j}108{,}696\ \Omega$

În continuare, se determină circuitele de adaptare, conectate între aceste impedanţe şi impedanţele de 50Ω ale generatorului şi ale sarcinii.

De asemenea, pentru adaptare se utilizează segmente de linii cu impedanţa caracteristică $Z_0 = 50\Omega$.

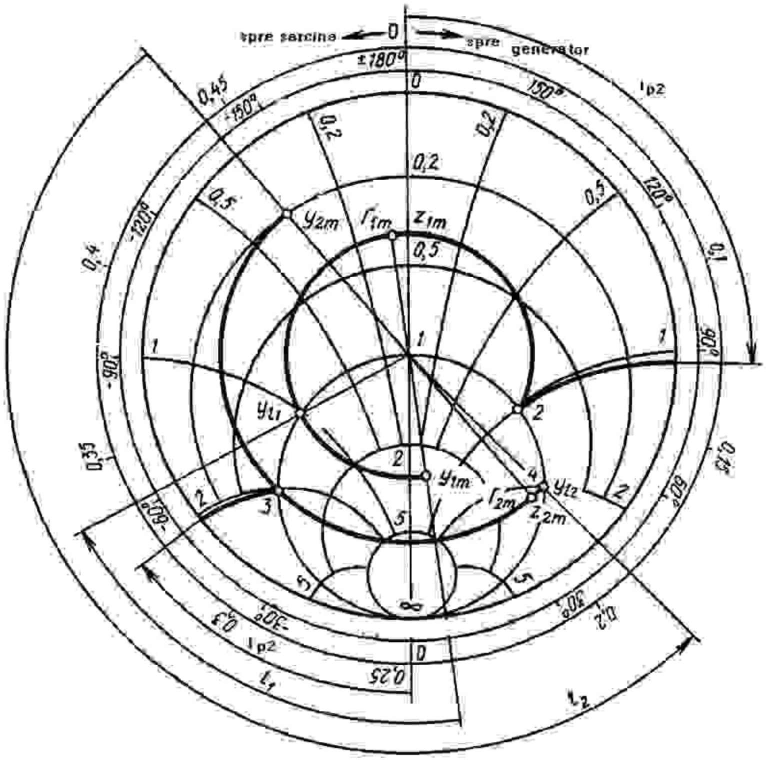


Figura 6.7 Exemplu de calcul grafic al amplificatorului de microunde la frecvenţa egală cu 2,25 GHz

Pentru calculul circuitelor de adaptare se utilizează formulele prezentate anterior şi diagrama circulară Smith (figura 6.7). Aceasta din urmă se va utiliza în acelaşi timp şi ca diagramă a impedanţelor şi a admitanţelor, modificându-se, în acest caz, numai sensul fizic al punctelor caracteristice. Astfel, punctul inferior al diagramei notat cu ∞, corespunde scurtcircuitului în cazul utilizării admitanţelor şi liniei în gol în cazul utilizării impedanţelor. Citirea fazei coeficientului de reflexie se execută plecând de la punctul inferior, notat cu ∞, în cazul impedanţelor şi de la punctul superior notat cu 0, în cazul admitanţelor. Ca sens pozitiv de citire a fazei se consideră sensul invers acelor de ceasornic.

Circuitul de adaptare de ieşire. Adaptarea se realizează cu ajutorul segmentului de linie cu lungimea l_2 şi bucla reactivă plasată în paralel cu lungimea l_{p2}, prezentate în schema electrică de principiu a amplificatorului cu un singur etaj (figura 6.8). Segmentul de linie al circuitului de adaptare l_2 transformă impedanţa $Z_{2m} = 57{,}158 + j108{,}696\Omega$ (sau sub formă normată $z_{2m} = 1{,}143 + l2{,}174$) în admitanţă $Y_{l_2} = Y_0 \pm jB_{l_2}\Omega^{-1}(y_{l_2} = y_0 \pm jb_{l_2})$, a cărei componentă activă este egală cu admitanţa caracteristică a liniei $Y_0 = \frac{1}{Z_0}(y_0 = 1)$, iar bucla, plasată în paralel, compensează componenta reactivă a admitanţei $(\pm jB_{l_2})$.

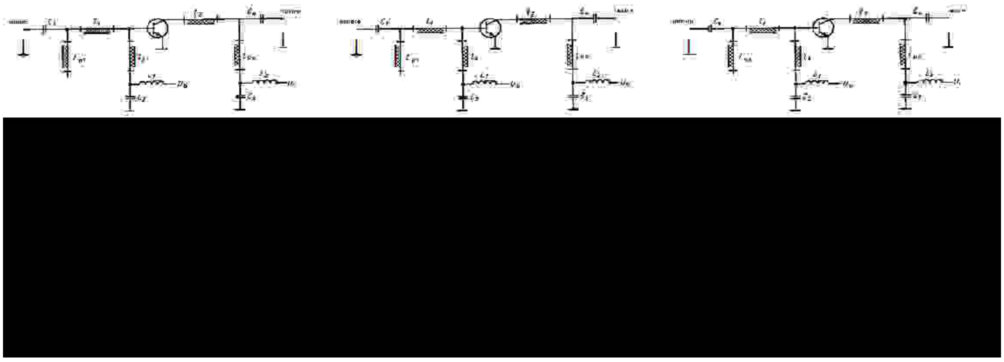


Figura 6.8 Schema electrică de principiu a amplificatorului de microunde cu tranzistor cu un singur etaj

Se plasează pe diagrama circulară (figura 6.7) punctul corespunzător admitanţei $y_{2m} = \frac{1}{z_{2m}}$ (punct de pe cercul $|\Gamma_{2m}|$=0,714), diametral opus punctului z_{2m}=1,143+j2,174; y_{2m}=0,189-j0,360. De la punctul y_{2m} se face o rotaţie pe cercul $|\Gamma_{2m}|$=0,714 în sens invers acelor de ceasornic (spre sarcină) până la intersectarea cercului conductanţei, *g=1*, în punctele 3 şi 4, unde $y = 1 \pm jb$, b=2,038. Valoarea lui *b* se determină pe baza formulei $b = \frac{2|\Gamma_{2m}|}{\sqrt{1-|\Gamma_{2m}|^2}}$.

Adaptarea se poate realiza cu ajutorul unei bucle montate în paralel (scurtcircuitate sau în gol), a cărei lungime este mai mică decât $\lambda/4$. În acest caz, susceptanţa de intrare a buclei în scurtcircuit este negativă, iar a celei în gol este pozitivă. Bucla în scurtcircuit poate fi utilizată şi pentru aplicarea tensiunii continue la colectorul tranzistorului, iar pierderile sunt mai mici decât cele în cazul utilizării liniei în gol.

Pentru realizarea adaptării se alege o buclă în scurtcircuit cu lungimea mai mică decât $\lambda/4$. În acest caz, lungimea segmentului de linie l_2 trebuie să fie astfel aleasă astfel încât, admitanţa normată să fie egală cu $y_{l2}=1+j2,038$ (punctul 4 de pe diagrama circulară), ceea ce corespunde coeficientului de reflexie:

$$\Gamma_{l2} = \frac{1 - y_{l2}}{1 + y_{l2}} = 0,714e^{-j135,53^o}$$

Susceptanţa de intrare normată a buclei este egală cu jb_{p2}=*j2,038*. Lungimea buclei în scurtcircuit l_{p2} se determină pe diagrama circulară a admitanţelor, considerând ca punct de plecare punctul inferior al diagramei. Pe baza diagramei se determină distanţa dintre punctele indicate, în lungimi de undă relative: $\frac{l_{p2}}{\lambda}$=0,3226-0,25=0,076. Lungimea buclei în scurtcircuit se poate calcula pe baza formulei:

$$tg(2\pi\frac{l_{p2}}{\lambda}) = -\frac{1}{b_{p2}} = -\frac{1}{2{,}038} = 0{,}4907;$$
$$l_{p2} = \frac{26{,}14^o}{360^o}\lambda = 0{,}0726\lambda$$

Scurtcircuitarea buclei l_{p2} se poate realiza cu ajutorul condensatorului C_3 (figura 6.8).

În continuare, se determină lungimea segmentului de linie l_2 ca fiind distanţa exprimată în număr de lungimi de undă relative, citită în sens invers acelor de ceasornic (spre sarcină) faţă de punctul y_{2m} până la punctul y_{l2} sau se poate calcula pe baza formulei:

$$l_2 = \frac{\varphi_{\Gamma_{l2}} - \varphi_{\Gamma_{2m}}}{720^o}\lambda$$

unde $\varphi_{\Gamma_{l2}}$=-135,53$^{\text{O}}$; $\varphi_{\Gamma_{2m}}$=40,82$^{\text{O}}$. Deoarece fazele coeficienţilor de reflexie, care intră în formulă, trebuie să aibă aceleaşi semne, adică să se citească în aceeaşi direcţie, atunci $\varphi_{\Gamma_{l2}} = 360^o - 135{,}53^o = 224{,}47^o$ şi $l_2 = 0{,}255\lambda$.

Circuitul de adaptare de intrare . Pentru adaptare se utilizează segmentul de linie cu lungimea l_1 şi bucla montată în paralel (pentru compensarea părţii reactive) cu lungimea l_{p1} (vezi figura 6.8). În mod analog, se determină pe diagrama circulară admitanţa normată, respectiv:

$$y_{1m} = \frac{1}{z_{1m}} = \frac{1}{(0{,}371 - j0{,}059)} = 2{,}631 + j0{,}416$$

Faţă de punctul corespunzător acestei admitanţe, se execută o rotaţie în sensul acelor de ceasornic (spre generator) până la intersectarea cercului $|\Gamma_{1m}|$=0,461 cu cercul *g=1*, în punctele 1 şi 2, unde $y = 1 \pm jb$ şi se obţine:

$$b = \frac{2|\Gamma_{1m}|}{\sqrt{1 - |\Gamma_{1m}|^2}} = 1{,}038$$

Din diagrama circulară rezultă că în această situaţie lungimea minimă a liniei de adaptare se obţine în cazul utilizării buclei în gol cu lungimea $l < \lambda/4$.

Susceptanţa de intrare a unei bucle este $jb_{p1} = j1{,}038$ şi de aceea admitanţa liniei la locul de conectare a buclei trebuie să fie egală cu y_{l1}=1-j1,038 (punctul 1 de pe diagrama circulară Smith). Acestei admitanţe îi corespunde coeficientul de reflexie, respectiv:

$$\Gamma_{l1} = \frac{1-y_{l1}}{1+y_{l1}} = 0{,}461\, e^{j117{,}42^o}.$$

Procedeul de determinare a lungimii buclei în gol l_{p1} pe diagrama circulară este analog cu procedeul analizat pentru bucla în scurtcircuit. Diferenţa consta numai în aceea că lungimea liniei în gol se citeşte de la punctul superior al diagramei (de asemenea în sensul acelor de ceasornic).

Expresia pentru calculul lungimii buclei în gol este:

$$ctg(2\pi \frac{l_{p1}}{\lambda}) = \frac{1}{b_{p1}} = \frac{1}{1{,}038} = 0{,}963;$$
$$l_{p1} = \frac{46{,}06^o}{360^o}\lambda = 0{,}1279\lambda$$

Lungimea segmentului l_1 se determină pe baza diagramei circulare Smith (vezi figura 6.7) ca fiind distanta exprimată în lungimi de unda relative, calculată din punctul corespunzător lui y_{1m} până în punctul corespunzător lui y_{l1}, măsurată în sensul acelor de ceasornic (spre generator) sau se mai poate calcula pe baza formulei:

$$l_1 = \frac{\varphi_{\Gamma_{1m}} - \varphi_{\Gamma_{l1}}}{720^o}\lambda = \frac{(360^o - 172{,}22^o) - 117{,}42^o}{720^o}\lambda = 0{,}0977\lambda$$

În schema de principiu a amplificatorului de microunde cu un singur etaj (vezi figura 6.8), l_3 reprezintă segmentul de linie de lungime $\lambda/4$ cu impedanţa caracteristică de *50* Ω, în scurtcircuit prin intermediul condensatorului C_2, segment destinat pentru aplicarea tensiunii de polarizare la baza tranzistorului; L_1 şi L_2 reprezintă inductanţele care asigură decuplarea surselor de alimentare; C_1 şi C_4 sunt condensatoarele de separare.

Exemplul 2. Se calculează amplificatorul de bandă îngustă, a cărei frecvenţă centrală este egală cu *1 GHz*.

Se determină, mai întâi, parametrii auxiliari ai tranzistorului, analog celor prezentate în exemplul 1:

$$\Delta = 0{,}305e^{-j94{,}72^o}; \quad C_1 = 0{,}246e^{j172{,}22^o};$$
$$C_2 = 0{,}663e^{-j37{,}44^o};\ D_2 = 0{,}454;$$
$$k_s = 0{,}841;\ B_1 = 0{,}512;\ B_2 = 1{,}303$$

Întrucât k_s <1 şi amplificatorul este potenţial instabil, se verifică dacă poate funcţiona stabil la un câştig de G_P=16dB=39,811.

Se trasează cercurile de stabilitate de intrare şi de ieşire (figura 6.9). Coordonata centrului cercului de stabilitate şi raza acestuia sunt:

-pentru intrare

$$r_{s1} = \frac{C_1^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} = 4{,}816e^{j145{,}84^o}$$

$$\rho_{s1} = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} = 3{,}944;$$

-pentru ieşire

$$r_{s2} = \frac{C_2^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} = 1{,}459e^{j37{,}44^o}$$

$$\rho_{s2} = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} = 0{,}514;$$

Deoarece $|r_{si}| > \rho_{si}$ (i=1,2), zonele de instabilitate de intrare şi de ieşire sunt cuprinse în cercurile corespunzătoare. În figura 6.9 aceste zone sunt haşurate.

Apoi se calculează şi se trasează cercul de câştig constant de 16 dB.

$$r_{g2} = \frac{g}{1 + D_{2g}} C_2^* = 0{,}570e^{j37{,}44^o};$$

$$\rho_{g2} = \frac{(1 - 2k_s|S_{12}S_{21}|g + |S_{12}S_{21}|^2g^2)^{1/2}}{1 + D_{2g}} = 0{,}453$$

Se alege pe acest cerc impedanţa de sarcină, în zona stabilă, în punctul de intersecţie cu vectorul raza r_{g2}:

$$\Gamma_2 = (|r_{g2}| - \rho_{g2})e^{j\phi_{r_{g2}}} = 0{,}117e^{j37{,}44^o},$$

$$z_2 = 1{,}192 + j0{,}172; \quad Z_2 = 59{,}593 + j8{,}618\Omega$$

Corespunzător coeficientului de reflexie de la ieşire se calculează coeficientul de reflexie necesar adaptării intrării tranzistorului şi apoi impedanţa de intrare pe baza formulelor (6.16) şi respectiv (6.18):

$$\Gamma_{1m} = \left[\frac{S_{11} - \Gamma_2 \Delta}{1 - \Gamma_2 S_{22}}\right]^* = 0{,}405\ e^{j114{,}76^o};$$

$$z_{1m} = 0{,}556 + j0{,}489; \quad Z_{1m} = 27{,}817 + j24{,}456\Omega$$

După cum se observă, impedanţa normată de intrare, z_{1m} nu se află în zona de instabilitate de la intrare şi, în consecinţă, tranzistorul va funcţiona stabil.

În cazul în care impedanţa de intrare s-ar fi situat în zona instabilă, ar fi fost necesară o altă poziţionare a coeficientului de reflexie de ieşire pe cercul de câştig constant sau ar fi fost necesară reducerea câştigului până când impedanţa de intrare se află în zona stabilă. Circuitele de adaptare se pot calcula în mod analog cu exemplul precedent.

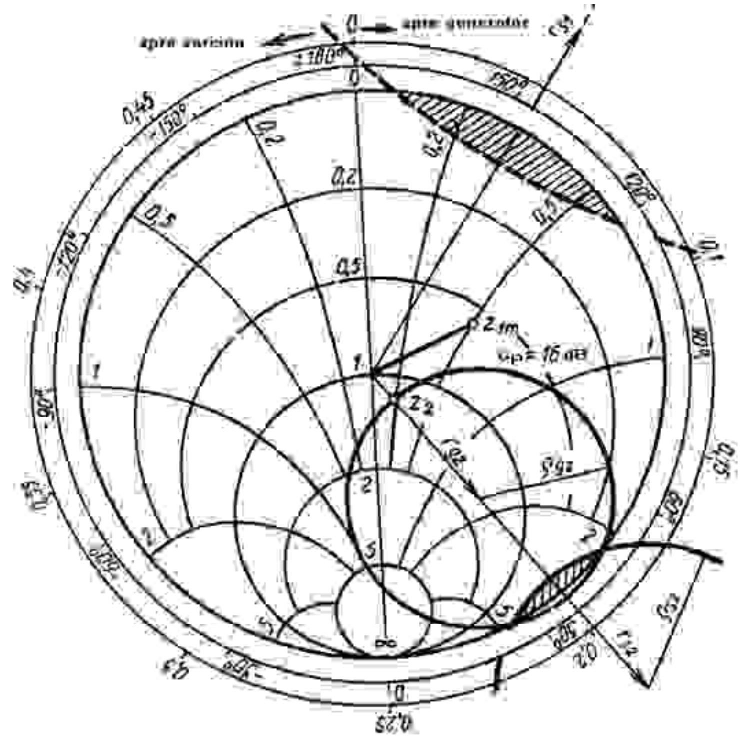


Figura 6.9. Exemplu de calcul grafic pentru amplificatorul de microunde la frecvenţa de 1GHz

6.6 Particularitatile constructive ale amplificatoarelor de microunde cu tranzistoare

Scheme de conectare a tranzistoarelor. La amplificatoarele de microunde de zgomot redus, realizate pe baza tranzistoarelor bipolare se utilizează, în principal, schemele cu emitor comun, deoarece acestea au o stabilitate bună într-o gama largă de frecvenţe. Schemele cu tranzistoare cu baza comună sunt potenţial instabile în cea mai mare parte a gamei de frecvenţe (au coeficientul de stabilitate mai mic ca unu).

La amplificatoarele realizate în montaj cu baza comună, se poate obţine o amplificare mult mai mare decât în cazul montajului cu emitorul comun, însă mărirea acesteia se obţine pe seama îngustării benzii de trecere şi a reducerii stabilităţii amplificatorului.

Avantajul schemei cu baza comună îl constituie dependenţa slabă a coeficientului de transfer în putere faţă de frecvenţă. Din cauza instabilităţii tranzistorului şi a dificultăţii transformării impedanţelor într-o gamă mai largă, nu se utilizează amplificatoarele de bandă largă realizate în montaj cu baza comună.

Amplificatoare de bandă îngustă. Schema structurală cea mai simplă a amplificatorului de bandă îngustă este prezentată în figura 6.4 şi conţine circuite pasive, care asigură transformarea impedantelor (circuite de adaptare). În general, în compunerea unui amplificator de bandă îngustă, pot intra circuite pasive suplimentare, destinate pentru formarea benzii de trecere necesare şi pentru asigurarea stabilităţii amplificatorului în afara limitelor benzii de trecere (circuite de stabilizare).

Formarea benzii de trecere necesare este posibilă, de exemplu, cu ajutorul unui filtru conectat la intrarea sau la ieşirea tranzistorului. Filtrul de selecţie de la intrare atenuează acţiunea bruiajului, împiedică distorsiunile neliniare determinate de interacţiunea cu semnalul. Însă filtrul conectat la intrare introduce în amplificator pierderi suplimentare şi măreşte coeficientul lui de zgomot. Pierderile datorate filtrului pe frecvenţa centrala sunt cu atât mai mari, cu cât banda este mai îngustă. Faţă de filtrul de selecţie montat la intrare există cerinţe mai mari decât faţă de filtrul conectat la ieşirea tranzistorului. De regula, filtrul de selecţie se adaptează cu linia de transmisiune şi de aceea influenţa reciprocă între tranzistor şi filtru în banda de trecere a amplificatorului poate fi neglijată pe timpul efectuării calculelor.

Adaptarea de bandă largă a amplificatoarelor de microunde. Problema clasică a adaptării de bandă largă presupune determinarea elementelor constructive ale unui diport fără pierderi, dispus între un generator şi o sarcină, astfel ca transferul de putere să fie maxim într-o bandă de frecvenţe impusă. Performanţele întregului sistem sunt apreciate, de obicei, prin intermediul câştigului de transfer în putere. Problemele de adaptare sunt studiate sub următoarele forme:

a) *adaptarea simplă*; în această situaţie, impedanţa generatorului este o rezistenţă pură în serie cu o sursa ideală de tensiune, iar impedanţa de sarcină este arbitrară.

b) *adaptarea dublă*; aceasta este o problemă de transfer de putere între un generator cu impedanţă oarecare şi o sarcină, de asemenea cu sarcină oarecare.

Se poate concluziona deci, că al doilea caz este mai cuprinzător, incluzând şi cazul adaptării simple ca un caz particular. Teoria analitică a câştigului într-o bandă de frecvenţe, a fost folosită de numeroşi autori, extrăgându-se din acestea pentru anumite cazuri concrete formule simple, practice.

Problemele reale, în care se utilizează teoria analitică a adaptării se rezolvă în trei etape. În prima etapă se obţin datele prin calcul sau prin măsurători de la dispozitivul care trebuie analizat, de exemplu coeficienţii de reflexie de la intrare şi de la ieşire şi respectiv impedanţele corespunzătoare, iar apoi se determină un model care să-l aproximeze cât mai bine.

În a doua etapă a abordării analitice trebuie aleasă o funcţie de transfer adecvată care include implicit şi structura de circuit a modelului ales. În literatura de specialitate sunt folosite foarte mult funcţiile de răspuns de tip Butterworth sau Cebîşev. Aceste funcţii sunt adecvate în problemele de adaptare simplă, unde modelul generatorului sau al sarcinii includ câteva elemente reactive *LC* în scară.

În a treia etapă, se determina parametrii necunoscuţi ai funcţiei de transfer, astfel încât, să se satisfacă restricţiile câştigului de bandă largă. Teoria analitică a adaptării de bandă largă conduce către un suboptim şi uneori la structuri ale circuitului practic nerealizabile.

În ultimul timp, s-au dezvoltat tehnici de adaptare asistată de calculator atât pentru probleme de adaptare simplă, cât şi pentru cele de adaptare dublă. Pachetele de programe existente oferă posibilităţi multiple de analiză şi optimizare a circuitelor de adaptare în domeniul radiofrecvenţei şi microundelor, dar ele nu pot realiza sinteza. Mai mult decât atât, programelor le trebuie furnizate: topologia circuitelor, precum şi o alegere iniţială adecvată a valorilor elementelor. Unele dintre aceste programe folosesc metode mai puţin precise, oferind în consecinţă, rezultate cu erori mai mari.

Tehnicile moderne asistate de calculator utilizează anumite elemente din teoria analitică şi, apelând la diverse tehnici de optimizare numerică, conduc la performanţe de proiectare calitativ superioare şi la structuri mai simple ale circuitelor de adaptare.

6.7 Schemele practice ale amplificatoarelor cu tranzistoare

Ca exemplu de realizare practică a unui amplificator de zgomot redus poate servi amplificatorul sub forma de circuit integrat hibrid destinat pentru lucru în banda de frecvenţe de *1,4-1,7 GHz*. Coeficientul de zgomot al amplificatorului este de maximum *4 dB* (valoare medie *3,3 dB*), coeficientul de transfer în putere depăşeşte *25 dB*, coeficientul de undă staţionară la intrare şi la ieşire este de maximum 2 şi respectiv 2,5. Amplificatorul se compune din trei etaje identice (figura 6.10). Tranzistorul utilizat este conectat conform schemei cu emitorul comun. Sunt prevăzute două scheme de alimentare a tranzistorului: cu stabilizare în circuitul emitorului şi fără aceasta. Elementele pasive ale schemei sunt realizate pe baza de segmente de linii.

Circuitul de intrare asigură impedanţa necesară generatorului la intrarea tranzistorului pentru care coeficientul de zgomot al etajului şi coeficientul de undă staţionară al intrării nu depăşesc valorile stabilite. Circuitul de ieşire are rol de transformator de adaptare şi de filtru de netezire.

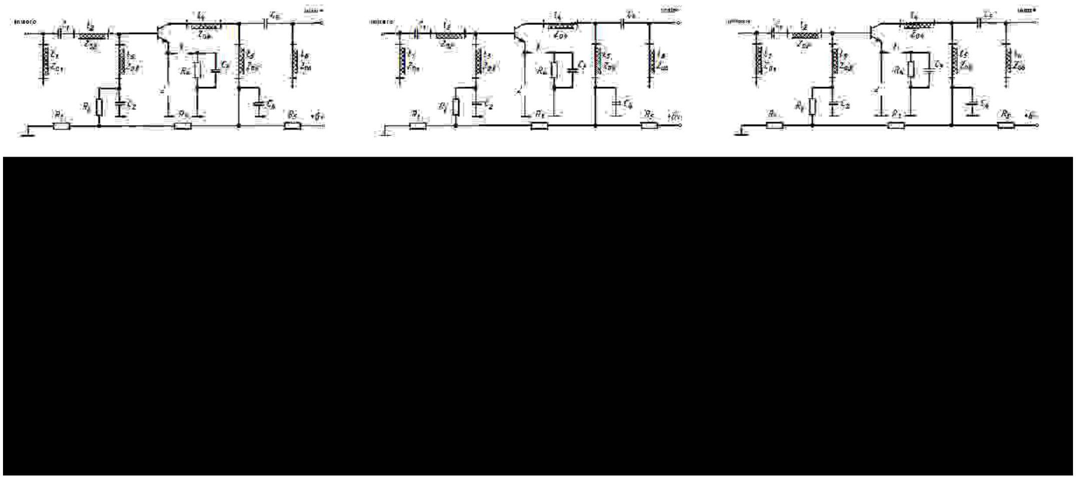


Figura 6.10 Schema de principiu a unui etaj al amplificatorului

Fiecare etaj al amplificatorului este realizat pe un suport separat de dielectric *(ε_r=10)* cu dimensiunile de *6x8x0,5 mm*. Elementele pasive se pot regla, prin modificarea dimensiunilor acestora.

CAPITOLUL 7

STUDIUL NEOMOGENITĂŢILOR CIRCUITELOR DE MICROUNDE CU AJUTORUL MATRICEI DE DISPERSIE

În acest capitol este prezentată o metodă de calcul al structurii câmpului electromagnetic din cadrul circuitelor de microunde, care are la bază matricea de repartiţie a acestora şi ţine cont de diversitatea şi complexitatea modurilor de undă existente şi de neomogenităţile liniei de transmisiune pe care le presupune configuraţia unui circuit.

7.1 Introducere

Orice circuit de microunde se poate reprezenta sub forma unui set de segmente de linii de transmisiune cu diferite neomogenităţi. În urma analizei acestora se poate obţine matricea de repartiţie a circuitului. Această matrice mai este denumită matrice de dispersie datorită efectului pe care îl produc neomogenităţile liniei asupra undelor electromagnetice.

Se consideră relaţia dintre amplitudinile tensiunilor undelor incidente şi reflectate dintr-un multiport oarecare:

$$\begin{bmatrix} U_{1r} \\ U_{2r} \\ \vdots \\ U_{nr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & & S_{2n} \\ \vdots & & & \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1in} \\ U_{2in} \\ \vdots \\ U_{nin} \end{bmatrix}$$

Dacă multiportul satisface principiul reciprocităţii, atunci modificarea sensului undei nu influenţează coeficientul de transmisiune. Dacă multiportul este fără pierderi, puterea totală a undelor reflectate este egală cu puterea totală a undelor incidente, fapt care corespunde caracterului unitar al matricei de repartiţie.

Numărul de intrări, deci şi numărul de linii şi de coloane din matricea de repartiţie este determinat nu numai de numărul de porţi din multiport, ci şi de numărul modurilor de undă existente în circuitul de microunde pe frecvenţa de lucru. Matricea care descrie procesul electromagnetic în multiport se compune din n^2 blocuri, unde n este numărul de linii de transmisie (numărul de canale de undă) care intră în multiport. Numărul de linii şi coloane din fiecare bloc este determinat de numărul de moduri de undă existente în canalele corespunzătoare acestui bloc.

Să presupunem că la anumite intrări (canale) se aplică un semnal caracterizat de un set de unde proprii. În acest caz, în fiecare canal se propagă şi undele reflectate care reprezintă răspunsul circuitului la acţiunea undelor incidente. Câmpul electromagnetic în fiecare canal se poate reprezenta sub forma superpoziţiei undelor incidente şi reflectate:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_{i\ in} + \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_{i\ r}, \quad i = \overline{1,n}$$

Undele reflectate în fiecare canal reprezintă rezultatul acţiunii undelor incidente asupra circuitului analizat în toate canalele. U_{kin}^{i} şi U_{kr}^{i}reprezintă vectorii amplitudinilor complexe ale undelor incidente şi reflectate din canalul i. Aici, k reprezintă numărul modulului de undă din canalul analizat. În cazul general, aceşti vectori vor fi incomensurabili, deoarece numărul de moduri de undă din fiecare canal este infinit. Dependenţa dintre aceşti vectori se poate scrie sub forma matricială:

$$\begin{bmatrix} U_{1r}^{1} \\ U_{2r}^{1} \\ \cdots \\ U_{1r}^{2} \\ U_{2r}^{2} \\ \cdots \\ \cdots \\ U_{1r}^{n} \\ \cdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{11} & S_{12}^{11} & \cdots & S_{11}^{12} & S_{12}^{12} & \cdots & S_{11}^{1n} & S_{12}^{1n} & \cdots \\ S_{21}^{11} & S_{22}^{11} & \cdots & S_{21}^{11} & S_{22}^{12} & \cdots & S_{11}^{1n} & S_{22}^{1n} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{11}^{21} & S_{12}^{21} & \cdots & S_{11}^{22} & S_{12}^{22} & \cdots & S_{11}^{2n} & S_{12}^{2n} & \cdots \\ S_{21}^{21} & S_{22}^{21} & \cdots & S_{21}^{21} & S_{21}^{22} & \cdots & S_{21}^{2n} & S_{22}^{2n} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{11}^{n1} & S_{12}^{n1} & \cdots & S_{11}^{n2} & S_{12}^{n2} & \cdots & S_{11}^{nn} & S_{12}^{nn} & \cdots \\ S_{21}^{n1} & S_{22}^{n1} & \cdots & S_{21}^{n2} & S_{22}^{n2} & \cdots & S_{21}^{nn} & S_{22}^{nn} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1in}^{1} \\ U_{2in}^{1} \\ \cdots \\ U_{1in}^{2} \\ U_{2in}^{2} \\ \cdots \\ \cdots \\ U_{1in}^{n} \\ \cdots \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Matricea [S] din relaţia (7.1) este formată dintr-o serie de blocuri S^{ij}, care caracterizează procesul de transmisie din canalul j în canalul i. Fiecare bloc S^{ij} se compune din k_i linii şi l_j coloane, unde k_i reprezintă numărul de moduri de undă luate în calcul în canalul i, iar l_j este numărul de moduri de undă luate în calcul în canalul j. În practică, în fiecare canal analizat se ia în considerare un număr finit de moduri de undă.

Prin urmare, dacă sunt cunoscute elementele matricei, atunci se poate cerceta în întregime procesul electromagnetic care are loc în multiport, fără a se ţine cont de structura internă a acestuia, adică considerând multiportul ca pe o "cutie neagră".

7.2 Metoda de decompoziţie

În vederea realizării analizei unui circuit de microunde complex este necesar să se rezolve o serie de aşa-numite probleme-cheie. Prin problema-cheie se înţelege problema-limită a electrodinamicii, prin care se poate obţine informaţia despre matricea de repartiţie a circuitului.

Pentru determinarea elementelor matricei de repartiţie S, problema-cheie se rezolvă în regim de difracţie a tuturor modurilor de undă din toate canalele. În acest caz, se rezolvă ecuaţiile omogene Maxwell în condiţiile în care într-unul dintre canalele multiportului, corespunzător circuitului analizat, există o undă incidentă de un anumit mod, iar în toate celelalte canale lipsesc undele incidente.

Orice circuit de microunde se reprezintă sub forma unei totalităţi de elemente, pentru fiecare din acestea, independent de celelalte, putându-se rezolva o problemă electrodinamică relativ simplă.

O astfel de metodă de cercetare a circuitelor de microunde se numeşte metoda de decompoziţie, iar elementele separate în care se împarte dispozitivul, blocuri autonome.

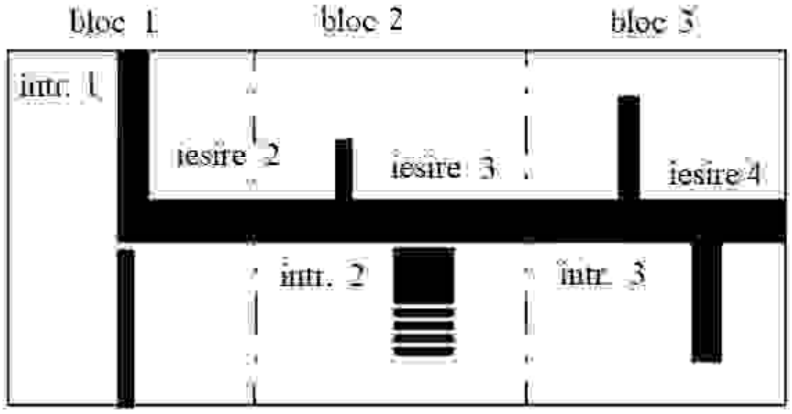


Figura 7.1 Circuit de microunde împărţit în blocuri autonome

Se consideră circuitul de microunde (figura 7.1), împărţit în blocurile autonome 1, 2 şi 3, pentru care s-au determinat matricele care descriu comportarea acestora, de exemplu matricele ${}^{d}_{1}S, {}^{d}_{2}S, {}^{d}_{3}S$, unde indicele *d* amplasat în partea stânga sus a matricii face trimitere la metoda decompoziției.

Se analizează primele două blocuri. Se consideră, pentru simplificare, că blocul 1 are intrarea 1 şi ieşirea 2, iar blocul 2 intrarea 2 şi ieşirea 3. Astfel, ieşirea blocului 1 este intrarea blocului 2, ş.a.m.d.

Se scriu relaţiile de difracţie pentru ambele blocuri sub formă matriceală:

$$\begin{bmatrix} {}^{d}_{1}U^{1}_{r} \\ {}^{d}_{1}U^{2}_{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{d}_{1}S^{11} & {}^{d}_{1}S^{12} \\ {}^{d}_{1}S^{21} & {}^{d}_{1}S^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{d}_{1}U^{1}_{in} \\ {}^{d}_{1}U^{2}_{in} \end{bmatrix} \quad \text{pentru blocul 1,} \qquad (7.2a)$$

$$\begin{bmatrix} {}_2^dU_r^2 \\ {}_2^dU_r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_2^dS^{22} & {}_2^dS^{23} \\ {}_2^dS^{32} & {}_2^dS^{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_2^dU_{in}^2 \\ {}_2^dU_{in}^3 \end{bmatrix} \text{ pentru blocul 2;} \qquad (7.2b)$$

${}_i^dU_{in}^i$, ${}_i^dU_r^i$ –sunt vectori coloane ale amplitudinilor complexe, care corespund undelor incidente şi reflectate cu dimensiunile k_j (care reprezintă numărul modurilor de undă din canalul j); ${}_1^dS^{jk}$reprezintă matricea de repartiţie a blocului i al circuitului, care descrie procesul de transmisie din canalul *k* în canalul *j*.

De asemenea, pentru blocurile 1 şi 2 se poate scrie:

$${}_1^dU_{in}^2 \equiv {}_2^dU_r^2 \text{ , } {}_2^dU_{in}^2 \equiv {}_1^dU_r^2. \qquad (7.3)$$

Rezolvând ecuaţiile matriceale (7.2) şi ţinând cont de identităţile (7.3) se obţine:

$${}_1^dU_{in}^2 \equiv {}_2^dU_r^2 = [\boldsymbol{I} - {}_2^dS^{22}\,{}_1^dS^{22}]^{-1}\left[{}_2^dS^{22}\,{}_1^dS^{21}\,{}_1^dU_{in}^1\,U_1^{1in} + {}_2^dS^{21}\,{}_2^dU_{in}^1\right] \qquad (7.4)$$

$${}_1^dU_r^2 \equiv {}_2^dU_{in}^2 = [\boldsymbol{I} - {}_1^dS^{22}{}_2^dS^{22}]^{-1}[{}_1^dS^{21}\,{}_1^dU_{in}^1 + {}_1^dS^{22}\,{}_2^dS^{21}\,{}_2^dU_{in}^1],$$

unde matricea ***I*** este matricea unitate.

Eliminând vectorii comuni pentru ambele blocuri cu ajutorul relaţiilor (7.4) şi (7.2) se obţine:

$$\begin{bmatrix} {}_1^dU_r^1 \\ {}_2^dU_r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_{12}^{\ d}S^{11} & {}_{12}^{\ d}S^{13} \\ {}_{12}^{\ d}S^{31} & {}_{12}^{\ d}S^{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1^dU_{in}^1 \\ {}_2^dU_{in}^3 \end{bmatrix}$$

sau ${}_{12}^{\ d}U_r = {}_{12}^{\ d}S\ {}_{12}^{\ d}U_{in}$. Aici expresiile elementelor matricei sunt următoarele:

$${}_{12}^{\ d}S^{11} = {}_1^dS^{11} + {}_1^dS^{12}[\boldsymbol{I} - {}_2^dS^{22}{}_1^dS^{22}]^{-1}{}_2^dS^{22}{}_1^dS^{21}$$

$${}_{12}^{\ d}S^{13} = {}_1^dS^{12}[\boldsymbol{I} - {}_2^dS^{22}{}_1^dS^{22}]^{-1}{}_2^dS^{23}$$

$${}_{12}^{\ d}S^{31} = {}_2^dS^{32}[\boldsymbol{I} - {}_1^dS^{22}{}_2^dS^{22}]^{-1}{}_1^dS^{21} \qquad (7.5)$$

$${}_{12}^{\ d}S^{33} = {}_2^dS^{33} + {}_2^dS^{32}[\boldsymbol{I} - {}_1^dS^{22}{}_2^dS^{22}]^{-1}{}_1^dS^{22}{}_2^dS^{23},$$

unde mărimile notate în stânga jos cu indexul 12 se referă la noul bloc 12 obţinut prin unirea blocurilor 1 şi 2. La fel, unind blocurile 1, 2 şi 3, se obţine noul bloc 123.

În mod analog, folosind metoda decompoziţiei, se pot obţine, în principiu, matricele oricărui dispozitiv de microunde. În cazul general, orice bloc autonom este legat de blocurile vecine cu ajutorul unui număr diferit de canale, între unu şi patru.

În continuare, se va prezenta modul cum, în conformitate cu metoda decompoziției, se pot rezolva diferite probleme-cheie pentru structuri concrete, proprii modificărilor dimensiunilor conductorului liniei de transmisiune.

7.3 Difracţia undelor electromagnetice la modificările bruşte ale dimensiunilor conductorului liniei de transmisiune

Se va analiza o neomogenitate sub forma saltului de lăţime a liniei de transmisiune (figura 7.3). Conform acestei metode, întregul domeniu se intersectează cu un plan transversal, unde *z=0*, care trece prin salt, obţinându-se, astfel, două domenii parţiale, în care lăţimea conductorului este w_1 şi, respectiv w_2. Se consideră că $w_2 < w_1$. În cazul limită, lăţimea conductorului din cel de-al doilea domeniu poate fi egală cu zero.

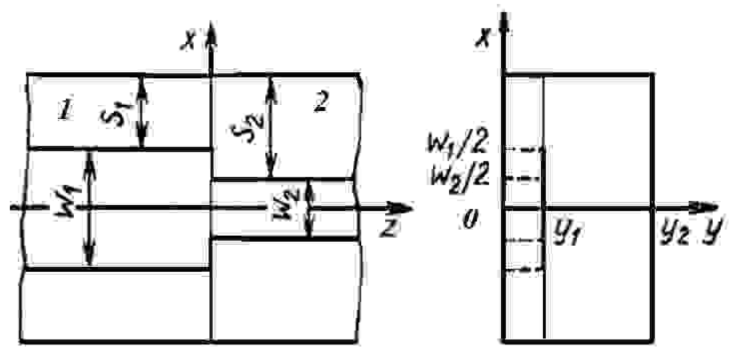


Figura 7.2 Saltul de lăţime al liniei de transmisiune microstrip

Se presupune că unda electromagnetică plană vine din partea stânga a figurii. În acest caz, în primul domeniu are loc superpoziţia câmpurilor undelor incidente şi reflectate de neuniformitate. În cel de-al doilea domeniu există numai unda rezultantă.

În acest sens rezultă:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_1 = \sum_{n=1}^{N} A_n \begin{bmatrix} e_{1n}(x,y) \\ h_{1n}(x,y) \end{bmatrix} exp(-j\beta_{1n}z) +$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n \begin{bmatrix} e_{1n}(x,y) \\ -h_{1n}(x,y) \end{bmatrix} exp(j\beta_{1n}z) \quad ,z \leq 0, \qquad (7.6)$$

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \begin{bmatrix} e_{2n}(x,y) \\ h_{2n}(x,y) \end{bmatrix} exp(-j\beta_{2n}z), \quad z \geq 0, \qquad (7.7)$$

unde $\begin{Bmatrix} e_{jn}(x,y) \\ h_{jn}(x,y) \end{Bmatrix}$, j=1, 2 reprezintă sistemul funcţiilor proprii, corespunzător câmpurilor electric şi magnetic, determinat cu ajutorul metodei electrodinamice; A_n, B_n şi C_n sunt coeficienţi necunoscuţi.

S-a considerat ca unda incidentă este formată dintr-un număr finit de moduri de undă, iar unda reflectată conţine un număr infinit de moduri.

Condiţiile limită, în planul z=0, scrise ţinând cont de cerinţele impuse componentelor tangenţiale ale vectorilor câmpurilor electric şi magnetic (de a fi continue la traversarea suprafeţei de separare dintre două medii) şi de faptul că în vecinătatea exterioară a suprafeţei unui conductor perfect pot exista doar componente electrice normale şi magnetice tangenţiale care scad brusc la zero în interiorul conductorului, sunt următoarele:

$$[E_1, z_0] = [E_2, z_0] \text{ pe } S_2, \tag{7.8}$$

$$[z_0, H_1] = [z_0, H_2] \text{ pe } S_1, \tag{7.9}$$

$$[E_1, z_0] = [E_2, z_0] = 0 \text{ pe } \Delta S = S_2 - S_1, \tag{7.10}$$

unde mărimile S_1, S_2 reprezintă lăţimile zonelor fără conductor, explicitate în figura 7.2; z_0 este vectorul unitate orientat de-a lungul axei *z*. În paranteze se efectuează produsul vectorial dintre componentele câmpului şi versor. De exemplu, conduce la condiţia impusă componentelor tangenţiale ale câmpului electric la suprafaţa de separare dintre două medii, din relaţia (7.8) se rescrie astfel:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_{1x} & E_{1y} & E_{1z} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_{2x} & E_{2y} & E_{2z} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ pe } S_2 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} E_{1y} = E_{2y} \\ E_{1x} = E_{2y} \end{cases}$$

În mod analog se interpretează relaţiile (7.9) şi (7.10).

Introducând relaţiile (7.6) şi (7.7) în relaţia (7.8) se obţine, ţinând cont că în planul z=0 funcţiile exponenţiale sunt egale cu unu:

$$\left[\sum_{n=1}^{N} A_n\, \vec{e}_{1n}(x,y) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n\, \vec{e}_{1n}(x,y)\right] \times \vec{z}_0 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \vec{e}_{2n}(x,y) \times \vec{z}_0$$

În continuare se parcurg următorii paşi:

- se înmulţeşte scalar întreaga ecuaţie cu $\vec{h}_{2k}$şi se integrează pe S_2, unde relaţia are loc, apoi se observă că are loc egalitatea:

$$\left([\vec{e}_{2n}(x,y),\vec{z}_0],\vec{h}_{2k}(x,y)\right)=\left(\left[\vec{e}_{2n}(x,y),\vec{h}^*_{2k}(x,y)\right],\vec{z}_0\right);$$

- se folosesc relaţii analoage pentru termenii din stânga egalităţii de mai sus, obţinându-se sistemul de ecuaţii:

$$\sum_{n=1}^{N}A_n\int_{S_2}\left(\left[\vec{e}_{2n}(x,y),\vec{h}^*_{2k}(x,y)\right],\vec{z}_0\right)dS+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}B_n\int_{S_2}\left(\left[\vec{e}_{2n}(x,y),\vec{h}^*_{2k}(x,y)\right],\vec{z}_0\right)dS=$$
$$\sum_{n=1}^{\infty}C_n\int_{S_2}\left(\left[\vec{e}_{2k}(x,y),\vec{h}^*_{2k}(x,y)\right],\vec{z}_0\right)dS \qquad (7.11)$$

- dacă se ţine cont de ortogonalitatea funcţiilor proprii din domeniul 2, respectiv că:

$$\int_{S_2}\left(\left[\vec{e}_{jn},\vec{h}^*_{jk}\right],\vec{z}_0\right)dS=0 \text{ pentru } n\neq k,$$

şi că funcţiile $\vec{e}_{1n}$ sunt egale cu zero pe $\Delta S=S_2-S_1$, iar că integralele din stânga egalităţii se efectuează pe S_1, sistemul de ecuaţii (7.11) devine:

$$\sum_{n=1}^{N}b_{nk}A_n+\sum_{n=1}^{\infty}b_{nk}B_n=C_k \qquad (7.12)$$

unde

$$\begin{cases}b_{nk}=\dfrac{1}{N_{2k}}\displaystyle\int_{S_1}[e_{1n},h^*_{2k}]z_0dS\\ N_{2k}=\displaystyle\int_{S_2}[e_{2k},h^*_{2k}]z_0dS,\ k=1,2,3,\ldots\end{cases}$$

În mod analog, folosind condiţia (7.9), se obţine:

$$A_n-B_n=\sum_{k=1}^{\infty}c_{nk}C_k \qquad (7.13)$$

unde

$$\begin{cases}c_{nk}=\frac{1}{N_{1n}}\int_{S_2}[e_{1n},h^*_{2k}]z_0dS\\ N_{1n}=\int_{S_1}[e_{1n},h^*_{1n}]z_0dS\end{cases}$$

Sistemul de ecuaţii algebrice liniare format din (7.12) şi (7.13) se poate rescrie sub forma:

$$\sum_{n=1}^{\infty}d_{kn}B_n=\sum_{n=1}^{N}\left(\delta_{kn}-\sum_{i=1}^{\infty}b_{ni}c_{ki}\right)A_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_{kn} C_n = 2 \sum_{n=1}^{N} b_{nk} A_n, \qquad (7.14)$$

unde $d_{kn} = \delta_{kn} + \sum_{i=1}^{\infty} b_{ni} c_{ki}$; $f_{kn} = \delta_{kn} + \sum_{i=1}^{\infty} b_{ik} c_{in}$, $k = 1,2,3, \ldots$

Rezolvând sistemul infinit de ecuaţii algebrice liniare se determină coeficienţii de descompunere pentru unda reflectată şi rezultantă (din domeniul 2). Analog se rezolvă problema şi pentru situaţia când linia se excita din partea dreapta. O dată cu determinarea valorilor coeficienţilor se poate scrie matricea de repartiţie a circuitului.

7.4 Difracţia undelor electromagnetice la doua salturi apropiate ale lăţimii conductorului liniei de transmisiune

Conform algoritmului analizat în paragraful anterior, se pot obţine matricele de repartiţie şi pentru neomogenităţi mai complexe. Dacă două neomogenităţi sunt apropiate una de alta la o mică distanţă, atunci modurile de unda superioare datorate neomogenităţilor nu reuşesc să se atenueze pe secţiunea dintre acestea şi, ca urmare, apare un tablou al câmpului foarte complex, pentru descrierea căruia matricele de repartiţie, corespunzătoare fiecărei neomogenităţi, trebuie să aibă un ordin foarte mare, fapt care îngreunează foarte mult efectuarea calculului (necesită o memorie operativă foarte mare şi duce la un consum excesiv de timp de calcul). De aceea, pentru cercetarea acestor neomogenităţi, este necesar un algoritm special.

Structura tipică a neomogenităţii sub forma unui salt dublu de lăţime a conductorului este prezentată în figura 7.3. Raporturile dintre lăţimea conductorului pot fi diferite, ordinea de succesiune a salturilor poate fi, de asemenea, arbitrară (îngustare-lărgire, vezi figura 7.3, lărgire-îngustare, lărgire-lărgire, îngustare-îngustare).

Câmpul electromagnetic în domeniile 1 şi 2 se va reprezenta sub forma superpoziţiei undelor directe şi reflectate, iar în domeniul 3, sub forma superpoziţiei numai a undelor rezultante.

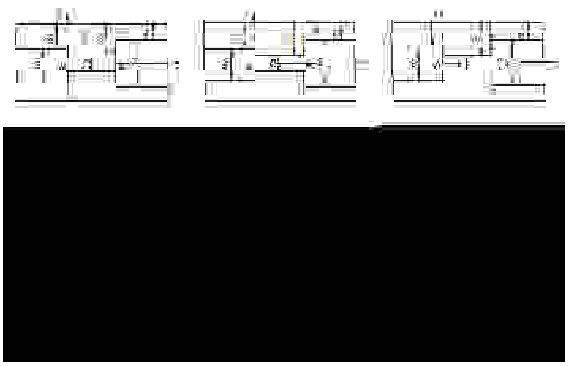


Figura 7.3. Neomogenităţile sub formă de salt dublu de lăţime al conductorului liniei de transmisiune

Câmpurile în domeniul 1 se scriu sub forma:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_1 = \sum_{n=1}^{N} A_n \begin{bmatrix} e_{1n}, \\ h_{1n} \end{bmatrix} exp(-j\beta_{1n} z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \begin{bmatrix} e_{1n} \\ -h_{1n} \end{bmatrix} exp(j\beta_{1n} z), \qquad (7.15)$$

în domeniul 2:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \begin{bmatrix} e_{2n}, \\ h_{2n} \end{bmatrix} \ exp(-j\beta_{2n}z) + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \begin{bmatrix} e_{2n} \\ -h_{2n} \end{bmatrix} \ exp(j\beta_{2n}z), \quad (7.16)$$

în domeniul 3:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_3 = \sum_{n=1}^{\infty} F_n \begin{bmatrix} e_{3n} \\ h_{3n} \end{bmatrix} \ exp[-j\beta_{3n}(z - z_1)] \quad (7.17)$$

unde $\begin{Bmatrix} e_{jn} \\ h_{jn} \end{Bmatrix}$ sunt sisteme de funcţii proprii corespunzătoare secţiunii transversale; B_n, C_n, D_n, F_n sunt coeficienţi necunoscuţi. Pentru structura din figura 7.3, condiţiile limită la suprafaţa de separare dintre domenii se scriu sub forma:

$$[E_1, z_0] = [E_2, z_0] \text{ pe } S_2 \text{ pentru } z=0, \quad (7.18)$$

$$[E_1, z_0] = [E_2, z_0] = 0, \ \Delta S_0 = S_2 - S_1 \text{ pentru } z=0 \quad (7.19)$$

$$[z_0, H_1] = [z_0, H_2] \text{ pe } S_1 \text{ pentru } z=0, \quad (7.20)$$

$$[E_3, z_0] = [E_2, z_0] \text{ pe } S_2 \text{ pentru } z=z_1, \quad (7.21)$$

$$[E_3, z_0] = [E_2, z_0] = 0 \text{ pe } \Delta S_1 = S_2 - S_3 \text{ pentru } z=z_1, \quad (7.22)$$

$$[z_0, H_3] = [z_0, H_2] \text{ pe } S_3 \text{ pentru } z=z_1, \quad (7.23)$$

unde S_j este secţiunea transversală a liniei din domeniul *j,* iar ΔS este saltul de lăţime al conductorului.

Introducând în egalităţile (7.18)-(7.23) expresiile (7.15)-(7.17) şi utilizând ortogonalitatea undelor proprii în fiecare domeniu:

$$\int_S \left(\left[\vec{e}_{jn}, \vec{h}^*_{jk} \right], \vec{z}_0 \right) dS = 0 \quad \text{pentru } n \neq k,$$

se obţine, parcurgând o metodologie asemănătoare cu cea prezentată în subcapitolul 1.3, un sistem infinit de ecuaţii liniare în care necunoscute sunt coeficienţii B_n, C_n, D_n şi F_n.

Eliminând coeficienţii C_n şi D_n, se obţine un sistem de ecuaţii referitor la B_n şi F_n:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{\mathrm{kn}} F_n + \xi \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{kn} B_n = \sum_{n=1}^{N} A_n (\zeta_{kn} - 2\delta_{kn})\,;$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha'_{\mathrm{kn}} F_n + \xi' \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{kn} B_n = \sum_{n=1}^{N} A_n \zeta'_{kn},$$

unde *k=1, 2, 3, …* ;

$$\alpha_{\mathrm{kn}} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{c_{kp} f_{np}}{j \,\sin(\beta_{2p} z_1)};\ \zeta_{kn} = \delta_{kn} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{c_{kp} \mathrm{a}_{\mathrm{np}}}{j \,\tan(\beta_{2p} z_1)};$$

$$\alpha'_{\mathrm{kn}} = \delta_{kn} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_{kp} f_{np}}{j \,\tan(\beta_{2p} z_1)};\ \zeta'_{kn} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_{kp} \mathrm{a}_{\mathrm{np}}}{j \,\sin(\beta_{2p} z_1)};$$

$$\mathrm{a}_{\mathrm{np}} = \frac{1}{N_{2p}} \int_{S_1} \left[e_{1n}, h^*_{2p}\right] z_0 dS\,;\ b_{np} = \frac{1}{N_{3p}} \int_{S_3} \left[e_{3n}, h^*_{2p}\right] z_0 dS\,;$$

$$c_{np} = \frac{N_{2p}}{N_{1p}} \mathrm{a}_{\mathrm{np}};\ f_{np} = \frac{N_{3n}}{N_{2p}} b_{np};\ N_{jp} = \int_{S_j} \left[e_{jp}, h^*_{jq}\right] z_0 dS, j = 1,2,3,$$

unde $\xi = \xi' = -1$ sunt parametrii care determină structura neomogenităţilor şi pot lua valorile ± 1 în diferite combinaţii.

Pentru o structură, unde au loc inegalităţile $S_2 \leq S_1, S_3$, este necesar ca în condiţiile limită (7.18)-(7.20) să se facă înlocuirea $S_1 \leftrightarrow S_2$, iar în condiţiile (7.21)÷(7.23) se face înlocuirea $S_2 \leftrightarrow S_3$; în acest caz, $\xi = \xi' = 1$.

Pentru structura în care $S_1 \leq S_2 \leq S_3$, se face înlocuirea $S_2 \leftrightarrow S_3$ în condiţiile (7.21)÷(7.23), iar parametrii ξ şi ξ' iau valorile -1, respectiv +1. În sfârşit, pentru obţinerea modelului matematic corespunzător structurii pentru care $S_1 \geq S_2 \geq S_3$, este necesar să se realizeze înlocuirea $S_1 \leftrightarrow S_2$ în condiţiile (7.18)÷(7.20), iar parametrilor ξ şi ξ' să li se atribuie valorile +1, respectiv -1.

7.5 Traseu cu neomogenităţi neregulate conectate în serie

Se analizează un traseu cu neomogenităţi neregulate conectate în serie sub forma unor salturi de lăţime ale conductorului liniei de transmisiune microstrip. În figura 7.4 este ilustrată împărţirea circuitului analizat în blocuri separate.

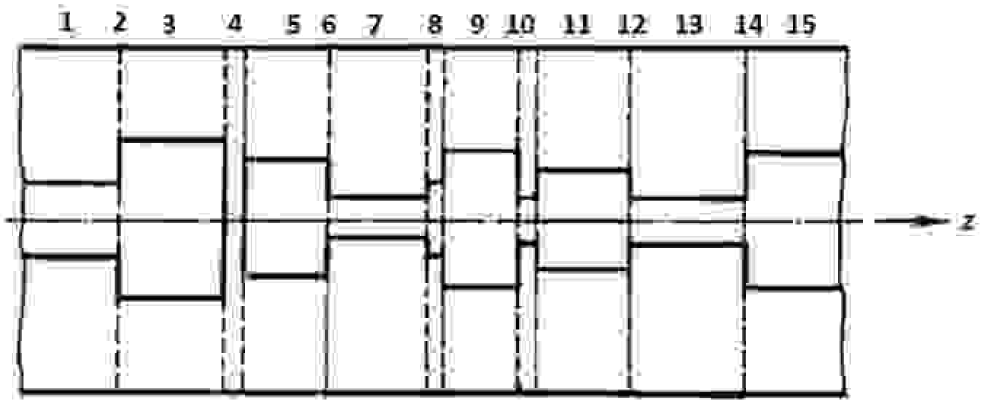


Figura 7.4 Traseu de microunde cu neomogenităţi legate în serie

Blocurile 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 și 15 sunt formate din segmente de linii cu lăţime constanta, blocurile 2, 6, 12 și 14 conţin salturile de lăţime ale conductorului, iar blocurile 4, 8 și 10 conţin salturile liniei efectuate la distanţe relativ mici.

Folosind modelele matematice prezentate în acest capitol se poate alcătui algoritmul de calcul al elementelor matricei de repartiţie corespunzătoare fiecărui element de bază.

Pentru aceasta, fiecare element se reprezintă sub formă de multiport, iar structura multiporţilor care descriu elementele de bază ale circuitului de microunde cu neomogenităţi este ilustrată în figura 7.5.

Matricea de repartiţie ${}_{p}^{d}S$ a unui astfel de multiport se compune din patru blocuri şi are ordinul $m+k$, unde m este numărul de moduri de undă din canalul de ieşire, p este numărul multiportului, iar indicele d, aplasat în partea stânga sus a matricii face trimitere la metoda decompoziției.

Fiecare bloc reprezintă o matrice cu dimensiunile următoare:

$$ {}_{p}^{d}S^{11} - m \times m;\ {}_{p}^{d}S^{12} - m \times n;\ {}_{p}^{d}S^{21} - n \times m;\ {}_{p}^{d}S^{22} - n \times n \quad (7.24)$$

Dacă matricea ${}_{p}^{d}S$ a unuia din blocurile traseului analizat are ordinul $m+n$, iar matricea ${}_{p+1}^{d}S$ a următorului bloc are ordinul $n+k$, atunci matricea rezultantă ${}_{p,p+1}^{d}S$ are ordinul $m+k$.

Matricea de distribuție corespunzătoare întregului traseu poate fi obținută dintr-o schemă recurentă, analizată anterior și prezentată în subcapitolul 6.2.

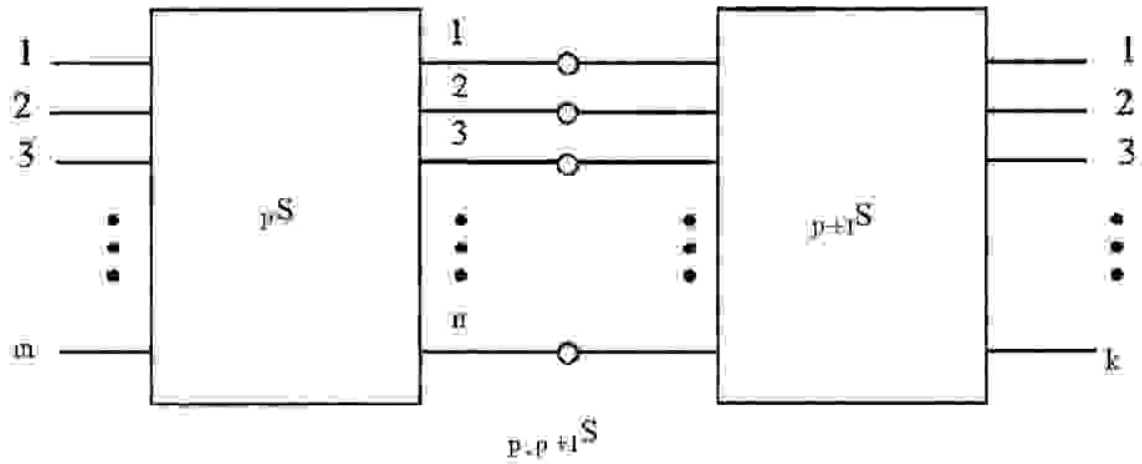


Figura 7.5 Structura multiporţilor care descriu elementele de bază ale circuitului de microunde cu neomogenităţi

7.6 Concluzii

Metoda de decompoziție are o contribuție esențială la clarificarea comportării câmpului electromagnetic în circuitele de microunde cu neomogenităţi ale liniei de transmisiune. În acest sens, poate fi analizat efectul de difracţie a undelor electromagnetice o dată cu modificările dimensiunilor liniilor microstrip.

Matricea de repartiţie corespunzătoare unui traseu complex se poate obţine conform unei scheme recurente ce utilizează metoda de decompoziție și care totodată lansează o invitație cititorilor de a proiecta programe destinate calculului anumitor parametri ai distribuţiilor câmpului electromagnetic.

CAPITOLUL 8

PACHET DE PROGRAME PENTRU CALCULUL PARAMETRILOR CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC ȘI AI CIRCUITELOR DE MICROUNDE

Pe baza metodelor şi algoritmilor prezentaţi în cadrul acestei lucrări s-a implementat un pachet de programe destinate calculului anumitor parametri ai distribuţiilor câmpului electromagnetic. Toate implementările metodelor utilizate au fost realizate folosind mediul integrat de dezvoltare Matlab.

8.1 Prezentare generală

Pachetul de programe cuprinde mai multe utilitare de calcul la care utilizatorul are acces prin intermediul unei interfeţe grafice comune. Conceperea sub forma unei implementări modulare permite extinderea facilă prin integrarea viitoare a unor alte componente.

Această suită de programe poartă numele generic de Microwave Solutions (versiunea 1.0). O ilustrare a ferestrei principale a aplicaţiei este dată în figura 8.1.

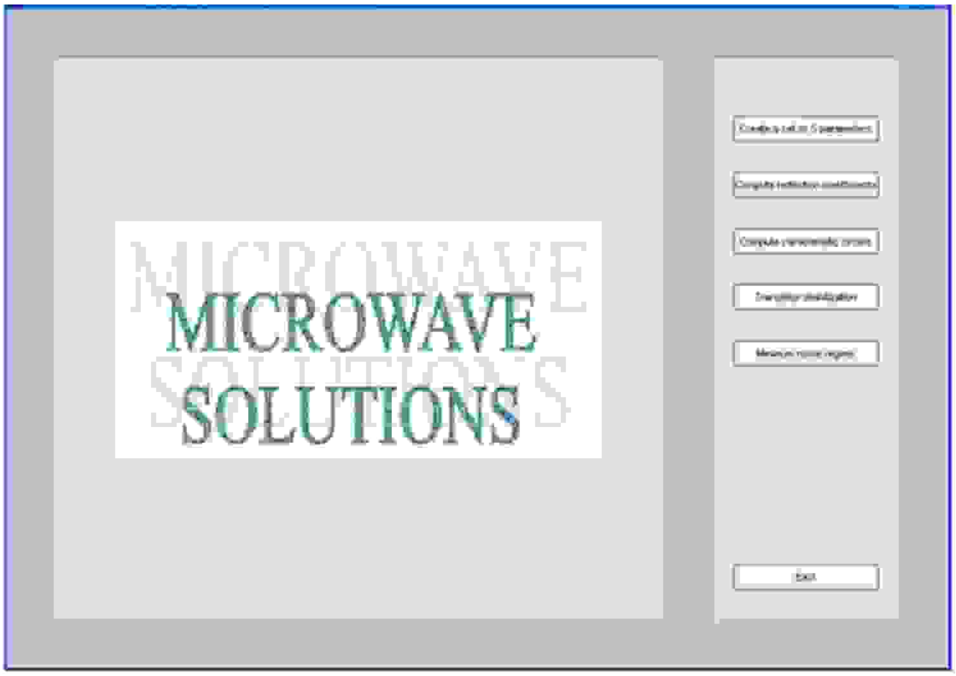


Figura 8.1 Fereastra principală a aplicaţiei Microwave Solutions

Pentru a permite utilizarea facilă a aplicaţiei, structura ilustrată în figura 8.1 constituie un element comun al tuturor celorlalte aplicaţii. Astfel, zona din stânga este rezervată afişării informaţiilor şi reprezentării grafice a rezultatelor. Zona situată în partea dreaptă a ferestrei permite accesul utilizatorului la aplicaţiile (comenzile) fiecărei ferestre.

În prezent, aplicaţia permite lansarea subprogramelor următoare:

1. Crearea (calculul) unui set de parametri S pentru un tranzistor;
2. Calculul coeficienţilor de reflexie ai unui tranzistor cuplat la o sarcină;
3. Calculul cercurilor caracteristice ale unui tranzistor cuplat la o sarcină;
4. Calculul stabilităţii unui circuit tranzistor – sarcină;
5. Calculul regimului de zgomot minimal şi a circuitului de adaptare.

În continuare, se prezintă cu titlu de exemplu, câteva aplicaţii concrete în scopul ilustrării modalităţii de utilizare a pachetului de programe.

8.2 Instalarea programului

Programul „Microwave Solution” este implementat şi compilat sub una din versiunile mediului de dezvoltare Matlab, fiind însă compatibil și cu versiuni mai noi ale Matlab. Versiunea sa distributabilă cuprinde două fişiere executabile şi mai multe fişiere de date (arhive ale programului şi imagini).

Deoarece programul se prezintă sub forma sa compilată (executabilă), acesta poate fi instalat şi utilizat pe sisteme pe care mediul Matlab nu este instalat. Totuşi, este necesară mai întâi instalarea bibliotecii de funcţii Matlab („run-time”). Această bibliotecă este de asemenea furnizată odată cu programul Microwave Solutions.

Toate etapele descrise în cadrul acestui capitol necesită prezenţa sistemului de operare Windows.

Prin urmare, instalarea programului „Microwave Solutions” cuprinde următoarele trei etape:

- **Transferul fişierelor de instalare pe mediul de stocare local (SSD/HDD).**

  În cadrul acestei etape se accesează programul stocat în cloud la adresa https://github.com/scantaragiu/Microwave_book.git, de unde se copiază și se descarcă pe mediul de stocare local fișierele stocate în depozitul (repository) „Microwave_book”. Acest depozit conţine toate fişierele necesare pentru a efectua instalarea și rularea programului. Pentru descărcarea fișierelor se va da click pe butonul *Code* și se va alege opțiunea *Download ZIP*. După descărcarea cu succes a arhivei, aceasta se va dezarhiva în directorul în care se optează pentru instalarea aplicației de pe mediul de stocare local.

- **Instalarea bibliotecii run-time (Matlab Component Runtime sau MCR).**

  Aceasta conţine toate funcţiile apelabile de programul „Microwave Solutions”, precum și funcţiile de interfaţă grafică Windows, funcţiile interne ale Matlab, librăriile de calcul matematic complex etc. Programul de instalare se numeşte „*Setup.exe*”, aflat în directorul *MCRInstaller*. Se lansează acest program în execuţie şi se urmează instrucţiunile de pe ecran. Acesta va instala în locaţia aleasă de dumneavoastră biblioteca MCR. Această etapă va utiliza în jur de 200 MB din spaţiul liber de pe mediul de stocare local.

- **Rularea programului „Microwave Solutions”.**

  Se lansează în execuţie fişierul „start.exe”, copiat pe mediul de stocare local, aşa cum a fost indicat în etapele precedente. La prima lansare în execuţie se va efectua extragerea fişierelor program din cadrul fişierului arhivă al aplicaţiei „*start.ctf*”. Această operaţiune nu va fi repetată la lansările ulterioare ale programului, care astfel vor fi mai rapide.

  După ce s-a efectuat instalarea programului „Microwave Solutions”, fiecare demarare va fi efectuată prin lansarea în execuţie a fişierului „*start.exe*”. Se recomandă crearea unei icoane în/pe desktop, care facilitează astfel lansarea acestei aplicații.

  În urma acestei operaţii, va fi afişată pe ecranul calculatorului fereastra ilustrată în figura 8.1.

8.3 Calculul parametrilor S ai tranzistorului

Prima comandă accesibilă din meniul situat în partea dreaptă a ecranului principal permite calcularea ansamblului de parametri S pe baza structurii fizice a unui tranzistor. Caracterizarea elementelor de circuit în gama microundelor se efectuează prin intermediul acestor parametri.

În urma lansării acestei aplicaţii se realizeză deschiderea unei noi ferestre de lucru, al cărei aspect iniţial este ilustrat în figura 8.2.

Un nou set de parametri de tip S poate fi generat prin folosirea comenzii „Create new set”. În acest caz se deschide o fereastră secundară ce permite introducerea valorilor elementelor structurale ale tranzistorului. În continuare, o nouă fereastră permite definirea domeniului de calcul a parametrilor S (plajei de frecvenţă).

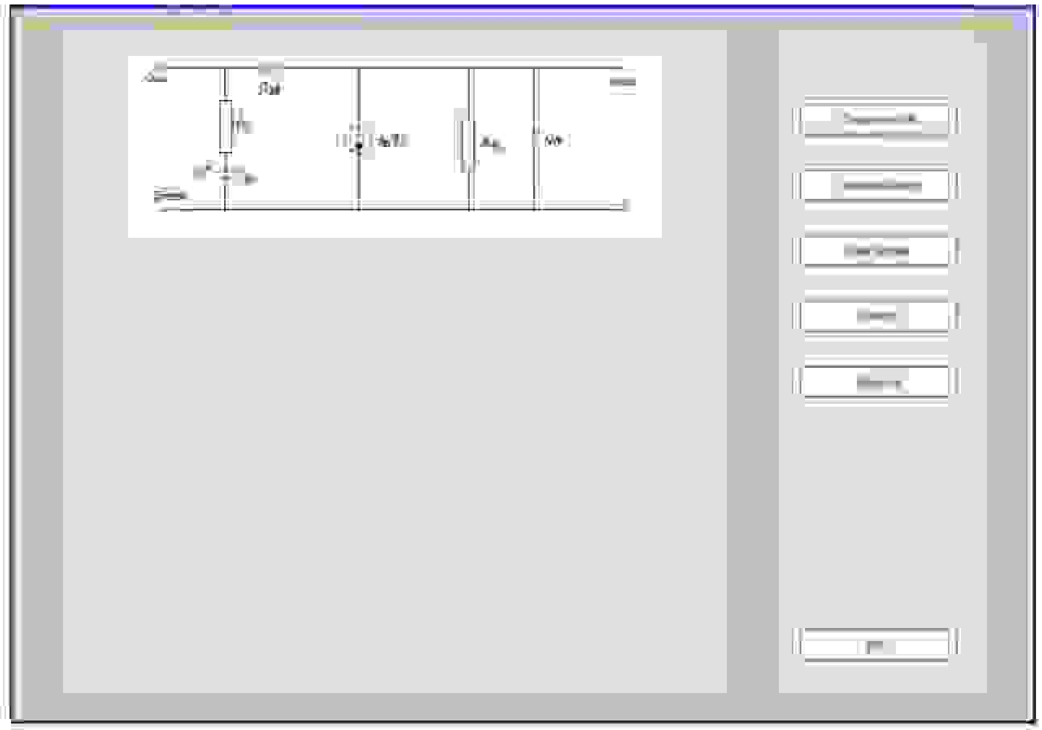


Figura 8.2 Vedere iniţială a ferestrei aplicaţiei de calcul a parametrilor S

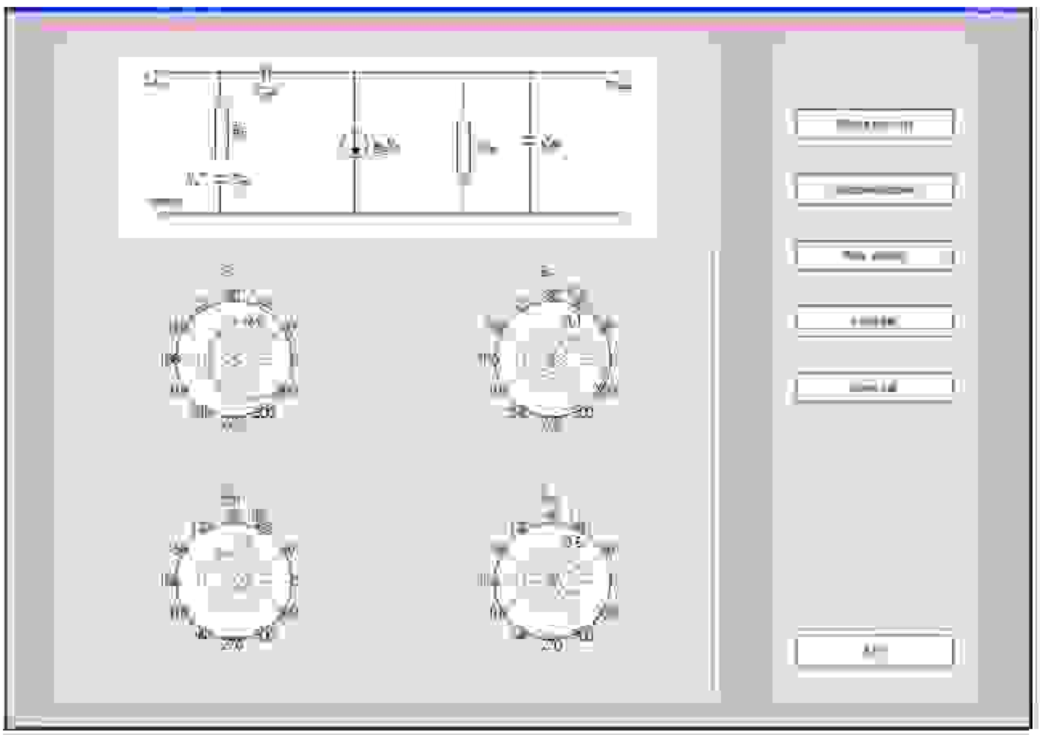


Figura 8.3 Reprezentarea grafică a parametrilor S ai tranzistorului HP-ATF 10236a

După calcularea parametrilor S este posibilă afişarea acestora în reprezentare carteziană sau polară, precum şi salvarea setului de date calculate. Această etapă este necesară în vederea utilizării lor viitoare. De asemenea, există o comandă care permite încărcarea unui set de parametri S anterior salvat pe disc şi reprezentarea grafică a acestuia.

În figura 8.3 este ilustrată reprezentarea grafică a parametrilor S ai tranzistorului HP-ATF 10236a.

8.4 Calculul coeficienţilor de reflexie

Aceşti coeficienţi caracterizează un tranzistor în sarcină, măsurând gradul de adaptare care la fiecare din cele două porţi ale tranzistorului. În scopul calculării acestor valori, este necesară cunoaşterea setului de parametri S ai tranzistorului şi valorile impedanţelor.

Poarta de intrare a tranzistorului este cuplată la generator iar cea de ieşire la sarcină. Pentru un set dat de parametri S (setul generat anterior sau setul parametrilor S al transzistorului HP-ATF 10236a), plaja de variaţie (în magnitudine şi fază) a valorilor impedanţelor complexe ale sursei şi ale sarcinii sunt introduse prin intermediul interfeţei grafice.

Astfel, etapele parcurse pentru reprezentarea coeficienţilor de reflexie ai tranzistorului sunt:

- lansarea aplicaţiei « Calculul coeficienţilor de reflexie »;
- încărcarea ansamblului de parametri S ai tranzistorului corespunzând plajei de frecvenţe dorite;
- introducerea datelor externe (amplitudine şi fază pentru sursă şi pentru sarcină);
- utilizarea funcţiilor de afişare a coeficienţilor de reflexie la poarta de intrare şi la poarta de ieşire a tranzistorului;
- salvarea eventuală a datelor astfel calculate.

Această aplicaţie permite de asemenea încărcarea unui ansamblu particular de coeficienţi de reflexie anterior calculaţi, în scopul afişării acestora.

În figura 8.4 este prezentat modul de afişare a coeficienţilor de reflexie pentru tranzistorul HP-ATF 10236a la poarta de intrare. În mod similar, coeficienţii de reflexie la poarta de ieşire sunt reprezentaţi în figura 8.5.

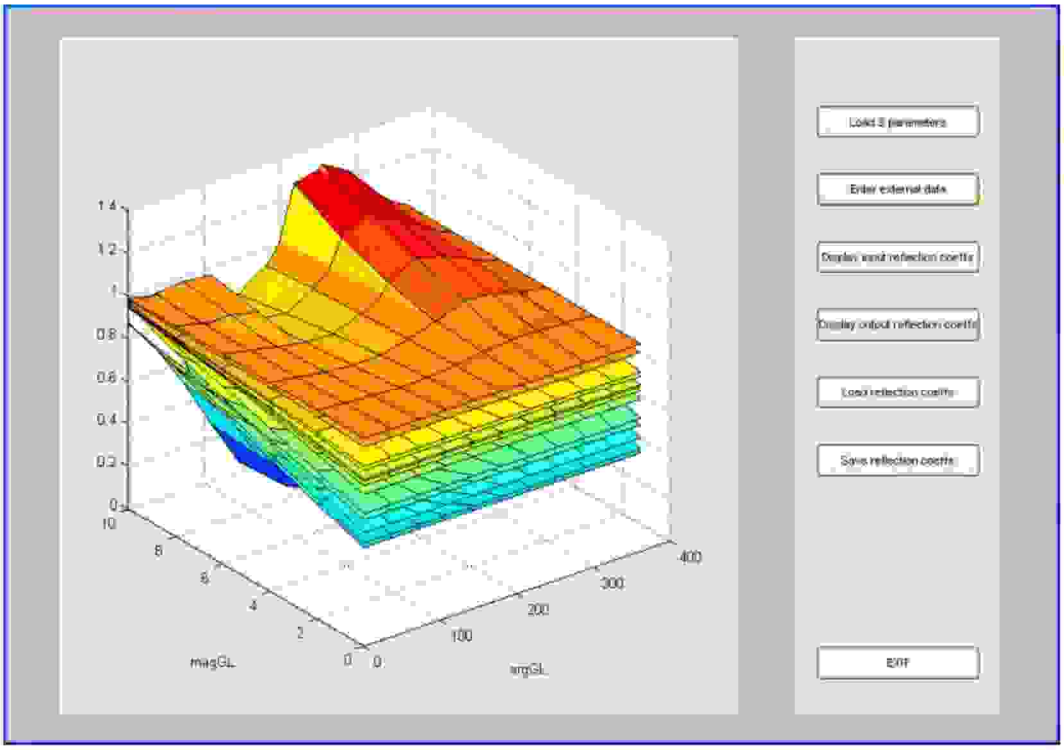


Figura 8.4 Coeficienţii de reflexie pentru tranzistorul HP-ATF 10236a

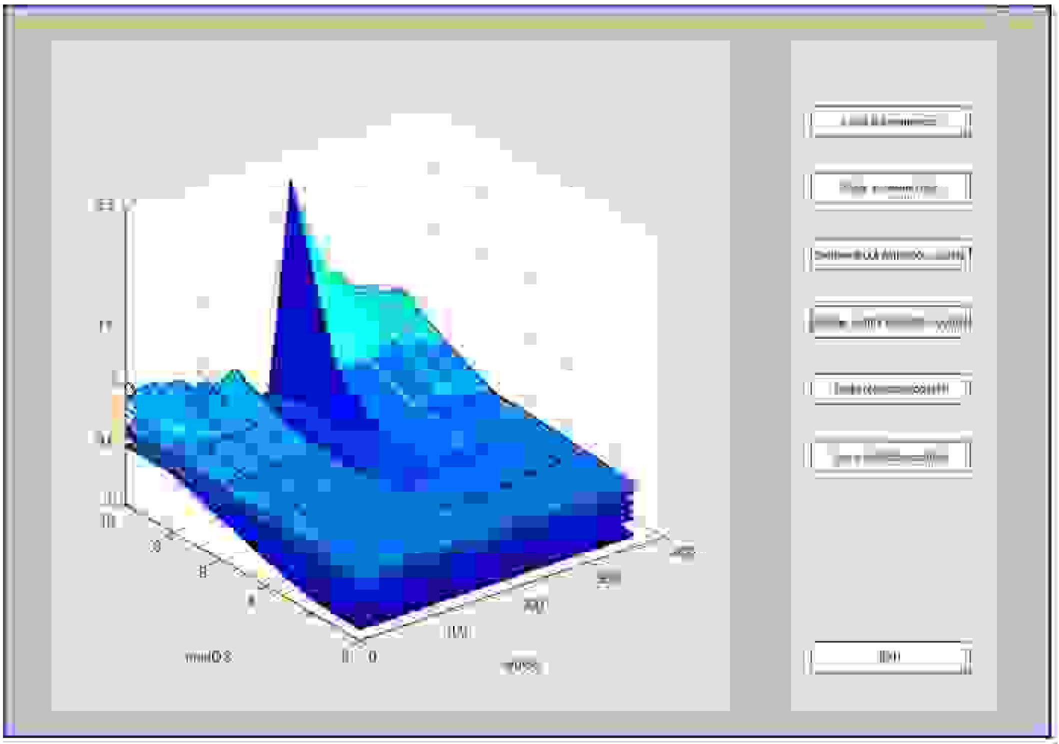


Figura 8.5 Coeficienţii de reflexie ai tranzistorului HP-ATF 10236a

8.5 Reprezentarea cercurilor caracteristice ale tranzistorului

Zonele de stabilitate şi de regim de zgomot (cercuri de stabilitate şi de zgomot constant) sunt reprezentate prin intermediul aplicaţiei « Cercuri caracteristice ».

Acest program foloseşte ca date de intrare seturile de parametri S (fişier *.ssp*, respectiv setul salvat sau setul existent în Directorul *S Parameters*, fisierul *HP_ATF-10236a.ssp*), parametri de zgomot ai tranzistorului (Directorul *Noise parameters*, fisierul *HP_ATF-10236a.snp*), factorul de zgomot și câștigul, care pot fi selectate în funcție de aplicației.

În acest sens se efectuează reprezentările parametrilor de zgomot, precum şi trasarea cercurilor de zgomot şi de stabilitate la o frecvenţă predefinită sau selectată de către aplicant (pentru care parametrii S sunt cunoscuţi).

În plus, aceeaşi aplicaţie permite trasarea cercurilor de câştig constant ale tranzistorului pe diagrama Smith.

Un exemplu de aplicaţie, pentru tranzistorul HP-ATF 10236a, este prezentat în figura 8.6 care ilustrează cercurile de stabilitate ale tranzistorului la frecvenţa de 4 GHz. În acelaşi mod, în figura 8.7.a și în figura 8.7.b sunt reprezentate cercul de zgomot constant pentru aceeaşi frecvenţă şi cercul de câştig constant corespunzător.

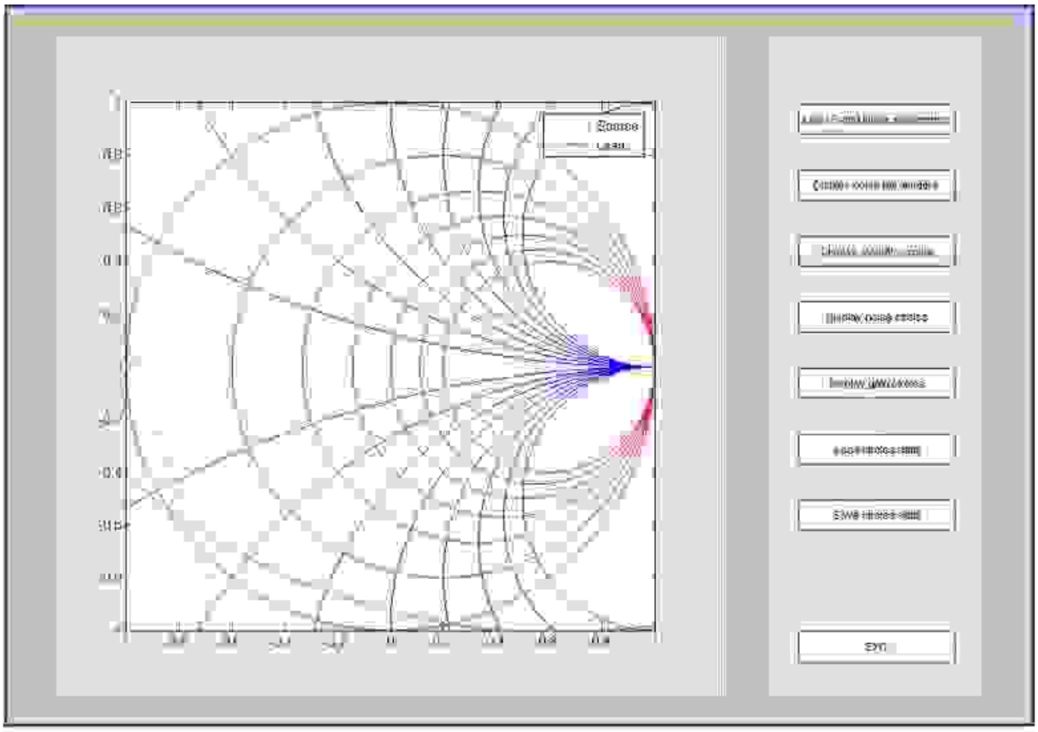


Figura 8.6 Cercurile de stabilitate ale tranzistorului HP-ATF 10236a la frecvenţa de 4 GHz.

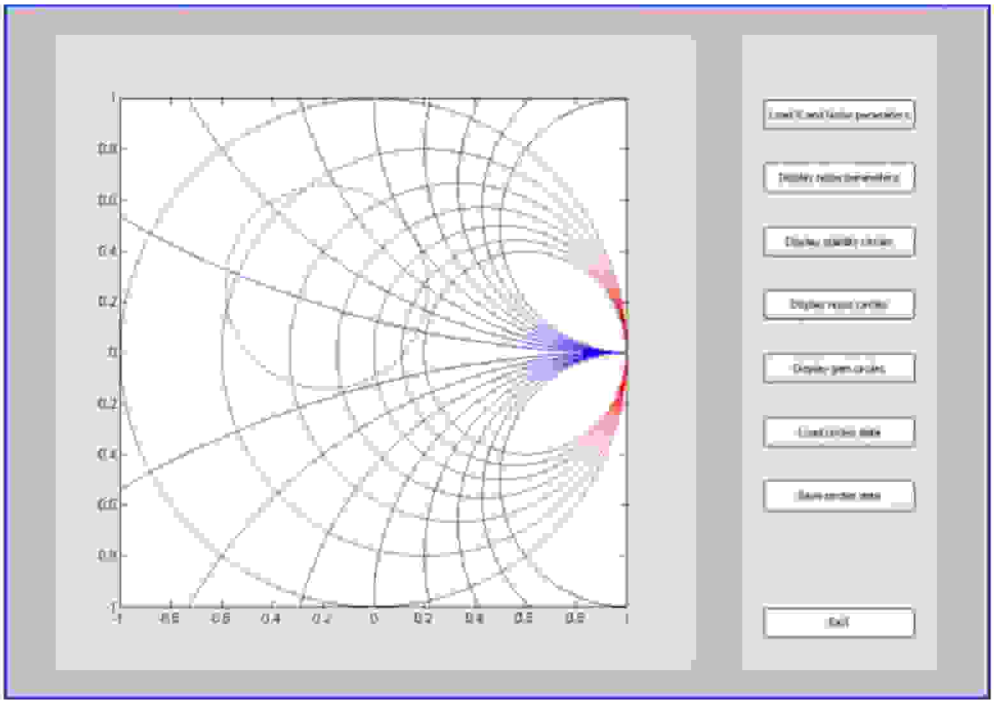


Figura 8.7.a Cercul de zgomot constant (a) pentru tranzistorul HP-ATF 10236a la frecvenţa de 4 GHz

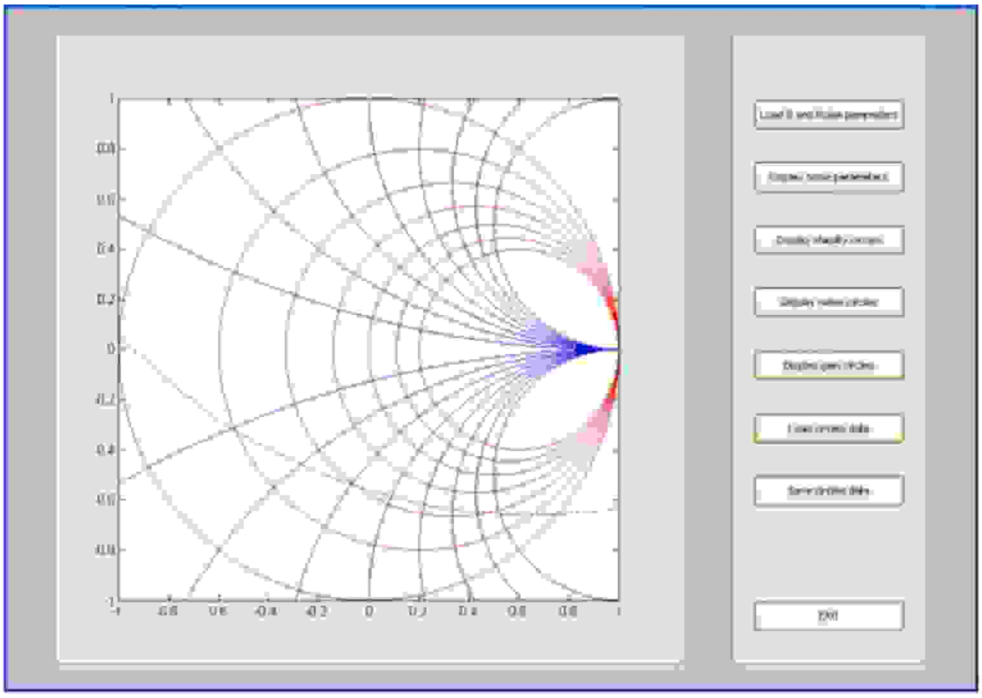


Figura 8.7.b Cercul de câştig constant (b) pentru tranzistorul HP-ATF 10236a la frecvenţa de 4 GHz

În mod similar cu celelalte aplicaţii, este posibilă salvarea şi încărcarea unui anumit ansamblu de parametri (predefinit) în scopul afişării acestuia.

8.6 Studiul stabilităţii tranzistorului

Acest studiu poate fi realizat prin intermediul aplicației « Stabilitatea tranzistorului ».

În acest scop este necesară furnizarea parametrilor S caracteristici tranzistorului (fişier *.ssp*, respectiv setul salvat aferent parametrilor S sau setul existent în Directorul *S Parameters*, fisierul *HP_ATF-10236a.ssp*) şi a plajei de impedanţe între 100 Ω şi 200 Ω pentru care se efectuează studiul stabilităţii. Apoi, prin utilizarea butoanelor de comandă disponibile în cadrul ferestrei aplicaţiei, este posibilă afişarea valorilor coeficientului de stabilitate şi de câştig unilateral.

Pentru exemplificare figurile 8.8.a și 8.8.b ilustrează modalitatea de afişare a coeficientului de stabilitate pentru impedanţe între 100 şi 200 Ω şi a câştigului unilateral al tranzistorului HP-ATF 10236a.

Există, de asemenea, posibilitatea salvării valorilor calculate şi a încărcării unui set de date salvate anterior în vederea afişării acestora.

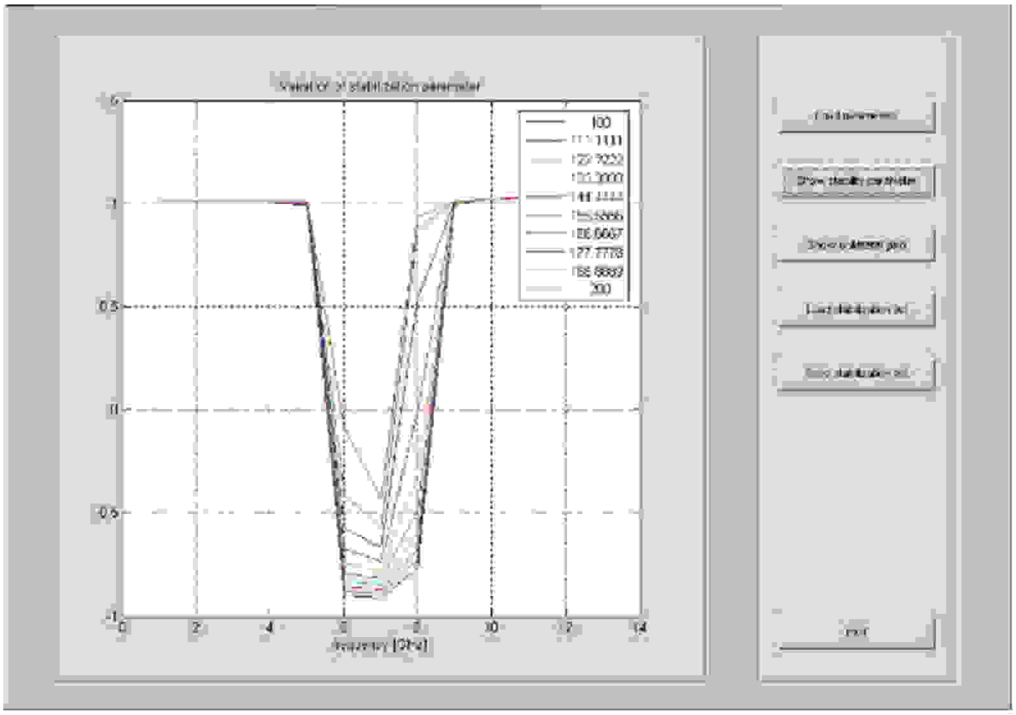


Figura 8.8.a Afişarea parametrilor de stabilitate (a) al tranzistorului HP-ATF 10236a

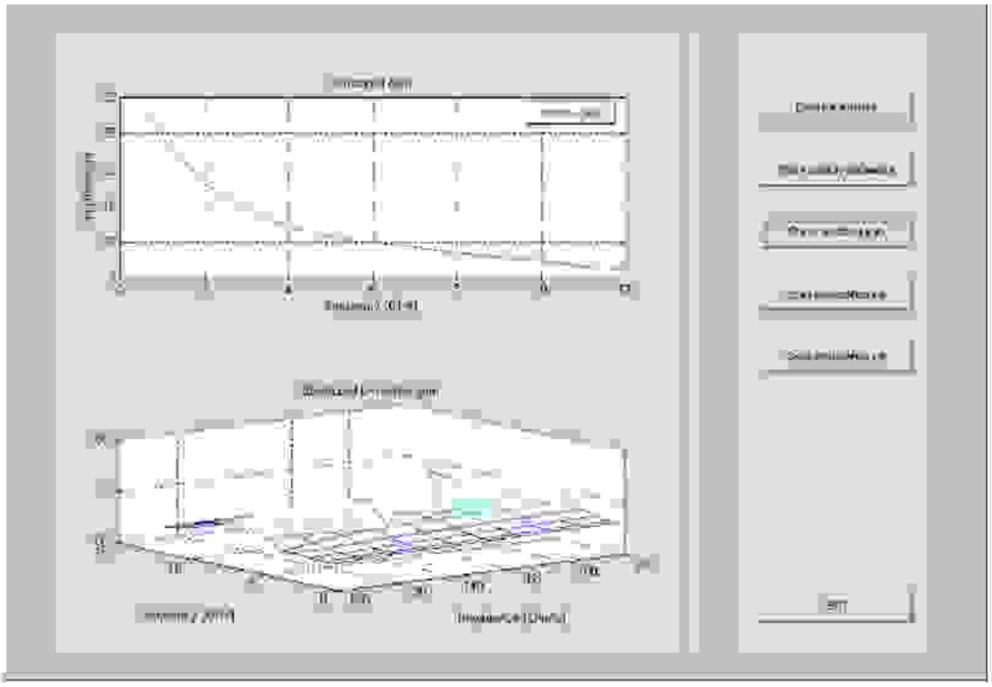


Figura 8.8.b Afişarea câştigului unilateral (b) al tranzistorului HP-ATF 10236a

8.7 Regimul de zgomot minimal

Programul de determinare a regimului de zgomot minimal constituie o aplicaţie interactivă. Sunt necesare ca date de intrare cercurile de stabilitate ale tranzistorului (al căror calcul se poate face, de asemenea, prin intermediul interfeţei grafice) şi a celorlalţi parametri definitorii ai tranzistorului.

În continuare este posibilă efectuarea afişării imediate, în mod grafic, a factorului de zgomot al tranzistorului şi a cercului de zgomot minimal (vezi figura 8.9.a și figura 8.9.b).

Această aplicaţie oferă o procedură interactivă pentru calculul unui circuit de adaptare al tranzistorului, care să asigure regimul de zgomot minimal. Astfel, comanda « Calculul circuitului de adaptare » permite trasarea admitanţelor normalizate la intrarea şi la ieşirea tranzistorului, pentru o sarcină de valoare complexă dată.

Prin utilizarea cursorului se face selecţia punctelor de valoare unitară (corespunzând nulurilor graficelor) pentru circuitul de intrare şi pentru cel de ieşire (vezi figura 8.10). După efectuarea selecţiei celor două puncte se deschide în mod automat o fereastră pentru afişarea lungimilor liniilor microstrip utilizate în vederea realizării adaptării tranzistorului la cele două porţi, de intrare şi de ieşire.

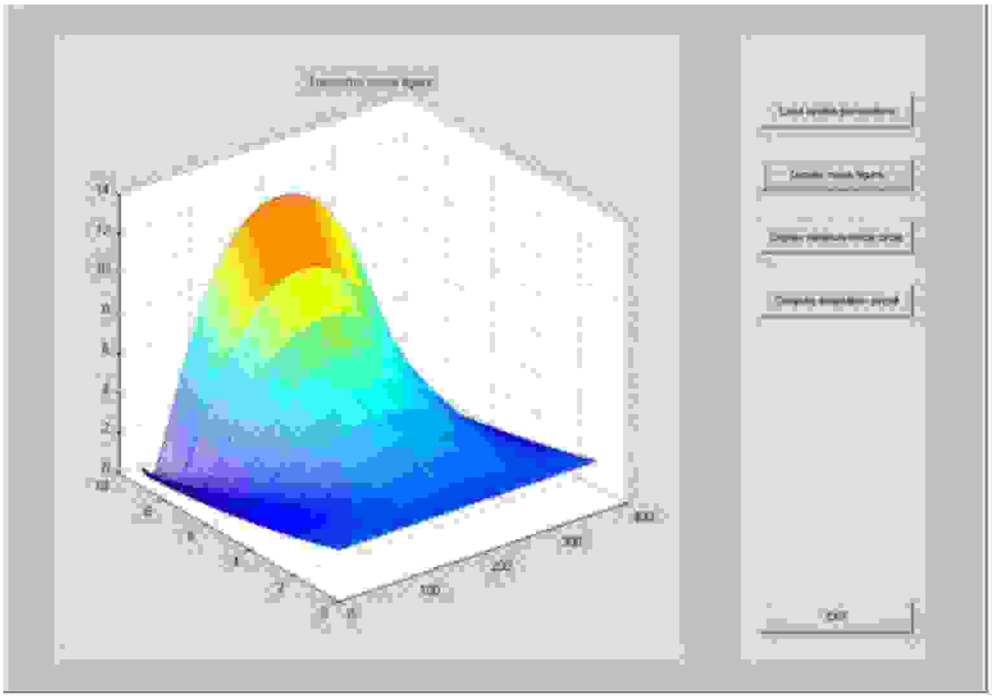


Figura 8.9.a Afişarea factorului de zgomot (a) la frecvenţa de 4 GHz al tranzistorului HP-ATF 10236a

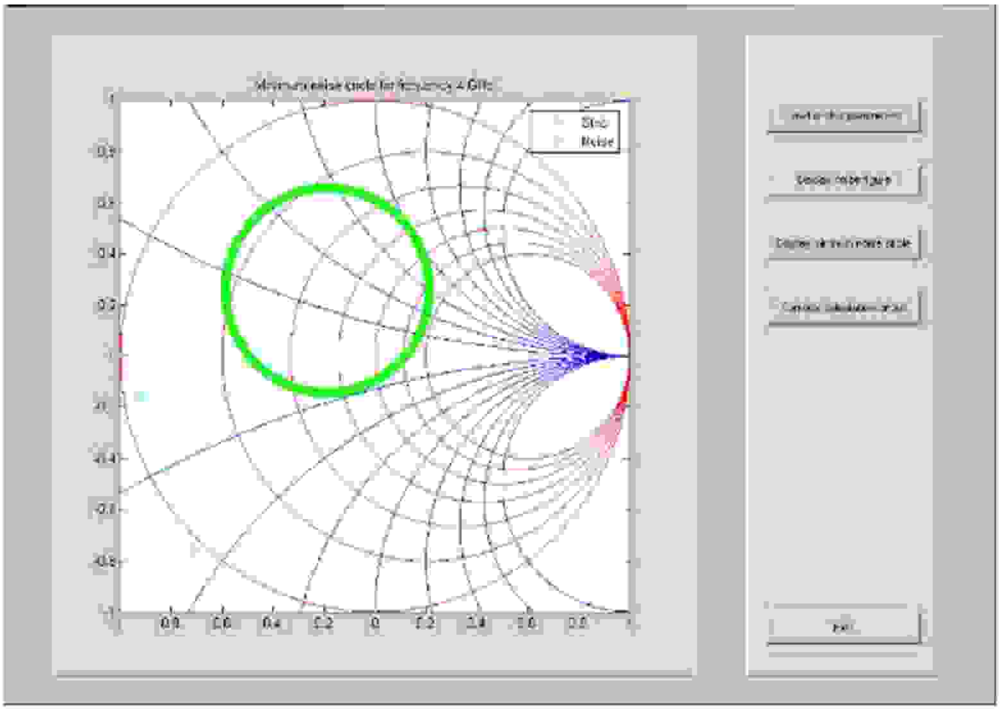


Figura 8.9.b Afişarea cercului de zgomot minimal (b) la frecvenţa de 4 GHz al tranzistorului HP-ATF 10236a

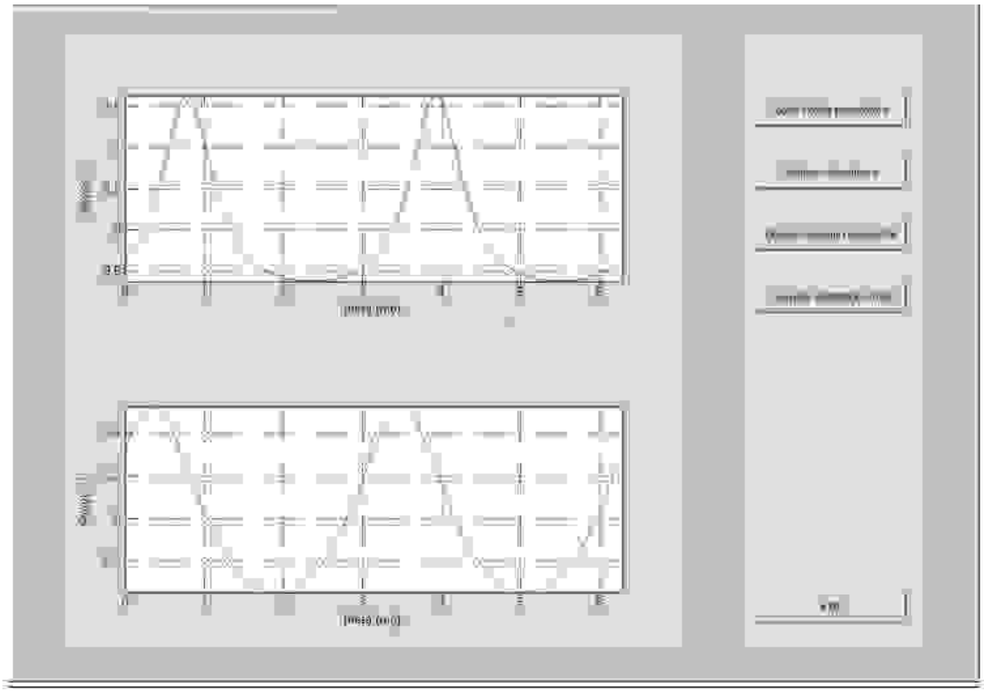


Figura 8.10 Selecţia interactivă a punctelor de impedanţă normalizată unitară în vederea calculului elementelor circuitului de adaptare

Suită de programe Microwave Solutions poate fi extinsă cu ușurință de către cei interesați în aplicații și în procesul de educație aferente domeniului microundelor.

ANEXA 1

GRAFICELE COMPONENTELOR CÂMPURILOR ELECTRIC ŞI MAGNETIC LA FRECVENŢA DE LUCRU EGALĂ CU 68,524 GHz

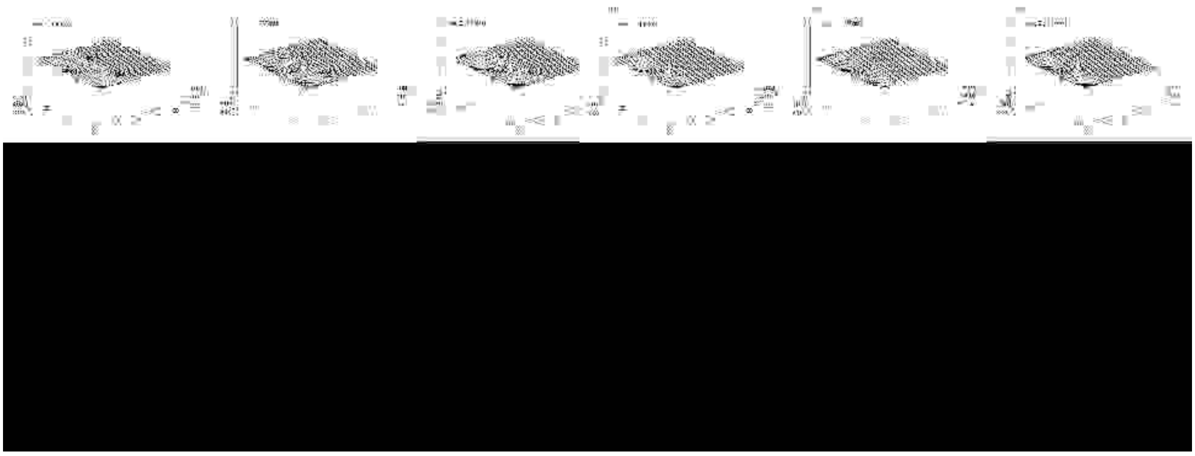


Figura 1.1.1 Variaţia componentei transversale a câmpului electric, E_{x1}, în nodurile reţelei.

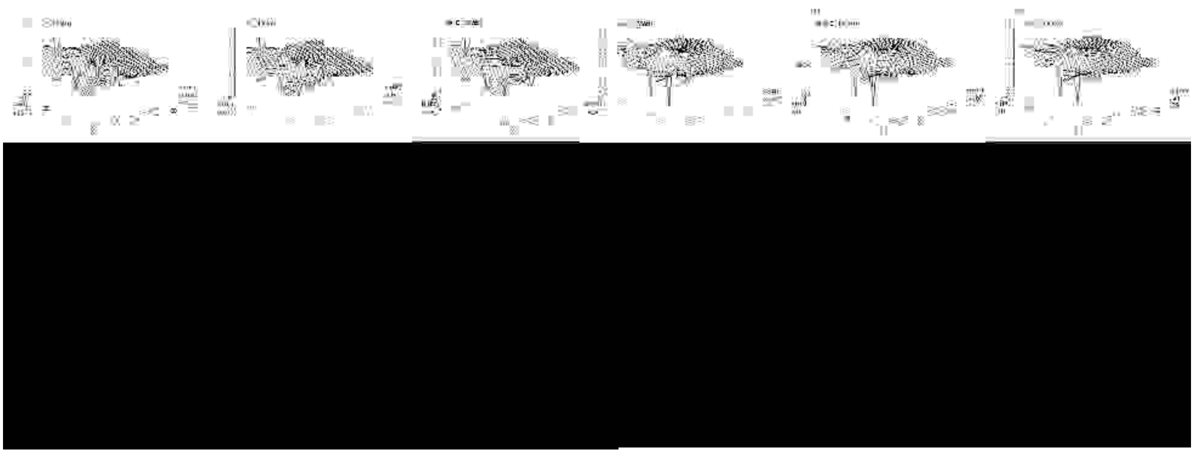


Figura 1.1.2. Variaţia componentei transversale a câmpului electric, E_{y1}, în nodurile reţelei.

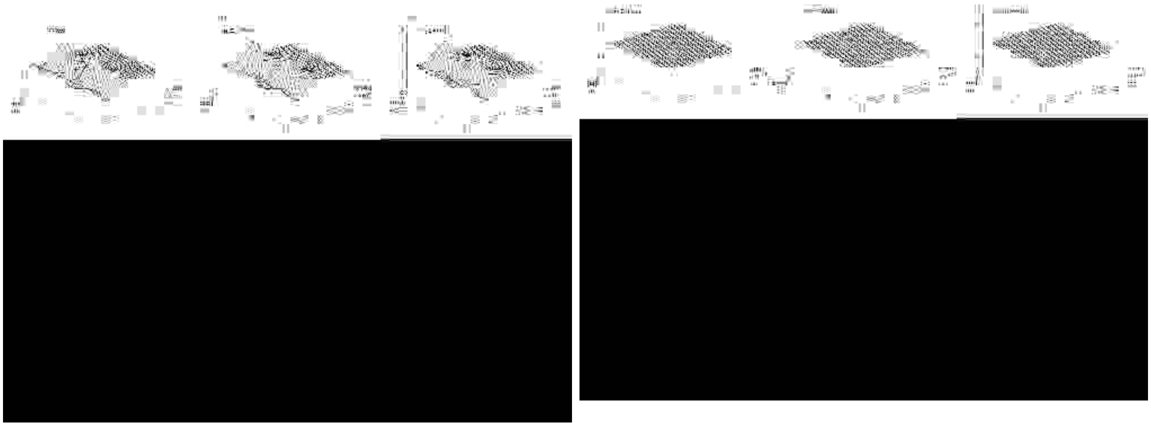


Figura 1.1.3. Variaţia componentei longitudinale a câmpului electric, E_{z1}, în nodurile reţelei.

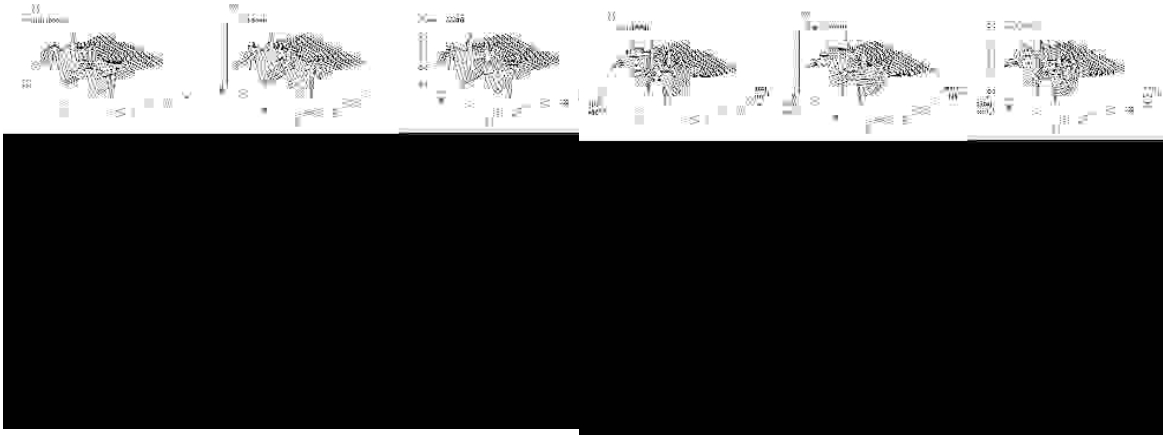


Figura 1.1.4. Variaţia componentei transversale a câmpului magnetic, H_{x1}, în nodurile reţelei.

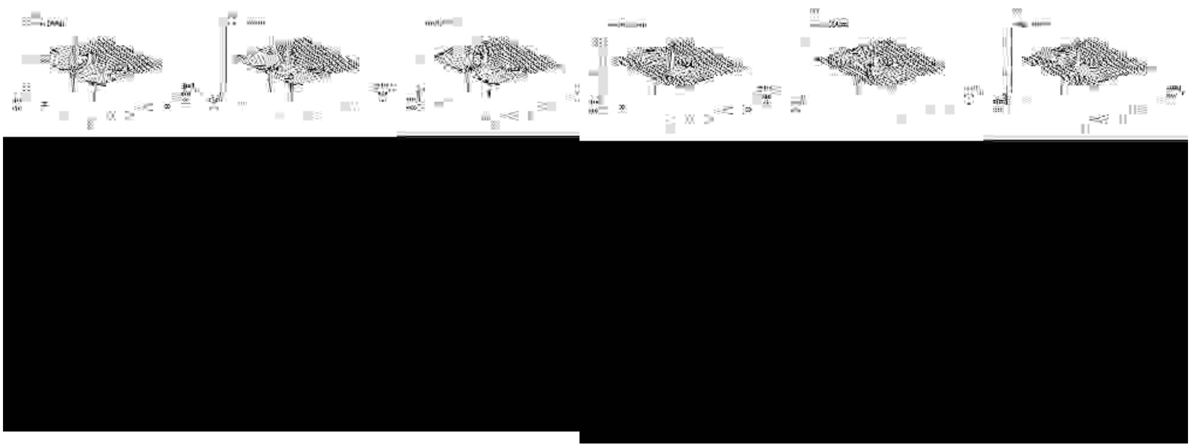


Figura 1.1.5. Variaţia componentei transversale a câmpului magnetic, H_{y1}, în nodurile reţelei.

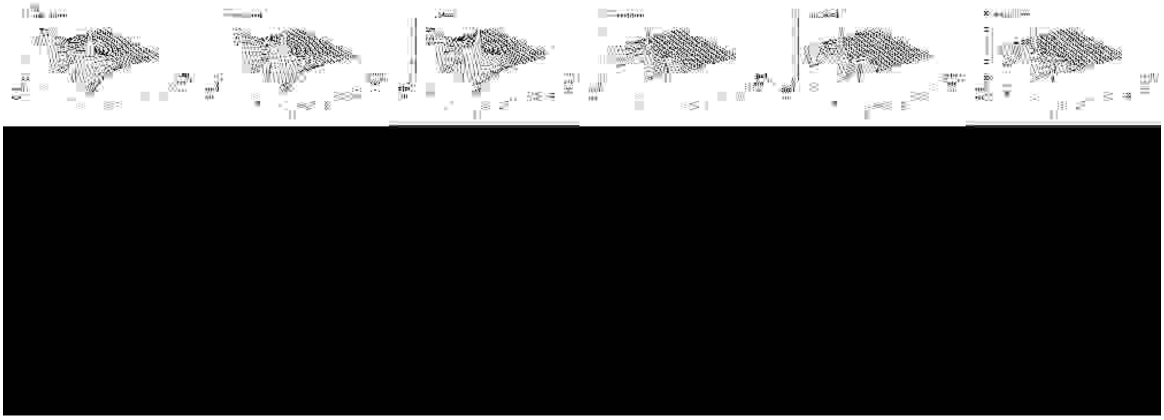


Figura 1.1.6. Variaţia componentei longitudinale a câmpului magnetic, H_{z1}, în nodurile reţelei.

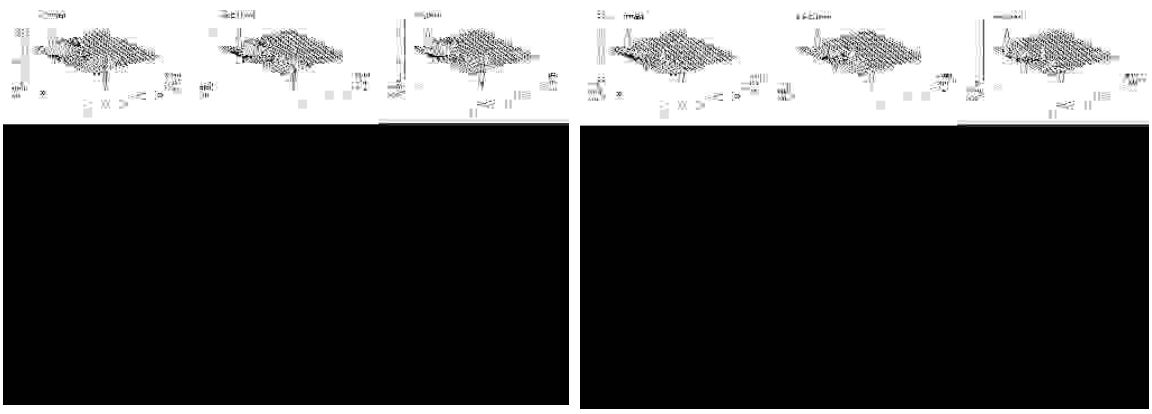


Figura 1.1.7. Variaţia componentei transversale a câmpului electric, E_{x2}, în nodurile reţelei.

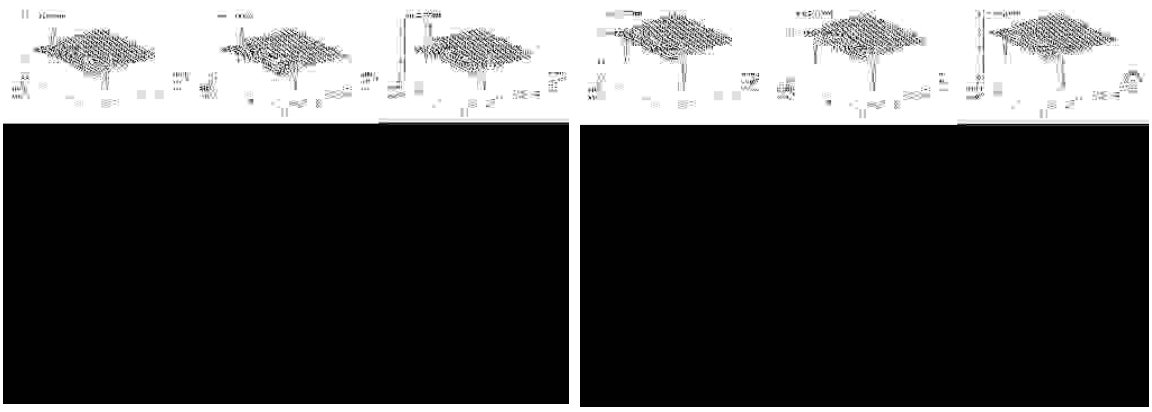


Figura 1.1.8. Variaţia componentei transversale a câmpului electric, E_{y2}, în nodurile reţelei.

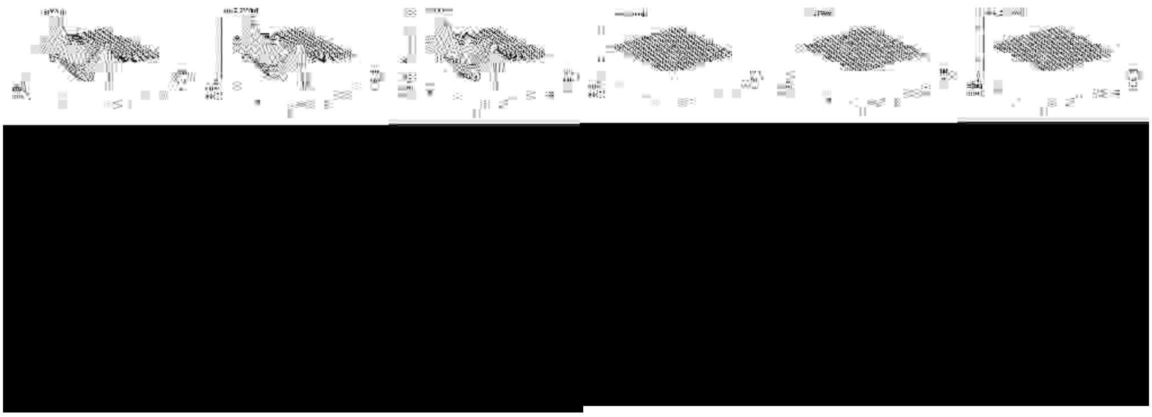


Figura 1.1.9. Variaţia componentei longitudinale a câmpului electric, E_{z2}, în nodurile reţelei.

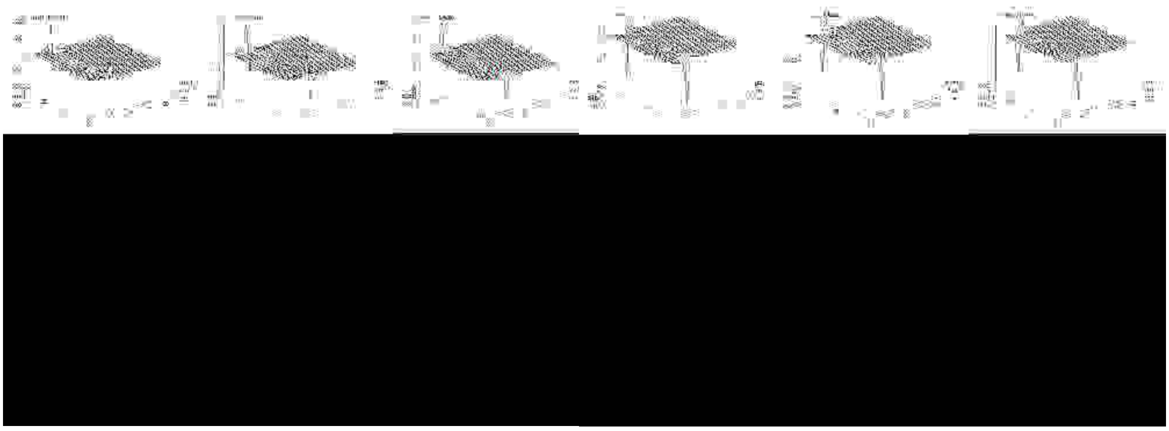


Figura 1.1.10. Variaţia componentei transversale a câmpului magnetic, H_{x2}, în nodurile reţelei.

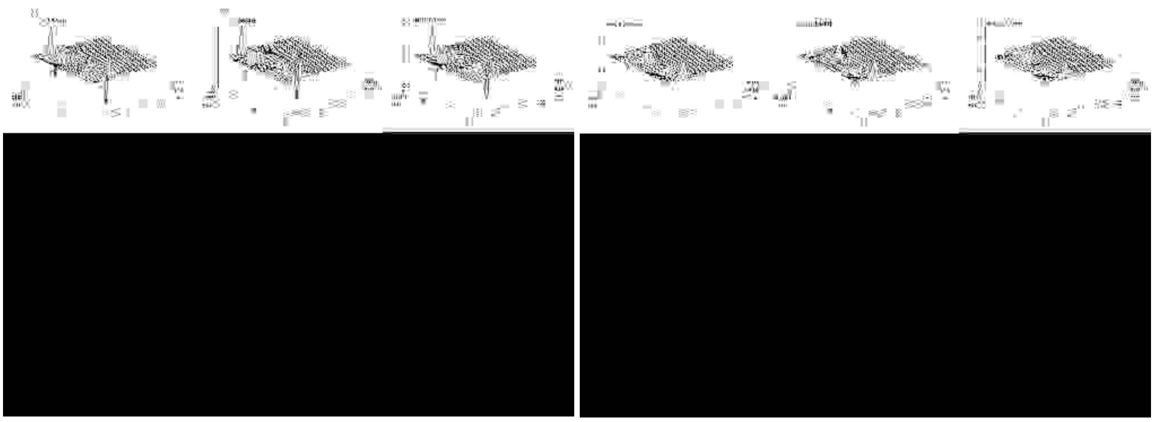


Figura 1.1.11. Variaţia componentei transversale a câmpului magnetic, H_{y2}, în nodurile reţelei.

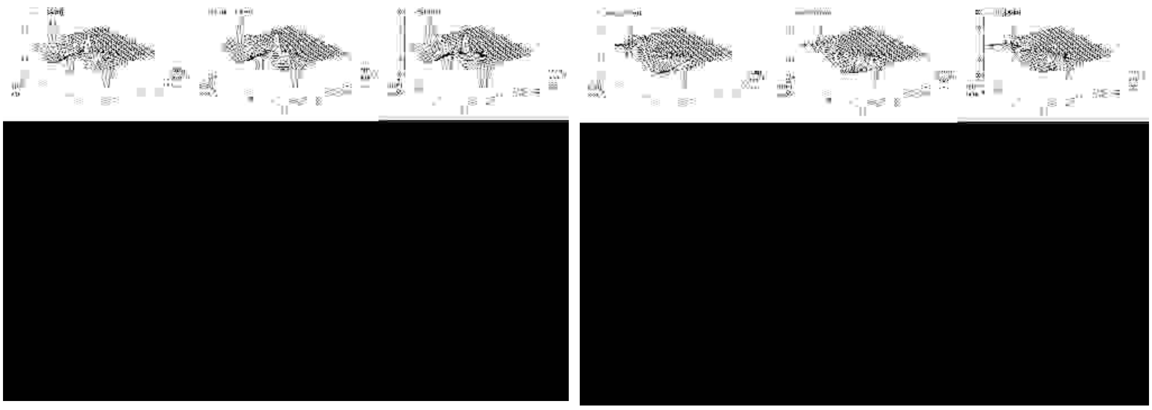


Figura 1.1.12. Variaţia componentei longitudinale a câmpului magnetic, H_{z2}*, în nodurile reţelei.*

ANEXA 2

POLINOAME CEBÎŞEV ŞI FUNCŢII ORTOGONALE

a) Câteva noţiuni despre polinoamele Cebîşev utilizate în capitolul 1.6 Metoda domeniilor parţiale.

Polinoamele Cebîşev sunt soluţii ale ecuaţiei diferenţiale:

$$(1-\omega^2)\frac{d^2y}{d\omega^2}-\omega\frac{dy}{d\omega}+n^2y=0, \quad n\in Z. \tag{1}$$

Cu ajutorul schimbării de variabilă $\omega = \cos t$, se obţine:

$$\frac{d^2y}{dt^2}+n^2y=0, \tag{2}$$

sau pentru $\omega = ch\, t$, se obţine:

$$\frac{d^2y}{dt^2}-n^2y=0. \tag{3}$$

Soluţiile ecuaţiilor (1)÷(3) sunt

$$y=\cos(n \arccos \omega) \text{ pentru } |\omega|<1; \tag{4.1}$$
$$y=\mathrm{ch}(n\, \mathrm{argch}\, \omega) \text{ pentru } |\omega|>1; \tag{4.2}$$
$$y=\sin(n \arccos \omega) \text{ pentru } |\omega|<1; \tag{4.3}$$
$$y=\mathrm{sh}(n\, \mathrm{argch}\, \omega) \text{ pentru } |\omega|>1. \tag{4.4}$$

În consecinţă, polinoamele şi funcţiile Cebîşev se definesc astfel:

$$T_n(\omega)=\cos(n \arccos \omega) \text{ pentru } |\omega|<1;$$
$$T_n(\omega)=\mathrm{ch}(n\, \mathrm{argch}\, \omega) \text{ pentru } |\omega|>1;$$
$$U_n(\omega)=\sin(n \arccos \omega) \text{ pentru } |\omega|<1;$$
$$U_n(\omega)=\mathrm{sh}(n\, \mathrm{argch}\, \omega) \text{ pentru } |\omega|>1.$$

Formulele recursive ale polinoamelor Cebîşev sunt

$$T_0(\omega)=1,\ \ T_1(\omega)=\omega,\ \ T_{n+1}(\omega)=2\omega\, T_n(\omega)-T_{n-1}(\omega).$$

Polinoamele şi funcţiile Cebîşev îndeplinesc cerinţele ortogonalităţii, dar, evident, relativ la anumite funcţii pondere şi intervale care trebuiesc precizate.

b) verificarea adaptării sistemului de funcţii $\{\varphi_n\}$ şi $\{\psi_n\}$ la intervalul [0 1] utilizate în capitolul 1.6 Metoda domeniilor parţiale;

b1) verificarea ortogonalităţii sistemului de funcţii $\{\varphi_n\}$.

Conform definiţiei ortogonalităţii sistemelor de funcţii [28], conform căreia şirul de funcţii $\{\varphi_n\}$ din spaţiul $L_R^2[0,1]$ se organizează într-un **şir ortogonal sau sistem ortogonal**, dacă orice pereche de funcţii din şir are proprietatea de ortogonalitate:

$$\left(\varphi_p, \varphi_m\right) = 0 \text{ dacă } p \neq m.$$

În consecinţă, se calculează (folosindu-se funcţia pondere $w(u)=\sqrt{1-u^2}$):

$$I = \int_1^0 \sqrt{1-u^2}\varphi_p(u)\varphi_m(u)du = \int_1^0 \frac{\cos(p \arccos u)\cos(m \arccos u)}{\sqrt{1-u^2}} du;$$

- se face schimbarea de variabilă

$$\cos t = u \text{ rezultă } \begin{cases} du = -\sin t \ dt \\ \sqrt{1-u^2} = \sqrt{1-\cos^2 t} \\ u = 1 \Rightarrow t = 0 \\ u = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

În aceste condiţii integrala I devine:

$$I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{\cos pt \cos mt}{\sqrt{1-\cos^2 t}}(-\sin t)dt =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos pt \cos mt \ dt = \begin{cases} 0 & \text{pentru } \ p \neq m \\ \frac{\pi}{4} & \text{pentru } \ p = m \end{cases}.$$

Îndeplinirea condiţiei de ortonormare, ce presupune conform definiţiei [28] ca orice pereche de funcţii din şir să satisfacă condiţia:

$$\left(\varphi_p, \varphi_m\right) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } p \neq m \\ 1 & \text{pentru } p = m \end{cases},$$

se obţine în urma ponderării fiecărui termen al şirului cu expresia normei șirul ortonormal corespunzător $\left\{\frac{\varphi_n}{\|\varphi_n\|}\right\}$.

În mod similar se verifică şi condiţia de ortogonalitate a sistemului de funcţii $\{\psi_n\}$, care se organizează în set ortogonal, relativ la intervalul [0,1] folosind ponderea $\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$.

În consecinţă, se calculează:

$$I=\int_1^0 \frac{\psi_p(u)\psi_m(u)}{\sqrt{1-u^2}} du = \int_1^0 \frac{\sin(p \arccos u)\sin(m \arccos u)}{\sqrt{1-u^2}} du,$$

apoi, se face schimbarea de variabilă

$$\cos t = u \text{ şi rezultă } \begin{cases} du = -\sin t \ \ dt \\ \sqrt{1-u^2} = \sqrt{1-\cos^2 t} \\ u = 1 \Rightarrow t = 0 \\ u = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

În aceste condiţii integrala devine:

$$I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{\sin pt \sin mt}{\sqrt{1-\cos^2 t}} (-\sin t) dt =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin pt \sin mt \, dt = \begin{cases} 0 & \text{pentru} \quad p \neq m \\ \frac{\pi}{4} & \text{pentru} \quad p = m \end{cases}.$$

De asemenea, pentru îndeplinirea condiţiei de ortonormare se alege funcţia pondere $w(u)=\frac{4}{\pi\sqrt{1-u^2}}$.

Sistemele de funcţii $\{\varphi_n\}$ şi $\{\psi_n\}$ din L_R^2 [0,1] se organizează în şiruri ortogonale sau sisteme ortogonale.

b2) verificarea condiţiilor Meixner de către sistemele de funcţii $\{\varphi_n\}$ şi $\{\psi_n\}$ în vecinătatea muchiei conductorului, plasat între cele două medii dielectrice, acolo unde $x=0$ (figura 1.4).

Sistemul de funcţii $\{\varphi_n\}$ are singularitate de ordinul lui $x^{-\frac{1}{2}}$ în punctul $x = 0$. Deci,

$$O(\varphi_n(u)) = \frac{1}{\sqrt{1-(1-x)^2}} T_n(u(x)) = O\left(x^{-\frac{1}{2}}\right);$$

Sistemul de funcţii $\{\psi_n\}$ are singularitate de ordinul lui $x^{\frac{1}{2}}$ în punctul $x = 0$. Dacă se foloseşte observaţia:

$$\psi_n = -\frac{\sqrt{1-u^2}}{n} T_n'(u) = -\frac{\sqrt{1-(1-x)^2}}{n} T_n'(u) \tag{5}$$

se poate conchide că:

$$O\,(\psi_n) = O\left(x^{\frac{1}{2}}\right).$$

Sistemele de funcţii $\{\varphi_n\}$ şi $\{\psi_n\}$ satisfac condiţiile Meixner în vecinătatea muchiei conductorului ce este plasat între cele două medii dielectrice.

b3) verificarea comportării sistemelor de funcţii $\{\varphi_n\}$ şi $\{\psi_n\}$ la celălalt capăt al intervalului [0,1], situat de la suprafaţa de separare dintre domenii ($y=y_1$), unde x=1. Întrucât aceste condiţii vizează componentele electrice ale câmpului electric E_x şi E_z, se vor folosi pe timpul verificărilor sistemele de funcţii utilizate pentru descompunerea acestora, respectiv $\{\varphi_{2n}\}$ şi $\{\psi_{2n}\}$:

$$\left.\frac{\partial \varphi_{2n}}{\partial x}\right|_{x=1} = \left.\left(\frac{\cos(2n \arccos u)}{\sqrt{1-u^2}}\right)^{|}\right|_{x=1} =$$

$$= \left.\frac{\sin(2n \arccos u)\left(\frac{2n}{\sqrt{1-u^2}}\right)\sqrt{1-u^2} - \cos(2n \arccos u)\left(\frac{2u}{\sqrt{1-u^2}}\right)}{1-u^2}\right|_{x=1} = 0, \tag{6}$$

$$\psi_{2n}|_{x=1} = U_{2n}|_{x=1} = \sin(2n \arccos 0) = \sin 2\,n\frac{\pi}{2} = 0.$$

Sistemele de funcţii $\{\varphi_{2n}\}$ şi $\{\psi_{2n}\}$ satisfac cerinţele impuse de peretele electric situat la capătul intervalului [0,1], unde *x=1*.

b4) verificarea "relaţiei de concordanţă a bazelor", utilizată pentru descompunerea componentelor E_x şi E_z, pe toată lungimea intervalului [0,1], situat la suprafaţa de separare dintre domenii, respectiv:

$$\varphi_{2n}(x) = A\frac{\partial \psi_{2n}(x)}{\partial x}, \text{ A constantă;}$$

$$\frac{\partial \psi_{2n}}{\partial x} = (\sin 2n \arccos u)^{|} = T_{2n}(u)2n\frac{-1}{\sqrt{1-u^2}}(-1) = \frac{2n}{\sqrt{1-u^2}}T_{2n} = 2n\varphi_{2n} \tag{7}$$

$$A \equiv \frac{1}{2n}.$$

Sistemele de funcţii $\{\varphi_{2n}\}$ şi $\{\psi_{2n}\}$ satisfac "relaţia de concordanţă a bazelor".

b5) verificarea satisfacerii condiţiei suplimentare (1.67), respectiv:

$$\left.\frac{\partial^2\psi_n}{\partial x^2}\right|_{x=1} = 0.$$

Folosind rezultatele obţinute prin intermediul relaţiilor (6) şi (7) rezultă:

$$\left.\frac{\partial^2\psi_n}{\partial x^2}\right|_{x=1} = \left.\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi_n}{\partial x}\right)\right|_{x=1} = 2n\left.\frac{\partial\varphi_{2n}}{\partial x}\right|_{x=1} = 0.$$

Sistemele de funcţii $\{\varphi_{2n}\}$ şi $\{\psi_{2n}\}$ satisfac relaţia suplimentară (1.67).

În final, se poate conchide că sistemele de funcţii ortogonale $\{\varphi_n\}$ şi $\{\psi_n\}$, definite cu ajutorul polinoamelor şi funcţiilor Cebîşev, din spaţiul $L_R^2[\mathbf{0},\mathbf{1}]$, satisfac condiţiile necesare descompunerii componentelor câmpului electric şi magnetic la limita de separare dintre domenii şi în vecinătatea muchiei conductorului.

Analizând figura 1.4 în comparaţie cu figura 1.2, se observă că intervalul [0,1] este în realitate $\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$; în urma transformării necesare, funcţia u(x), aleasă astfel încât să conserve proprietăţile funcţiilor Cebîşev, devine:

$$u(x) = 1 + \frac{2x-w}{w-a}, \quad u\colon \left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right] \to [1,0].$$

În situaţia utilizării funcţiei de mai sus, b1)÷b5) sunt satisfăcute.

ANEXA 3

ORDINUL DE MĂRIME AL ERORILOR METODEI DIFERENŢELOR FINITE

Anexa își propune calculul ordinului de mărime al erorilor ce apar prin înlocuirea ecuaţiilor Helmholtz cu ecuaţiile cu diferenţe finite.
Se presupune că există $\frac{\partial^n \phi}{\partial x^s \partial y^m}$, *s+m=n, n=1, 2, 3, 4,* continue pe domeniul D, ce a fost definit în capitolul 2.1. În aceste condiţii pot fi făcute dezvoltările funcţiei $\phi(x,y)$ în serie Taylor în vecinătatea punctului (x_j, y_i):

$$\phi(x_j + \Delta x, y_i) = \phi(x_j, y_i) + \phi_x^{\text{I}}(x_j, y_i)\frac{\Delta x}{1!} + \phi_{x^2}^{\text{II}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta x)^2}{2!} +$$

$$+\phi_{x^3}^{\text{III}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta x)^3}{3!} + \phi_{x^4}^{\text{IV}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta x)^4}{4!};$$

$$\phi(x_j - \Delta x, y_i) = \phi(x_j, y_i) - \phi_x^{\text{I}}(x_j, y_i)\frac{\Delta x}{1!} + \phi_{x^2}^{\text{II}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta x)^2}{2!} -$$

$$-\phi_{x^3}^{\text{III}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta x)^3}{3!} + \phi_{x^4}^{\text{IV}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta x)^4}{4!};$$

$$\phi(x_j, y_i + \Delta y) = \phi(x_j, y_i) + \phi_y^{\text{I}}(x_j, y_i)\frac{\Delta y}{1!} + \phi_{y^2}^{\text{II}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta y)^2}{2!} +$$

$$\phi_{y^3}^{\text{III}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta y)^3}{3!} + \phi_{y^4}^{\text{IV}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta y)^4}{4!};$$

$$\phi(x_j, y_i - \Delta y) = \phi(x_j, y_i) - \phi_y^{\text{I}}(x_j, y_i)\frac{\Delta y}{1!} + \phi_{y^2}^{\text{II}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta y)^2}{2!} -$$

$$-\phi_{y^3}^{\text{III}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta y)^3}{3!} + \phi_{y^4}^{\text{IV}}(x_j, y_i)\frac{(\Delta y)^4}{4!}.$$

Scăzând primele două dezvoltări şi reţinând termenii până la derivate de ordinul trei, se obţine aproximarea pentru $\frac{\partial \phi}{\partial x}$:

$$\frac{\phi(x_j + \Delta x, y_i) - \phi(x_j - \Delta x, y_i)}{2\Delta x} = \phi_x^{\text{I}}(x_j, y_i) + \frac{(\Delta x)^2}{6}\phi_{x^3}^{\text{III}}(x_j, y_i).$$

Eroarea care se face prin această aproximare este de ordinul lui $(\Delta x)^2 M$, unde M este o constantă care verifică inegalitatea $\frac{1}{6}\phi_{x^3}^{\text{III}}(x_j, y_i) \leq M$. Procedând în mod analog, rezultă pentru derivata după y:

$$\frac{\phi(x_j, y_i + \Delta y) - \phi(x_j, y_i - \Delta y)}{2\Delta y} = \phi_y^{|}(x_j, y_i) + \frac{(\Delta y)^2}{6}\phi_{y^3}^{|||}(x_j, y_i).$$

Adunând aceleaşi dezvoltări şi luând termenii până la gradul patru după Δx, respectiv Δy, se obţin relaţii care permit aproximarea derivatelor de ordinul al doilea

$$\frac{\phi(x_j + \Delta x, y_i) - 2\phi_x(x_j, y_i) + \phi(x_j - \Delta x, y_i)}{(\Delta x)^2} = \phi_{x^2}^{||}(x_j, y_i) +$$

$$+\frac{(\Delta x)^2}{12}\phi_{x^4}^{\mathrm{IV}}(x_j, y_i);$$

$$\frac{\phi(x_j, y_i + \Delta y) - 2\phi_x(x_j, y_i) + \phi(x_j, y_i - \Delta y)}{(\Delta y)^2} = \phi_{y^2}^{||}(x_j, y_i) +$$

$$+\frac{(\Delta y)^2}{12}\phi_{y^4}^{\mathrm{IV}}(x_j, y_i).$$

Şi în acest caz eroarea este de ordinul lui $(\Delta x)^2$, respectiv $(\Delta y)^2$. Dacă diferenţele finite se introduc în ecuaţia lui Helmholtz,

$$L(\phi) \equiv \frac{\partial^2\phi(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi(x,y)}{\partial y^2} + \mathrm{k}_j^2\phi(x,y) = 0$$

se obţine

$$\bar{L}(\phi_{ij}) \equiv \frac{\phi_{j+1,i} - 2\phi_{ji} + \phi_{j-1,i}}{\Delta x^2} + \frac{\phi_{j,i+1} - 2\phi_{ji} + \phi_{j,i-1}}{\Delta y^2} + k_j^2\phi_{ji} +$$

$$+\frac{(\Delta x)^2}{12}\phi_{x^4}^{\mathrm{IV}}(ji)\frac{(\Delta y)^2}{12}\phi_{y^4}^{\mathrm{IV}}(ji) = L(\phi_{ji}) + R_{ji}.$$

Eroarea care apare este caracterizată de restul R_{ji} cu ordinul de mărime al pătratului pasului reţelei ($(\Delta x)^2$ şi $(\Delta y)^2$).

ANEXA 4

CÂMPUL ELECTROMAGNETIC LA SUPRAFAŢA DE SEPARARE

Anexa clarifică relațiile dintre componentele tangenţiale ale câmpului electromagnetic la suprafaţa de separare dintre două medii dielectrice în conformitate cu aspectele tratate în capitolul 2.2, respectiv *ecuaţiile cu diferenţe finite corespunzătoare punctelor aflate pe frontiere.*

În acest sens, se rescriu relaţiile corespunzătoare componentelor transversale ale câmpurilor electric şi magnetic

$$E_{x\delta}=-\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x}+\omega\mu_0\mu_{r\delta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial y}\right), \qquad (1)$$

$$E_{y\delta}=-\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y}-\omega\mu_0\mu_{r\delta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}\right), \qquad (2)$$

$$H_{x\delta}=-\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}-\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y}\right), \qquad (3)$$

$$H_{y\delta}=-\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial y}+\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x}\right) \qquad (4)$$

Se rescrie relaţia (2) şi se obţine:

$$-\frac{k_\delta^2}{i\beta}E_{y\delta}=\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y}-\frac{\omega\mu_0\mu_{r\delta}}{\beta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}$$

sau

$$\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y}=\frac{\omega\mu_0\mu_{r\delta}}{\beta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}-\frac{k_\delta^2}{i\beta}E_{y\delta},$$

expresie ce se introduce în relaţia (3) şi se obţine:

$$H_{x\delta}=-\frac{i}{\beta k_\delta^2}\left[\beta^2\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}-\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\left(\omega\mu_0\mu_{r\delta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}-\frac{k_\delta^2}{i}E_{y\delta}\right)\right].$$

Ţinând seama de expresia numărului de undă longitudinal rezultă:

$$H_{x\delta}=-\frac{i}{\beta k_\delta^2}\left(-k_\delta^2\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}+\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{k_\delta^2}{i}E_{y\delta}\right)$$

sau

$$H_{x\delta} = \frac{i}{\beta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x} - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}}{i\beta}E_{y\delta}.$$

În concluzie

$$\left.\begin{aligned} H_{x1} &= H_{x2} \\ H_{z1} &= H_{z2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \varepsilon_1 E_{y1} = \varepsilon_2 E_{y2}.$$

În continuare, se rescrie relaţia (1) şi se obţine:

$$-\frac{k_\delta^2}{i}E_{x\delta} = \beta\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y} + \omega\mu_0\mu_{r\delta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}$$

sau

$$\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial y} = -\frac{\beta}{\omega\mu_0\mu_{r\delta}}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x} + \frac{\mathrm{i}k_\delta^2}{\omega\mu_0\mu_{r\delta}}E_{x\delta},$$

expresie ce se introduce în relaţia (3) şi se obţine:

$$H_{y\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(-\frac{\beta^2}{\omega\mu_0\mu_{r\delta}}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x} + \frac{i\beta k_\delta^2}{\omega\mu_0\mu_{r\delta}}E_{x\delta} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x}\right),$$

ori

$$H_{y\delta} = -\frac{i}{\omega\mu_0\mu_{r\delta}k_\delta^2}\left(-\beta^2\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x} + i\beta k_\delta^2 E_{x\delta} + \omega^2\mu_0\mu_{r\delta}\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x}\right).$$

În continuare, ţinând seama de expresia numărului de undă longitudinal se obţine:

$$H_{y\delta} = -\frac{i}{\omega\mu_0\mu_{r\delta}}\left(\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x} + \mathrm{i}\beta E_{x\delta}\right)$$

În concluzie,

$$\left.\begin{aligned} H_{y1} &= H_{y2} \\ E_{z1} &= E_{z2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{x1} = E_{x2}.$$

POSTFAŢĂ

Analiza electrodinamică a structurilor microstrip, prezentată în carte, se poate extinde şi la frecvenţe de lucru situate către limita maximă a domeniului microundelor şi demonstrează faptul că propagarea energiei electromagnetice în structurile microstrip nu are loc fără pierderi la orice frecvenţă din gama de lucru şi oferă posibilitatea determinării valorii frecvenţei la care o structură aleasă produce pierderi de energie.

Dificultăţile pe care le presupune aplicarea analizei electrodinamice a câmpului electromagnetic la structurile microstrip constau, în principal, în satisfacerea simultană a obiectivelor stabilite în capitolul introductiv al carții şi în cadrul secţiunii 1.4.

Facilităţile analizei electrodinamice a câmpului electromagnetic se pot extinde cu succes şi la rezolvarea altor probleme specifice structurilor microstrip de microunde, respectiv în cazul liniilor cuplate, al configuraţiilor slotline şi al ghidului de undă coplanar sau în cazul unor neomogenităţi fizico-geometrice mai complexe ale liniilor, şi nu în ultimul rând, rezultatele analizei se pot extinde la proiectarea automată a circuitelor integrate hibride de microunde. În acest ultim sens, metoda electrodinamică poate constitui instrumentul esențial prin care se poate obţine matricea de repartiţie (denumită în literatura de specialitate şi matrice de dispersie) a circuitelor integrate hibride de microunde.

Cea de-a doua metodă de studiu a câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată, prezentată în carte, utilizează aproximările diferenţelor finite, o tehnică numerică deosebit de puternică ce poate fi utilizată cu succes la rezolvarea celor mai dificile probleme scalare şi vectoriale ale electrodinamicii. Metoda diferenţelor finite este preferată în cartea de faţă ca tehnică numerică de aproximare a ecuaţiilor Helmholtz, datorită implementării şi rezolvării rapide a modelului matematic, o dată cu reunirea componentelor longitudinale ale câmpurilor electric şi magnetic în cadrul unei singure probleme de valori şi vectori proprii. Apariţia unor pachete de programe specializate în acest sens, contribuie la rezolvarea facilă a acestei probleme.

Celelalte capitole ale carții au trecut în revistă elemente esențiale privind studiul circuitelor de microunde, respectiv:

- modalităţile de calcul al principalilor parametri ai liniei microstrip;
- elementele de circuit specifice gamei microundelor;
- analiza multiporţilor cu ajutorul parametrilor *S*;
- utilizarea matricei de dispersie la analiza neomogenităţilor liniei de transmisiune;

- aplicații interactive pentru calculului anumitor parametri ai distribuţiilor câmpului electromagnetic și a circuitelor de microunde, ce poate fi extinsă cu ușurință de către cei interesați și utilizată în cercetare-dezvoltare, inovare și educație.

Prin problematica abordată, de un real interes în procesul de formare academică și în proiecte și customizări industriale, cartea reliefează informații esențiale studiului și proiectării asistate a circuitelor integrate hibride în toată gama microundelor și în strictă concordanţă cu fenomenele fizice din linia microstrip reală.

BIBLIOGRAFIE

[1] Schneider M. V. Microstrip Lines for Integrated Circuits, Bell Syst. Tech. J., vol. 48, pages 1421÷1444, May÷June 1969

[2] Yamashita E., Mitra R. Variational Method for the Analysis of Microstrip Lines, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT - 16, pages 251÷256, Apr. 1968

[3] Judd S. V., Whiteley I., Clowes R. J., Rickard D. C. An Analytical Method for Calculating Microstrip Transmission Line Parameters, IEEE TMTT, vol. MTT-18, pages 78÷87, Feb. 1970

[4] Stinehelfer H. An Accurate Calculation of Uniform Microstrip Transmission Lines, IEEE TMTT., vol. MTT-16, pages 439÷444, July 1968

[5] Wheeler H. A. Transmission - Line Properties of Parallel Strips Separated by a Dielectric Sheet, IEEE TMTT, vol.MTT-13, pages 172-185, March 1965

[6] Sobol H. Applications of Integrated Circuits Technology to Microwave Frequencies, Proc. IEEE, vol. 59, pages 1200÷1211, Aug. 1971

[7] Sylvester P. TEM Wave Properties of Microstrip Transmission Lines, Proc. IEEE (London), vol. 115, pages 43÷48, 1968

[8] Bryant T. G., Weiss J. A. Parameters of Microstrip Transmission Lines and of coupled Pairs of Microstrip Lines, IEEE TMTT, vol. MTT - 16, pages 1021÷1027, Dec. 1968

[9] Kwolters C., Clar P. L. Microstrip transmission lines on high dielectric substrates for hybrid microwave integrated circuits, in 1967 G-MTT Symposium Dig., pages 129÷131, May 1967

[10] Hornsby J. S., Gopinath A. Numerical Analysis of a Dielectric Loaded Waveguide with a Microstrip Line Finite Difference Methods, IEEE TMTT, vol. 17, pages 684÷691, Sept. 1969

[11] Mitra R., Itoh T. A New Technique for the Analysis of the Dispersion Characteristics of Microstrip Lines IEEE TMTT, vol. MTT- 19, pages 47÷57, Jan. 1971

[12] Denlinger E. J. A Frequency Dependent Solution for Microstrip Transmission Lines, IEEE TMTT, vol. MTT-19, pages 30÷39, Jan. 1971

[13] Daly P. Hybrid-mode Analysis of Microstrip by Finite Element Methods, IEEE, vol. MTT- 19, pages 19÷25, Jan. 1971

[14]	Zysman G. I., Varon D.	Wave Propagation in Microstrip Transmission Lines, 1969 G-MTT Symp. Dig., pages 3÷9, May 1969
[15]	Wolters K. C., Clar P. L.	Analysis and Experimental Evaluation of Distributed Overlay Structured in Microwave Integrated Circuits, G-MTT Symp. Dig., pages 123÷130, May 1968
[16]	Corr D. G., Davies J. B.	Computer Analysis of the Fundamental and Higher Order Modes in Single and Coupled Microstrip, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT- 20, pages 669÷677, Oct. 1972
[17]	Hayata K., Koshiba M., Eguchi M., Suzuki M.	Vectorial Finite Element Method without Spurious Solutions for Dielectric Waveguiding Problems Using Transversal Magnetic Field Component, IEEE, vol. MTT- 34, pages 1120÷1124, Mar. 1985
[18]	Schulz N., Bierwirth K., Arndt F., Koster U.	Finite-Difference Method without Spurious Solutions for the Hybrid-Mode Analysis of Diffused Channel Waveguide Structure, IEEE TMTT, vol. 38, pages 722÷729, June 1990
[19]	Patrick S., Webb K.	A Variational Vector Finite Difference Analysis for Dielectric Waveguides, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 40, pages 692÷698, Apr. 1992
[20]	Wei-Xu Huang, Itoh T.	Complex Modes in Lossless Shielded Microstrip Lines, IEEE TMTT, vol. 36, pages 163÷165, Jan. 1988
[21]	Sima I.	Metode, tehnici si tehnologii noi în transmisiuni, vol. 5, Linii microstrip, Editura ATM,1992
[22]	Veselov G. I.,	Microelectronîe ustroistva SVCi, Moscova, 1989
[23]	Teodorescu N., Olariu V.	Ecuaţii diferenţiale cu derivate parţiale, vol. 2, Editura Tehnica, București, 1979, ISBN 973-31-0116-8
[24]	* * *	Grande Enciclopedie des Sciences et Technique, Paris, 1975
[25]	Mânzatu E., Struțu C.	Matematici speciale – partea a II-a, Editura ATM, 1977
[26]	Zebic A.	Equation de Helmholtz: etude numerique de quelques preconditionnements pour la methode GMRES, INRIA, Project Menusin, B. P. 105, Rocquencourt, France, 1992
[27]	Rulea G.	Bazele teoretice şi experimentale ale tehnicii microundelor, Editura Scientifică și Pedagogică, București, 1989
[28]	Meixner J.	The Behaviour of Electromagnetic Fields at Edges, IEEE Trans A. P. 20, 1972

[29]	Gavrilă G.	Bazele electrotehnicii - Teoria câmpului electromagnetic, București, Editura A.T.M., 1995
[30]	Jackson J. D.	Electrodinamica clasică, Editura Tehnică, 1991, ISBN 973-31-0116-8
[31]	Nicolau E.	Radiaţia şi propagarea undelor electromagnetice, Editura Academiei, București, 1989
[32]	Lojewski, G.	Linii de transmisiune pentru frecvenţe înalte, București, Editura Technică, 1996
[33]	Niculescu T.	Propagarea undelor radio şi instalaţii de antenă-fider, București, Editura A.T.M., 1994
[34]	Niculescu T.	Antene TV de bandă largă, București, Editura Militară, 1988
[35]	Palade, T.	Tehnica Microundelor, Editura Genesis, Cluj-Napoca, 1997, ISBN 973-98204-3-3
[36]	Baican R.	Circuite integrate de microunde – Promedia Plus, Cluj-Napoca, 1998, ISBN 973-97377-6-5
[37]	Gavriloaia G.	Analiza numerică a câmpului de microunde, Editura Teora, București, 2001, ISBN 973-20-0686-2
[38]	Tomescu A., Tomescu I.B.L, Tomescu F.M.G.	Modelarea numerica a câmpului electromagnetic, Editura Matrix Rom, București, 2002
[39]	Lojewski G.	Dispozitive si circuite de microunde, Editura Tehnica, București, 2005, ISBN 973-31-2263-7
[40]	Crisan N.	Antene și circuite pentru microunde, Editura Risoprint, 2008, ISBN 978-973-751-867-5
[41]	Crisan N., Palade T., Cremene L., Puschita E.	Microunde – Aplicații, Editura UTPRESS, 2008, ISBN 978-973-662-377-6
[42]	Iordăchescu G-A.	Microunde: teorie și aplicații, Editura Universității din Pitești, 2018, ISBN 978-606-560-595-4

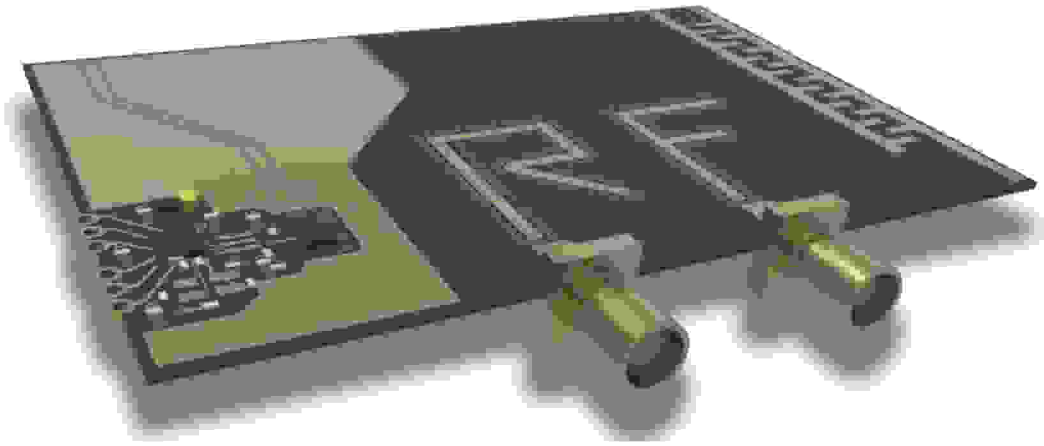
* *
*

[43]	Cantaragiu Ş.	Circuite de microunde – metode numerice de calcul, Editura All, București, 2000, ISBN 973-684-165-0
[44]	Cantaragiu Ş.	Receptor în tehnologie microstrip în banda S, A XXII-a sesiune de comunicări științifice a A.T.M., București, 11-12 noiembrie 1987
[45]	Cantaragiu Ş.	Modul de frecvenţă foarte înaltă în tehnologie microstrip pentru receptor în banda S, Concursul național de creație științifică și tehnică, secțiunea Electronică și microelectronică (*lucrare premiată cu locul I al secțiunii și cu premiul special Tehnoton*), Iaşi, 26-28 noiembrie 1987

[46]	Cantaragiu Ş.	Receptoarele de radiolocaţie şi radiodirijare în tehnologie microstrip, Sesiunea de comunicări științifice a C.A.A.T., București, octombrie 1989
[47]	Cantaragiu Ş.	Sinteza reţelelor de antene cu balansare electronică în tehnologie microstrip, Sesiunea a XXIII-a de comunicări științifice, I.C.D.A., București, 29 mai 1991
[48]	Cantaragiu Ş.	Circuite de microunde în tehnologie microstrip pentru receptoarele de radiolocaţie şi radiodirijare, Buletinul apărării antiaeriene a teritoriului, nr.1 1990
[49]	Niculescu T., Cantaragiu Ş., Alexandrescu G., Petre N.	Reţele de antene fazate - elemente de proiectare, vol. 1, Editura A.T.M., 1992
[50]	Cantaragiu Ş.	Tehnica microundelor - circuite integrate microstrip, Editura Academia Forțelor Aeriene, Braşov, 1995
[51]	Cantaragiu Ş.	Electromagnetic Field Calculations of Microstrip Lines using Finite Difference Method, Technische Mitteilung TM-S-EA 94.08.02-2, Oerlikon Contraves, Zurich, 1994
[52]	Cantaragiu Ş.	Model matematic pentru calculul câmpului electromagnetic în linia microstrip, raport cercetare pregătire doctorat, A.T.M., București, 1995
[53]	Cantaragiu Ş.	Proiectarea modernă a circuitelor integrate de microunde, raport cercetare pregătire doctorat, A.T.M., Bucureşti, 1996
[54]	Cantaragiu Ş.	Model matematic pentru linia microstrip ecranată, A XXVI-a sesiune de comunicări științifice cu participare internațională, A.T.M., București, 13-14 noiembrie 1997
[55]	Cantaragiu Ş.	Studiul câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată prin metode analitice şi numerice, teză de doctorat, A.T.M., București, 28 noiembrie 1997
[56]	Cantaragiu Ş.	Analysis of shielded microstrip lines by finite-difference method, ICECS'99. Proceedings of ICECS'99. 6th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (Cat. No. 99EX357), pages 565-567, 1999/9/5
[57]	Cantaragiu Ş.	Electrodynamics Analysis of Shielded Microstrip, Lines by Partial Domain Method, second Conference for Circuits and Systems (ECS'99), Slovakia, Bratislava, 6-8 September 1999

[58]	Cantaragiu Ş., Szilagyi A.,	Active Combined Radar/Laser Protection System, NATO, SET Panel Symposium, Prague, Czech Republic, 22-23 April 2002
[59]	Coman C.I., Lager I.E., Ligthart L.P., Cantaragiu Ş., Szilagyi A.,	The Effect of the Mutual Coupling in Smart Antenna for Electronic Warfare Applications, NATO IST/SET Symposium, Chester, UK, 7-8 April 2003
[60]	Ioana C., Candel I., Cantaragiu Ş., Şerbănescu A.	Monitoring transient phenomena in power networks: the keypoint of energetic distribution security, Annals of the Academy of Romanian Scientists, ISSN 987-606-521-022-6, Vol. 1, nr. 1, Bucureşti, 2010.

MICRO-ONDES
solutions numeriques



ARGUMENT

Le livre est le résultat de l'activité et de l'expérience prodigieuses de l'auteur dans un domaine d'intérêt réel pour l'actualité contemporaine~~s~~, à savoir l'étude de la théorie et des applications des micro-ondes.

A travers la manière d'aborder les problèmes traités, concrètement utiles d'ailleurs dans le processus d'éducation et d'innovation, le livre souligne l'importance des aspects liés à la fourniture de données en stricte conformité avec les phénomènes physiques dans le domaine des micro-ondes. L'auteur démontre la nécessité de ces données et informations dans l'étude et la conception assistée de circuits intégrés hybrides dans toute la gamme des micro-ondes, tels que les antennes et les réseaux d'antennes, les composants des satellites, les interconnexions à haut débit, les filtres, les connecteurs et les circuits intégrés à semi-conducteurs, etc.

Au-delà des aspects théoriques présentés et analysés dans l'ouvrage, une attention particulière est portée aux applications concrètes. A la fin du livre, un chapitre est consacré, principalement, à travers des exemples concrets, à l'initiation et au développement des compétences de calcul des paramètres des distributions de champs électromagnétiques et des circuits micro-ondes.

Le sujet présenté est utile aux spécialistes du domaine de l'utilisation des lignes de transmission micro-ruban à une échelle de plus en plus grande dans la configuration de tous les circuits intégrés hybrides hyperfréquences. De même, l'ouvrage est un guide pratique nécessaire aux étudiants en licence, en master et aux doctorants en raison de l'accent mis par l'auteur sur l'utilisation et le développement des progiciels conçus pour calculer des paramètres des circuits micro-ondes complexes.

Le livre est édité en version bilingue en roumain et en français. La section en roumain présente une approche globale des méthodes de calcul et des solutions proposées, et la section en français est axée sur les méthodes numériques de calcul des paramètres et des circuits hyperfréquences et, de même, sur l'illustration des utilitaires de calcul dont l'utilisateur a accès via les applications disponibles dans le cloud.

Doina BANCIU, professeur d'université, docteur en ingénierie

INTRODUCTION

Le livre vise à apporter une contribution essentielle à l'élucidation de nombreux défis du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban et est la continuation d'une approche similaire [43], publiée il y a quelques années.

En outre, le livre met en évidence une suite de progiciels interactifs conçus pour étudier le comportement dynamique du champ électromagnétique à l'aide de paramètres S dans une ligne micro-ruban blindées (écrantées) et des circuits micro-ondes associés.

Dans le même temps, l'article résume l'expérience de l'auteur accumulée dans le domaine des micro-ondes tout au long de son parcours professionnel. Celui-ci a commencé par des projets et des réalisations pratiques dès les premières années d'études universitaires, lors de la conception des circuits du domaine *des hyperfréquences* à l'aide des paramètres S [44]÷[46], au détriment des paramètres d'admittance (Y), et a été vue avec une certaine prudence par de nombreux spécialistes des années '80.

L'importance des modèles mathématiques rigoureusement élaborés est soulignée par le fait que la conception optimale des dispositifs aux micro-ondes nécessite des informations sur les caractéristiques de propagation du champ électromagnétique et la configuration de tous modes d'onde existantes dans la ligne.

Une série d'ouvrages de spécialité, [1]÷[7], présente l'analyse et le calcul des paramètres des lignes micro-ruban effectués sous l'hypothèse de l'approximation quasi-statique, qui assume que le mode fondamental de propagation de l'onde peut être approché par le mode transversal électromagnétique (TEM). Une telle approche permet d'obtenir des résultats assez précis pour les plus grandes longueurs d'onde du domaine des micro-ondes si la longueur d'onde est considérablement supérieure aux dimensions transversales de la ligne. Pratiquement, l'hypothèse d'approximation quasi-statique peut être acceptée si la fréquence de travail est inférieure à $3\,\text{GHz}$ et si la sous-couche a une permittivité diélectrique relativement faible (d'habitude, inférieure à 6).

Mais les circuits modernes utilisent les lignes micro-ruban aux fréquences supérieures, de l'ordre de centaines de GHz et des sous-couches à permittivité élevée [2], [9], [18]÷[22], [32]÷[59]. Si la fréquence de travail augmente (le cas des ondes centimétriques et millimétriques), l'analyse quasi-statique de la ligne micro-ruban introduit des erreurs importantes. Ce phénomène est la conséquence du caractère dispersif de la ligne micro-ruban (les paramètres varient avec la fréquence) et de l'existence dans la ligne des modes d'onde d'ordre supérieur.

Etant donné que la ligne micro-ruban est une structure non-homogène, qui contient deux milieux diélectriques aux propriétés différentes, le mode de propagation est un mode hybride et il ne peut pas être considéré comme un mode TEM.

L'étude du comportement du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée implique l'accomplissement des objectifs suivants, présentés de manière détaillée dans le cadre de l'ouvrage:

1) étudier la nature réelle des modes de propagation hybrides, respectivement déterminer les composantes du champ électromagnétique pour le mode de propagation fondamental (qui est dominant de point de vue énergétique), déterminer les modes de propagation hybrides d'ordre supérieur et de permettre d'obtenir les informations concernant les caractéristiques de dispersion des paramètres de la ligne;

2) considérer que la ligne micro-ruban est placée à l'intérieur d'une boîte métallique et, ainsi, de prendre en compte les effets de l'écran électrique;

3) tenir compte, par raisons d'ordre pratique, du fait que les dimensions de la boîte-écran sont beaucoup plus grandes par rapport à la profondeur du milieu diélectrique et à la largeur de la ligne métallique placée entre les deux milieux diélectriques;

4) utiliser une méthode suffisamment générale afin d'obtenir des solutions générales, qui peuvent être appliquées aux structures micro-ruban aux non-homogénéités physiques et géométriques encore plus complexes, spécifiques aux résonateurs et coupleurs, aux configurations de type *slotline* et aux guides d'onde coplanaires [6];

5) utiliser des approximations correctes, de telle manière que la précision de calcul soit limitée seulement par la puissance de calcul et des logiciels utilisés; les approximations acceptées en littérature considèrent que les milieux diélectriques dans les structures micro-ruban sont sans pertes et que la conductivité du conducteur est infinie.

La principale difficulté de l'étude du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban est l'accomplissement de tous les objectifs ci-dessus.

Compte tenant des techniques numériques d'approximation qui sont utilisées afin de résoudre les équations aux dérivées partielles, les ouvrages de spécialité [10]÷[22] peuvent être classifiés en deux groupes et placées, d'une certaine manière, aux deux extrémités opposées du domaine connu d'applicabilité aux problèmes de l'électromagnétisme.

Le premier groupe vise les méthodes numériques précédées par des traitements analytiques importants, tandis que le deuxième groupe se caractérise par un traitement analytique extrêmement rudimentaire, toute la difficulté étant passée à la procédure de calcul disponible sur le marché.

Parmi les approches basées sur des traitements analytiques détaillés, la plus connues, suite à leur application en première aux lignes micro-ruban, sont celles de R. Mittra et T. Itoh [11], qui, en modifiant la méthode courante (de résoudre les problèmes Dirichlet et Neumann dans le domaine analysé), visent à déterminer les modes de propagation dans la ligne micro-ruban par l'intermède des équations intégrales et utilisent des séries de fonctions à convergence rapide.

Une approche similaire est présentée par G. I. Zysman et D. Varon [14], qui ont abordé le problème électrodynamique des lignes micro-ruban par l'intermède du système des équations intégrales, transformé en équation matricielle mais, malheureusement, les auteurs des articles [11] et [14] ne fournissent pas des détails sur la procédure utilisée afin de résoudre les systèmes d'équations intégrales.

La méthode la plus couramment utilisée dans les problèmes d'électrodynamique est la méthode de Fourier, où les solutions des équations différentielles du champ électromagnétique sont déterminées sous forme de séries de fonctions adaptées à la structure micro-ruban et les solutions sont approximées par des sommes partielles.

G. I. Veselov, avec une équipe [22], ont présenté dans leur ouvrages les résultats de l'analyse des structures électrodynamiques micro-ruban, sans dévoiler la procédure pour obtenir le système d'équations infini et homogène et la modalité pour trouver sa solution, dans aucun des articles qui ont suivi [22].

Parmi les ouvrages appartenant au deuxième groupe qui visent les techniques numériques il faut remarquer les démarches de P. Daly [13] qui utilise la méthode de l'élément fini et ceux de J. S. Hornsby et A. Gopinath [10], qui utilisent la méthode des différences finies et visent tous les objectifs ci-dessus, mais ils ont la tendance à négliger les objectifs 3 et 4.

Organisé en huit chapitres, l'ouvrage aborde dans une séquence logique, avec les détails appropriés, l'étude rigoureuse du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban et les circuits micro-ondes, et se termine par des exemples d'applications dédiées au calcul des paramètres des circuits micro-ondes.

Les chapitres composant le livre traitent des sujets suivants:

Dans ***le chapitre 1*** **- "Etude du champ électromagnétique de la ligne micro-ruban par la méthode analytique" -** les étapes nécessaires pour déterminer la configuration des modes de propagation hybrides de la ligne de transmission micro-ruban puis la méthode d'adaptation du modèle mathématique choisi pour des structures micro-ruban plus compliquées sont présentées, en choisissant, dans ce sens, les lignes micro-ruban couplées.

Dans ***le chapitre 2*** **- "Étude du champ électromagnétique de la ligne micro-ruban à l'aide de la méthode des différences finies" -** l'analyse du champ électromagnétique à l'aide d'une méthode numérique haute performance est présentée, qui a été utilisée avec succès pour résoudre les problèmes les plus complexes de l'électrodynamique, et qui permet l'approximation des équations de Helmholtz en un nombre fini de points dans le domaine analysé.

Dans ***le chapitre 3*** **- "Paramètres de la ligne micro-ruban" -** les modes de calcul des principaux paramètres de la ligne sont passés en revue, déterminés, d'abord, à l'aide de l'approximation quasi-statique puisà l'aide de l'analyse électrodynamique du champ électromagnétique. Dans le même temps, les amplitudes spécifiques de la propagation du champ dans la ligne micro-ruban sont également définies.

Le chapitre 4 est consacré à la présentation de plusieurs éléments de circuit rencontrés dans la configuration des circuits micro-ondes (inductances, condensateurs, résistances, résonateurs, jonctions et dispositifs d'excitation des lignes de transmission, coupleurs directionnels, diviseurs et additionneurs de puissance), sans, mais, à proposer leur épuisement.

Le chapitre 5, intitulé « **Étude des circuits micro-ondes à l'aide des paramètres S** », vise à proposer une méthode valable dans le domaine des micro-ondes, qui élimine les difficultés liées à l'analyse des multiports à l'aide des paramètres d'impédance et d'admittance.

Au ***chapitre 6*****, "Etude des non-homogénéités des circuits de micro-ondes en utilisant la matrice de dispersion"**, sont posées les bases d'une méthode de calcul de la structure du champ électromagnétique, dans laquelle la diversité et la complexité des modes d'onde et la multitude des inhomogénéités de la ligne de transmission sont prises en compte ce que nécessite la configuration d'un circuit micro-ondes.

Le chapitre 7**, "Package Matlab de programmes de calcul de paramètres du champ électromagnétique et des circuits micro-ondes"**, lance un défi et, en même temps, une invitation adressée notamment aux étudiants en licence, masters et doctorants du domaine à étoffer la suite de programmes qui porte le nom générique de Microwave Solutions, destinés au calcul de certains paramètres de distributions de champs électromagnétiques. Toutes les implémentations des méthodes utilisées ont été réalisées à l'aide de l'environnement de développement intégré Matlab. Le chapitre présente uniquement à titre d'exemple, quelques applications concrètes afin d'illustrer la manière d'utiliser le progiciel, et leur conception sous la forme d'une implémentation modulaire facilite l'intégration future dans le progiciel d'autres composants, circuits et applications micro-ondes.

La présentation d'une bibliographie riche mais en même temps sélective complète l'approche appliquée des solutions proposées aux lecteurs.

*   *
*

Je tiens à remercier la Maison d'édition Technique et la Maison d'édition de l'Académie Roumaine des Scientifiques, composées d'une équipe efficace et professionnelle, avec une mention spéciale pour le soutien et la contribution du Mme Doina Banciu, professeur d'université, docteur en ingénierie et Vice-présidente de l'Académie Roumaine des Scientifiques, qui s'est intéressée à ce travail, a pris l'initiative et a plaidé pour sa rédaction dans une édition bilingue et a accepté l'invitation à le préfacer.

Ma profonde gratitude va aux époux Ursu, respectivement la regrettée mathématicienne Felicia Ursu et le chercheur scientifique et docteur en mathématiques Ioan Ursu, pour avoir compris et validé les approches stimulantes que le champ micro-ondes impose immuablement dès le départ.

Enfin, je tiens à remercier toute ma famille pour sa compréhension et son soutien constants et inconditionnels.

CHAPITRE 1

ETUDE DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE DE LA LIGNE MICRO-RUBAN BLINDÉE EN UTILISANT LA METHODE ELECTRODYNAMIQUE

Ce chapitre présente l'application de la méthode électrodynamique à l'étude du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée, qui permet la vérification des équations de l'électromagnétisme dans la totalité du domaine analysé et l'accomplissement des conditions imposée sur la surface de séparation entre les deux milieux diélectriques et aussi dans la proximité immédiate de l'arête de l'élément conducteur placé entre les deux milieux.

La formulation mathématique de ce problème vise l'accomplissement de tous les objectifs présentés dans le chapitre introductif et considère le parcours de deux étapes principales: la première envisage le passage de l'objet réel au modèle physique et la deuxième s'occupe de la formalisation mathématique du modèle physique choisi.

Ce modèle mathématique, qui nous permet étudier le comportement du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée est un système d'équations linéaires, dont la solution est appuyée sur l'analyse de la structure électrodynamique.

1.1 Equations fondamentales de l'électromagnétisme

Il est possible de déterminer de manière précise la configuration du champ électromagnétique et les paramètres de la ligne micro-ruban blindée et leurs caractéristiques de dispersion, en utilisant l'analyse électrodynamique.

Mais pourquoi cette analyse électrodynamique des phénomènes de la ligne micro-ruban est-elle importante ?

Nous essayons ci-dessous de donner une réponse à cette question, mais d'autres argumentes soutenant l'importance de l'approche seront fournis plus tard, le long du chapitre.

La loi mathématique qui décrit le comportement des systèmes dynamiques, exprimée sous la forme d'un system d'équations différentielles:

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n,$$

est générale pour tout mouvement matériel, quoiqu'il s'agisse du mouvement d'un ressort ou du mouvement d'une navette spatiale. Par conséquence, ce system d'équations est utilisé dans tout problème de vibrations. La nature ondulatoire des micro-ondes impose l'utilisation des équations différentielles de Maxwell afin de déterminer la configuration du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban.

En plus, la nécessité d'élaborer un modèle mathématique, basé sur l'analyse électrodynamique du champ électromagnétique dans la ligne de transmission micro-ruban, est imposée de l'existence dans le modèle physique de la ligne de certaines configurations dont on peut distinguer, en principal:

a) les milieux diélectriques et conducteurs, dont les propriétés électrodynamiques sont distinctes;

b) les singularités représentées par les arêtes du conducteur métallique placé entre les deux milieux électriques.

Les deux aspects cohérents regardant la solution du problème des discontinuités sont:

- de point de vue physique, les arêtes ne sont pas géométriquement parfaites, elles sont lissées;

- de point de vue mathématique, les méthodes d'approximation correspondent exactement à ces « imperfections » géométriques.

Ces discontinuités peuvent déterminer des singularités des solutions des équations différentielles de Maxwell, ce qui peut fournir des valeurs infinies pour l'énergie du champ électromagnétique dans la proximité immédiate du milieu conducteur. Afin de contourner ce genre de problèmes, différentes méthodes d'approximation, convergence et optimisation, spécifiques pour l'analyse des phénomènes électrodynamiques sont utilisées.

* *
*

La distribution du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban symétrique et blindée est déterminée en utilisant les équations d'électromagnétisme, connues dans la littérature de spécialité comme les « équations de Maxwell ». La configuration d'une section transversale, dans le plan *x0y*, de la ligne micro-ruban blindée est présentée sur la figure 1.1.

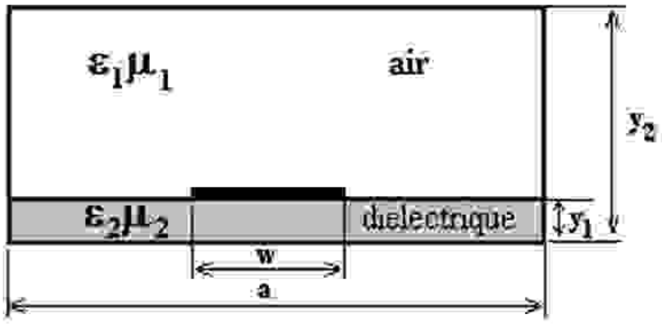


Figure 1.1 Section transversale dans la ligne de transmission micro-ruban blindée.

L'étude d'un milieu diélectrique parfait (linéaire, homogène et isotrope) nous conduit au calcul d'un champ électromagnétique, constitué du vecteur champ électrique $\vec{E}$ et le vecteur champ magnétique $\vec{H}$, fonctions de points et de temps, dont la propagation est étudiée en régime harmonique, c'est-à-dire:

$$\vec{E} = \vec{E}(x,y,z)e^{j\omega t},$$

$$\vec{H} = \vec{H}(x,y,z)e^{j\omega t},$$

où ω est la pulsation. La loi de distribution du champ, dans la section transversale de la ligne micro-ruban blindée, n'est pas une fonction de la variable z. Mais, au contraire, la loi de propagation au long de la ligne micro-ruban est une fonction de z et s'écrit sous la forme d'une onde progressive:

$$f(z) = e^{-\gamma z}. \tag{1.1}$$

Les montants $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont, dans le même temps, vecteurs et amplitudes complexes des champs électrique et magnétique. Ces champs, avec les vecteurs densité de flux électrique $\vec{D}$ et densité de flux magnétique $\vec{B}$, vérifient les équation d'évolution de Maxwell, c'est-à-dire:

- la loi de l'induction,

$$rot\,\vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \tag{1.2a}$$

- la loi d'Ampère,

$$rot\,\vec{H} = \vec{J}_c + \vec{J}_d \tag{1.2b}$$

et les équations de l'état:

-la loi de Gauss pour le champ électrique,

$$div\,\vec{D} = \rho_v \tag{1.2c}$$

- la loi de Gauss pour le champ magnétique,

$$div\,\vec{B} = 0, \tag{1.2d}$$

où:

$\vec{J}_c$ est le vecteur densité de courant de conduction,

$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ est le vecteur densité de courant de déplacement,

ρ_v est l'amplitude complexe de la densité volumique de la charge électrique (valeur scalaire).

L'équation de conservation, nommée aussi l'équation de continuité [27], nous assure la liaison entre $\vec{J}$ et ρ_v; elle s'écrit sous la forme:

$$div\,\vec{J} + \frac{\partial \rho_v}{\partial t} = 0 \tag{1.3}$$

On peut observer que les deux lois de Gauss sont conséquences immédiates des équations (1.2a), (1.2b) et (1.3). Les milieux diélectriques parfaits et magnétiques parfaits vérifient les équations:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \tag{1.4a}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \tag{1.4b}$$

où ε est la permittivité diélectrique du milieu, et μ est sa perméabilité magnétique.

Les milieux conducteurs vérifient la loi d'Ohm, c'est-à-dire:

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E}, \tag{1.5}$$

où σ est la conductivité du milieu.

En vide, les deux quantités ont toujours des valeurs constantes qui valent:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi}\, 10^{-9} \frac{F}{m},$$

$$\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7} \frac{H}{m},$$

et $\varepsilon_0\mu_0 c_0^2$=1, où c_0= $3x10^8$ m/s est la vitesse de la lumière en vide.

Si on applique le rotor à la première équation d'évolution de Maxwell (1.2a), l'équation suivante est obtenue:

$$rot\, rot\, \vec{E} = -\, rot\, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

où, compte tenant de l'équation (1.4b) et de la propriété d'homogénéité de l'opérateur linéaire différentiel, on obtient:

$$rot\, rot\, \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\mu\; rot\, \vec{H} \tag{1.6}$$

Ensuite, en utilisant les équations (1.6) et (1.2b), et compte tenant du fait que, pour les milieux diélectriques, le vecteur densité du courant de déplacement, $\vec{J}_d$ est très grand par rapport au vecteur densité de courant de conduction, $\vec{J}_c$ [27], on obtient:

$$rot\, rot\, \vec{E} = -\,\varepsilon\mu\, \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}. \tag{1.7}$$

Si on utilise la formule de double rotor dans l'équation (1.7), l'équation correspondant au vecteur champ électrique est obtenue:

$$\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \Delta\vec{E} = 0, \tag{1.8a}$$

où $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ est l'opérateur de Laplace exprimé en coordonnées cartésiennes. L'indice δ, introduit afin de différentier les deux milieux présentés sur la figure 1.1, vaut soit 1, quand l'équation (1.8a) décrit le comportement du champ électrique en air, soit 2 quand cette équation décrit le comportement dans le milieu diélectrique placé sous la ligne métallique.

De la même manière, l'équation correspondante au vecteur champ magnétique, respectif:

$$\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \Delta\vec{H} = 0 \tag{1.8b}$$

est obtenue.

La vitesse de propagation des ondes du champ électromagnétique dans la ligne de transmission est calculée en utilisant l'équation:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_{r\delta}\mu_{r\delta}}},$$

où $\varepsilon_{r\delta}$ et $\mu_{r\delta}$ sont la permittivité relative et respectivement la perméabilité relative des milieux.

En régime harmonique, où la dépendance temporelle est donnée par la fonction $e^{i\omega t}$, et compte tenant des équations (1.3), (1.4a), (1.4b) et (1.5), les équations (1.2a)÷(1.2b) deviennent:

$$rot\,\vec{E} + i\omega\mu^{(\delta)}\vec{H} = 0, \tag{1.9a}$$

$$rot\,\vec{H} - i\omega\varepsilon^{(\delta)}\vec{E} = \vec{J}, \tag{1.9b}$$

$$div\,\vec{J} - i\omega\rho = 0, \tag{1.9c}$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}, \tag{1.9d}$$

et les équations (1.8a) et (1.8b) deviennent:

$$\Delta\vec{E} + \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\vec{E} = 0, \tag{1.10a}$$

$$\Delta\vec{H} + \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\vec{H} = 0 \tag{1.10b}$$

Les équations (1.10a) et (1.10b) sont les **équations des ondes** pour les champs électrique et magnétique.

1.2 Les équations Helmholtz

Pour des raisons de symétrie seulement la moitié de la structure présentée sur la figure 1.1 est analysée (le nombre des non-homogénéités étant, lui aussi, réduit à moitié), et l'axe de symétrie est placé dans le milieu de l'élément conducteur (la ligne métallique), où $x=0$ (voir la figure 1.2).

Dans la littérature dédiée au sujet, [22], cette section réduite à moitié est appelée cellule élémentaire. Nous considérons que les planes qui limitent cette section de la ligne micro-ruban blindée sont des murs électriques (à $x=x_2$, $y=0$ et $y=y_2$) et magnétiques (à $x=0$).

L'épaisseur du milieu conducteur situé à la limite de séparation entre les milieux est considérée de valeur nulle; les milieux sont considérés comme ayant des permittivités et perméabilités relatives scalaires.

Nous souhaitons, maintenant, obtenir des équations dont les solutions sont valables pour le domaine 1 mais aussi pour le domaine 2.

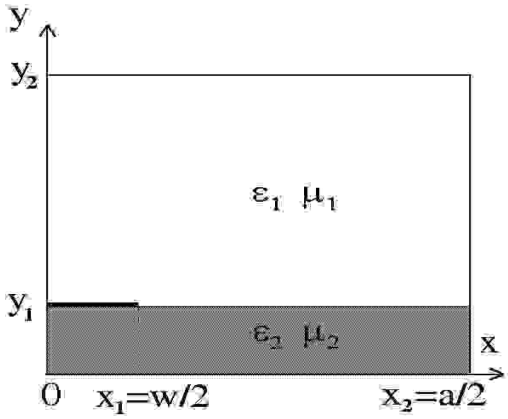


Figure 1.2. La cellule élémentaire de la ligne micro-ruban blindée.

Parce que la propagation des ondes électromagnétiques dans la ligne de transmission est effectuée le long de l'axe z, qui est perpendiculaire sur la section transversale présentée sur la figure 1.2, celle-ci obéit la loi de variation de l'équation (1.1). Par conséquence, on peut considérer les notations symboliques:

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow -\gamma \quad \left(\frac{\partial e^{-\gamma z}}{\partial z} = -\gamma e^{-\gamma z}\right), \tag{1.11}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \rightarrow \gamma^2 \quad \left(\frac{\partial^2 e^{-\gamma z}}{\partial z^2} = \gamma^2 e^{-\gamma z}\right), \tag{1.12}$$

Parce que dans la ligne micro-ruban sans pertes la constante de propagation est pure imaginaire, i.e.:

$$\gamma \cong i\,\beta, \tag{1.13}$$

les équations des ondes pour le camp électrique et magnétique, (1.10a) et (1.10b), deviennent:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} - \beta^2\right)\vec{E} = 0, \tag{1.14a}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \left(\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} - \beta^2\right)\vec{H} = 0. \tag{1.14b}$$

Si les expressions du nombre longitudinal d'onde,

$$k_\delta^2 = \omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \varepsilon \mu^{(\delta)} - \beta^2 = k_0^2 \varepsilon_{r\delta} \mu_{r\delta} - \beta^2, \tag{1.15}$$

et de l'opérateur de Laplace en cordonnées cartésiennes,

$$\Delta_T = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

sont utilisées, les équations suivantes sont obtenues

$$\Delta_T \vec{E} + \mathrm{k}_\delta^2 \vec{E} = 0, \qquad (1.16a)$$

$$\Delta_T \vec{H} + \mathrm{k}_\delta^2 \vec{H} = 0, \qquad (1.16b)$$

qui, chacune, représente une équation de la « membrane élastique » (l'équation bidimensionnelle des ondes). L'appellation réfléchisse la similarité avec l'équation de la membrane en mécanique.

Considérant les équations scalaires pour les composantes axiales des champs électriques et magnétiques, on obtient:

$$\Delta_T E_z + \mathrm{k}_\delta^2 E_z = 0, \qquad (1.17a)$$

$$\Delta_T H_z + \mathrm{k}_\delta^2 H_z = 0. \qquad (1.17b)$$

Les équations (1.17a) et (1.17b) sont connues sous le nom des **équations de Helmholtz**.

Les équations (1.17a) et (1.17b) sont résolues de manière similaire en appliquant la méthode de séparation des variables; pour l'équation (1.17b) la solution est considérée

$$H_z = X(x)Y(y).$$

En remplaçant la solution proposée dans la première équation de Helmholtz, l'équation suivante est obtenue:

$$Y\frac{d^2X}{dx^2} + X\frac{d^2Y}{dy^2} + k_\delta^2 XY = 0$$

d'où, en divisant par XY :

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} + k_\delta^2 = 0$$

Etant donné que $X(x)$ n'est que fonction de x et $Y(y)$ que de y, l'équation ci-dessus implique:

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -k_x^2 \qquad (1.18a)$$

et

$$\frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} = -k_{y\delta}^2, \qquad (1.18b)$$

où k_x et $k_{y\delta}$ sont des valeurs réelles constantes, appelées aussi numéros transversales d'onde. Les grandeur k_x et $k_{y\delta}$ satisfissent:

$$k_x^2 + k_{y\delta}^2 = k_\delta^2.$$

Les solutions générales des équations (1.18a) et (1.18b) sont:

$$X{=}A\ cos\ k_x x + B\ sin\ k_x x,$$

$$Y{=}C\ cos\ k_{y\delta} y + D\ sin\ k_{y\delta} y$$

Les constants A, B, C, D, k_x et $k_{y\delta}$ sont déterminées à partir des conditions imposées sur la frontière.

La deuxième équation Helmholtz, concernant les composantes longitudinales de champ électrique, peut être résolue de manière similaire.

Parce que les équations Helmholtz sont homogènes, c'est-à-dire chaque combinaison linéaire de solutions est, à son tour, une autre solution, il en résulte que les solutions sont déterminées sous la forme d'une série de fonctions propres, qui satisfissent, par membres, les équations (1.17a) et respectivement (1.17b):

$$E_{z\delta}(x,y) = \sum_m A_{\delta m}\ Xe_m(x)\ Ye_{\delta m}(y), \qquad (1.19a)$$

$$H_{z\delta}(x,y) = \sum_m B_{\delta m}\ Xh_m(x)\ Yh_{\delta m}(y), \qquad (1.19b)$$

où

- $A_{\delta m}$ et $B_{\delta m}$ sont des coefficients inconnus, ayant évidement des valeurs différentes par rapport aux constants A et B utilisées dans l'expression de la solution de l'équation (1.18a);
- $Xe_m(x) = cos\, k_{xm}\, x$ et $Xh_m(x) = sin\, k_{xm}\, x$ forment un système de fonctions propres (orthogonales) sur l'intervalle $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$;
- $Ye_{\delta m}(y) = sin[\,k_{y\delta m}(y - b_\delta)]$ et $Yh_{\delta m}(y) = cos[\,k_{y\delta m}(y - b_\delta)]$ forment, aussi, un système de fonctions propres sur l'intervalle $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$;
- $b_1 = 0$ et $b_2 = y_2$, $m \in N^*$; $N^* = N - \{0\}$;
- $k_{xm} = \frac{m\pi}{a}$, $k_{y\delta m}^2 = k_\delta^2 - k_{xm}^2$.

L'affirmation que les solutions des équations Helmholtz sont formées de fonctions propres a été adoptée à partir de la terminologie spécifique au système d'équations, connu en algèbre sous la forme:

$$M\vec{v} - \lambda_i \vec{v} = 0, \qquad (1.20)$$

où l'opérateur M est autoadjoint (ici, une matrice de dimension ($n\times n$), $\vec{v}$ est un vecteur propre de dimension ($n\times 1$), et λ_i sont les valeur paramétriques du système et sont constituées dans un système de valeurs propres ($n, i \in N^*$).

En fait, l'origine du problème (1.20) demeure toujours dans la théorie des équations différentielles: les solutions engendrées par le système linéaire d'équations différentielles:

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n$$

$$. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; .$$

$$\dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n$$

ou:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ . \\ . \\ . \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{pmatrix}, \; M = (a_{ij}),$$

qui peut être considéré comme la forme linéaire de généralité maximale d'une loi mathématique qui décrit le comportement des systèmes dynamiques.

Le fait que la matrice M est autoadjointe (dans le sens où $M^t = \bar{M}$) a, d'une côté, une signification physique (les structures qui obéissent cette loi sont isotropes) et, d'autre côté, de point de vue mathématique, cette condition nous assure que les valeurs propres sont réelles. Du fait que l'opérateur différentiel est, lui aussi, auto-adjoint, les équations Helmholtz (1.17a)÷(1.17b) et le système (1.20) peuvent être mises en correspondance de la manière suivante:

$$M \rightarrow \Delta_t^2, \vec{v} \rightarrow E_z(H_z) \text{ et } \lambda_i \rightarrow -k_\delta^2$$

Le passage entre les grandeurs matricielles et différentielles est possible et naturelle.

Certaines observations liées du fait que les équations Helmholtz posent un problème de valeurs propres sont données ci-dessous:

-les vecteurs propres sont orthogonaux et linéairement indépendants et ils peuvent former des bases orthogonales, et, suivant une normalisation, des bases orthonormées; de cette manière, on facilite la résolution du système intégrale d'équations (la détermination des coefficients inconnus $A_{\delta m}$ et $B_{\delta m}$ comprise), qui résulte par la réunion de toutes les conditions imposées au champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée. Les fonctions propres, qui entrent dans l'expressions des solutions des équations Helmholtz, respectivement $Xe_m(x)$, $Ye_{\delta m}(y)$, $Xh_m(x)$ et $Yh_{\delta m}(y)$, peuvent être développées en séries Fourier en utilisant d'autres fonctions orthogonales qui apparaissent dans la structure du système d'équations intégrales;

- si λ est une valeur propre, le problème non-homogène correspondant $(M-\lambda)\vec{v}=s$, $s \neq 0$, n'a pas, en général, de la solution;

- les phénomènes décrits d'un problème des valeurs propres vérifient la loi de la conservation de l'énergie (le système décrit par l'équation $m\ddot{x}+f\dot{x}+rx=0$ est non-conservatif pour $f \neq 0$, parce que la solution représente une oscillation amortie à l'effet exponentiel du facteur f, ou conservative pour $f=0$) et, par conséquence, les phénomènes sont ondulatoires.

Génériquement parlant, on peut apprécier que les fonctions et les valeurs propres sont communes aux toutes problèmes de vibrations et, comment le domaine des micro-ondes ne cache pas sa nature ondulatoire, cette approche peut être adaptée à la résolution de l'équation (1.17a) ou (1.17b).

1.3 Les expressions des composantes transversales du champ électromagnétique

Les composantes transversales peuvent être déterminées à partir de composantes axiales obtenues en utilisant les solutions (1.19a) et (1.19b), qui sont données par les équations Helmholtz.

Afin d'établir les relations de liaison entre les composantes longitudinales et transversales nous utilisons les équations [27]:

$$\vec{E}=\vec{E}_T+\vec{e}_z E_z \qquad (1.21a)$$

$$\vec{H}=\vec{H}_T+\vec{e}_z H_z \qquad (1.21b$$

où E_T, H_T, sont le vecteur du champ électrique et respectivement le vecteur du champ magnétique transversal, et e_z est le verseur correspondant à la direction de propagation (l'axe z), parallèle à l'axe de la ligne.

On met en évidence les composantes transversales et axiales de l'opérateur ∇ :

$$\nabla = \nabla_T + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

Compte tenant de (1.11) et de (1.13), l'opérateur ∇ peut être mis sous la forme:

$$\nabla = \nabla_T - i\beta \vec{e}_z$$

ce qui, conformément aux équations (1.9a) et (1.9b), permet d'écrire les relations entre les composantes du champ électromagnétique sous la forme:

$$(\nabla_T - i\beta \vec{e}_z) \times (\vec{E}_T + \vec{e}_z E_z) = -i\omega\mu^{(\delta)}(\vec{H}_T + \vec{e}_z H_z)$$
$$(\nabla_T - i\beta \vec{e}_z) \times (\vec{H}_T + \vec{e}_z H_z) = i\omega\varepsilon^{(\delta)}(\vec{E}_T + \vec{e}_z E_z).$$

Les composantes longitudinales et transversales sont séparées:

$$L: \quad (\nabla_T \times \vec{E}_T) = -i\omega\mu^{(\delta)}\vec{e}_z H_z \tag{1.22}$$

$$T: \quad i\beta\vec{e}_z \times \vec{E}_T - \vec{e}_z \times \nabla_T E_z = -i\omega\mu^{(\delta)}\vec{H}_T \tag{1.23}$$

En considérant aussi la solution duale de l'équation (1.23), le système suivant s'obtient:

$$-i\beta\vec{e}_z \times \vec{E}_T + \vec{e}_z \times \nabla_T E_z = i\omega\mu^{(\delta)}\vec{H}_T \tag{1.24}$$

$$-i\beta\vec{e}_z \times \vec{H}_T + \vec{e}_z \times \nabla_T E_z = -i\omega\varepsilon^{(\delta)}\vec{E}_T, \tag{1.25}$$

d'où on peut éliminer $\vec{H}_T$ en multipliant l'équation (1.24), de manière vectorielle, par $i\beta\vec{e}_z$ (à gauche) et l'équation (1.25) par $i\omega\mu$. En conséquence:

$$-\beta^2\vec{e}_z \times (\vec{e}_z \times \vec{E}_T) + i\beta\vec{e}_z \times (\vec{e}_z \times \nabla_T E_z) = -\omega\beta\mu^{(\delta)}(\vec{e}_z \times \vec{H}_T) \tag{1.26}$$

$$-\omega\beta\mu^{(\delta)}(\vec{e}_z \times H_z) + i\omega\mu^{(\delta)}(\vec{e}_z \times \nabla_T H_z) = \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\vec{E}_T \tag{1.27}$$

En sommant les deux équations, (1.26) et (1.27), et en développant les doubles produits vectoriels, on obtient:

$$\beta^2\vec{E}_T - i\beta\nabla_T E_z + i\omega\mu^{(\delta)}(\vec{e}_z \times \nabla_T H_z) - \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)}\vec{E}_T = 0 \tag{1.28}$$

d'où, compte tenant de l'expression du numéro transversale d'onde:

$$\vec{E}_T = -\frac{i\beta}{k_\delta^2}\nabla_T E_z + \frac{i\omega\mu^{(\delta)}}{k_\delta^2}\vec{e}_z \times \nabla_T H_z \tag{1.29}$$

et, respectivement, sa version duale,

$$\vec{H}_T = -\frac{i\beta}{k_\delta^2}\nabla_T H_z + \frac{i\omega\varepsilon^{(\delta)}}{k_\delta^2}\vec{e}_z \times \nabla_T E_z \tag{1.30}$$

Utilisant (1.29) et (1.30), les expressions pour les composantes transversales des champs électrique et magnétique sont obtenues:

$$E_{x\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x} + \omega\mu_0\mu_{r\delta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial y}\right) \tag{1.31a}$$

$$E_{y\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y} - \omega\mu_0\mu_{r\delta}\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x}\right) \tag{1.31b}$$

$$H_{x\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial x} - \omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial y}\right) \tag{1.31c}$$

$$H_{y\delta} = -\frac{i}{k_\delta^2}\left(\beta\frac{\partial H_{z\delta}}{\partial y} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_{r\delta}\frac{\partial E_{z\delta}}{\partial x}\right) \tag{1.31d}$$

Le mode de propagation ayant les deux composantes axiales nulles ($E_z = H_z = 0$), appelé aussi **mode transversal électromagnétique, TEM**, peut exister dans la ligne de transmission, seulement si le numéro d'onde longitudinale k_δ est nul, parce que dans ce cas les expressions des composantes transversales (1.31a)÷(1.31d) apparaissent, en première étape, comme non-détérminées (si le numéro d'onde serait de valeur non-nulle, les composantes transversales deviendront nulles, donc le champ électromagnétique sera annulé).

1.4 Formulation des conditions de modélisation. Espace Hilbert

L'expression exacte du champ électromagnétique dans la ligne réelle micro-ruban symétrique et blindée, qui réfléchit de manière précise les processus physiques ne peut être obtenue qu'en accomplissant les conditions imposées par:

- la vérification des équations de Helmholtz pour les deux domaines (délimités par les deux milieux diélectriques différents);

- l'influence de la surface de séparation entre les deux domaines, de manière à assurer la continuité de composantes tangentielles des champs électrique et magnétique [27];

- l'influence de l'écran électrique (conducteur), ce qui ne permet avoir dans sa proximité que des composantes normales (à la surface du conducteur) du champ électrique et des composants tangentielles (à la surface du conducteur) du champ magnétique; en plus, les deux quantités deviennent, brusquement, nulles à l'intérieur du conducteur [27] (en conclusion, les conditions imposées aux composantes longitudinales des champs magnétique et électrique sur la surface de l'écran électrique sont les suivantes:

$$\frac{\partial H_z}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ et } E_z = 0);$$

- l'influence de l'écran magnétique, situé au plan $x = 0$ (figure 1.2), ce qui ne permet avoir, à sa proximité, que des composantes normales du champ magnétique et des composantes tangentielles du champ électrique [27] (en conclusion, les conditions pour les composantes longitudinales des champs magnétique et électrique sont:

$$\frac{\partial E_z}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ et } H_z = 0;$$

- l'influence de l'arête du conducteur, placée entre les deux domaines analysés.

La solution de ce problème sera trouvée, suivant les conditions de la rigueur électrodynamique, dans la section 1.6, intitulée « Analyse électrodynamique de la ligne micro-ruban blindée en utilisant la méthode des domaines partiels », où les conclusions présentées dans la section 1.5, intitulée « Le modèle Meixner » sont prises en compte.

Le cadre mathématique approprié à la résolution de problèmes d'approximation et convergence qui font l'objet de la satisfaction des conditions imposées au champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée doit être établi.

L'espace Hilbert, qui est, par définition, un espace linéaire, normé et complet, dans lequel la norme est introduite par l'intermède du produit scalaire, est l'instrument mathématique approprié permettant d'élaborer l'étude du champ électromagnétique en utilisant la méthode analytique.

Dans l'espace Hilbert des fonctions continuées et de carré sommable, la convergence, une notion fondamentalement « dynamique », est, à la fois, plus simple et plus « esthétique », chose qui peut être de manière intuitive exemplifiée en prenant un vecteur dans l'ensemble $\boldsymbol{R^n}$, par une combinaison linéaire de verseurs d'un système orthonormé.

La norme, qui peut être considérée comme l'entité qui exprime la « distance » en mathématiques et qui introduit le concept fondamental de l'analyse mathématique, la convergence, est définie, en utilisant le produit scalaire, de la manière suivante:

$$\|f\|^2 = (f,f) = \int_\alpha^\beta |f(t)|^2 dt < \infty \qquad (1.32)$$

L'ensemble $L_\Gamma^2[\alpha, \beta]$ est organisé comme espace Hilbert sur le corps $\Gamma = R, C$ (l'ensemble de nombres réels ou complexes), par rapport aux opérations d'addition des deux fonctions et de multiplication d'une fonction par un scalaire. Ainsi:

$$L_\Gamma^2[\alpha,\beta] = \{f | f:[\alpha,\beta] \rightarrow \Gamma,\ (\exists)\|f\|^2 = \int_\alpha^\beta |f(t)|^2 dt < \infty\}$$

Afin de décrire le champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban, on utilisera l'axiome-prémisse suivante [27]:

- pour qu'un champ, noté par $\Phi(P,t)$, fonction du point $P(x,y,z)$ et de temps, soit une onde, éventuellement solution des équations d'Helmholtz, il faut que le carré de son intensité, $|\Phi(P,t)|^2$, ait une signification physique; cette fonction se représente dans le domaine des micro-ondes sous la forme d'une densité d'énergie; et, comment toute l'énergie dans un domaine fini V est finie, il en résulte que:

$$\int_V |\Phi(\mathrm{P,t})|^2\, dv < \infty, \qquad (1.33)$$

donc $\Phi(P,t)$ appartient à l'ensemble $L_\Gamma^2[\alpha, \beta]$.

1.5 Modèle du Meixner

Le comportement du champ électromagnétique dans la proximité de l'arête du conducteur est analysé, conformément au modèle choisi, attribué par la littérature de spécialité à Meixner ([11], [22] et [28] et figure 1.3). La géométrie de la figure 1.3, qui met en évidence le domaine situé dans la proximité du conducteur présenté sur la figure 1.2, placé entre les milieux diélectriques, a été adopté par Meixner afin de réaliser l'analyse du champ électromagnétique à l'aide des équations de Maxwell en système cylindrique de coordonnées.

Le modèle Meixner est différent par rapport à la cellule élémentaire de la ligne micro-ruban blindée qui est composée de deux milieux diélectriques distinctes, soumettant à l'analyse trois milieux dont les caractéristiques diélectriques et magnétiques sont distinctes, (ε_1, μ_1; ε_2, μ_2 et ε_3, μ_3). Les angles, φ_1, φ_2 et φ_3 sont mesurés en sens trigonométrique.

Dans tout domaine fini V suivant la relation (1.33), l'énergie du champ électromagnétique est finie, respectant la relation:

$$\int_V \left(\varepsilon^{(\delta)}|E|^2 + \mu^{(\delta)}|H|^2\right) dv < \infty, \tag{1.34}$$

où l'indice $\delta = 1 \div 3$ dénote les trois milieux diélectriques sur la figure 1.3.

A la proximité de l'arête (le point M sur la figure 1.3) on postule que la valeur de l'intégrale (1.34) doit tendre à zéro. L'élément volumique dans l'intégrale (1.34), exprimé en coordonnées locales cylindriques, vaut $\rho\, d\rho\, d\varphi\, dz$.

On peut observer, à partir de la même condition (1.34), qu'à la proximité de l'arête du conducteur aucune composante du champ électrique ou magnétique ne peut pas augmenter plus vite que $\rho^{-1+\tau}$ (pour $\tau > 0$), pour $\rho \to 0$. Par exemple, si $\tau \leq 0$, la situation sera inacceptable parce que l'énergie du volume V qui tend vers 0 sera infinie.

Les équations de Maxwell (1.9a) et (1.9b), écrites dans le système de coordonnées cylindriques locales ont la forme:

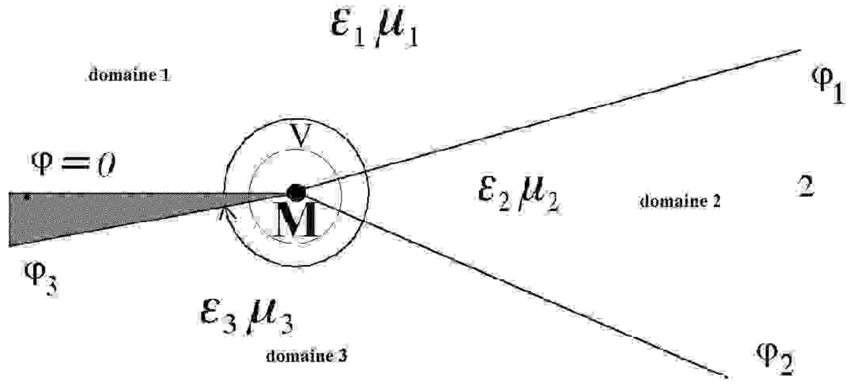


Fig. 1.3 Le modèle Meixner pour déterminer l'ordre maximal des singularités des solutions du système formé par les équations (1.35a) et (1.35b).

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = i\omega\mu^{(\delta)} H_\rho \tag{1.35a}$$

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = i\omega\mu^{(\delta)} H_\varphi \tag{1.35b}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\rho E_\varphi - \frac{1}{\rho}\frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} = i\omega\mu^{(\delta)} H_z \tag{1.35c}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)} E_\rho \tag{1.35d}$$

$$\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)} E_\varphi \tag{1.35e}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\rho H_\varphi - \frac{1}{\rho}\frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)} E_z \tag{1.35f}$$

Les solutions du système (1.35a)÷(1.35f), déterminées pour les domaines angulaires 1, 2 et 3 (voir la figure 1.3), peuvent être représentées sous forme de séries qui ont la propriété qu'aucune composante des champs électrique et magnétique ne peut pas augmenter plus vite que $\rho^{-1+\tau}$ (pour $\tau > 0$), pour $\rho \to 0$ [28]:

$$E_\rho^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[a_0^{(\delta)} + a_1^{(\delta)}\rho + a_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k a_k^{(\delta)}\rho^k \tag{1.36a}$$

$$E_\varphi^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[b_0^{(\delta)} + b_1^{(\delta)}\rho + b_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k b_k^{(\delta)}\rho^k \tag{1.36b}$$

$$E_z^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[c_0^{(\delta)} + c_1^{(\delta)}\rho + c_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k c_k^{(\delta)}\rho^k \tag{1.36c}$$

$$H_\rho^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[A_0^{(\delta)} + A_1^{(\delta)}\rho + A_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k A_k^{(\delta)}\rho^k \tag{1.37a}$$

$$H_\varphi^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[B_0^{(\delta)} + B_1^{(\delta)}\rho + B_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k B_k^{(\delta)}\rho^k \tag{1.37b}$$

$$H_z^{(\delta)} = \rho^{-1+\tau}[C_0^{(\delta)} + C_1^{(\delta)}\rho + C_2^{(\delta)}\rho^2 + ...] = \rho^{-1+\tau}\sum_k C_k^{(\delta)}\rho^k \tag{1.37c}$$

Les coefficients $a_k^{(\delta)}$, $b_k^{(\delta)}$, $c_k^{(\delta)}$, $A_k^{(\delta)}$, $B_k^{(\delta)}$ et $C_k^{(\delta)}$ sont fonctions des coordonnées φ et z.

En remplaçant les solutions proposées (1.36a)÷(1.36c) et (1.37a)÷(1.37c) dans le système d'équations (1.35a)÷(1.35f) et en identifiant ensuite les coefficients correspondants aux puissances de ρ, nous obtenons (condition suffisante mais pas nécessaire) un ensemble d'équations qui sera présenté ci-dessous.

De cette manière on envisage obtenir **la valeur minimale positive de τ, qui va décider la limite supérieure de l'ordre de singularité des composantes du champ électromagnétique**. Conformément à la méthodologie présentée, l'équation (1.35a) s'écrit:

$$\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial c_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \rho\frac{\partial c_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \ldots\right)\right] - \left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial z} + \rho\frac{\partial b_1^{(\delta)}}{\partial z} + \ldots\right)\right] =$$
$$= i\omega\mu^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(A_0^{(\delta)} + \rho A_1^{(\delta)} + \ldots\right)\right] \tag{1.38}$$

Par l'identification des coefficients correspondants aux puissances de ρ égales nous obtenons (condition suffisante mais pas nécessaire):

- pour les coefficients de $\rho^{-2+\tau}$:

$$\frac{\partial c_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0;$$

- pour les coefficients de $\rho^{-1+\tau}$

$$\frac{\partial c_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial z} = i\omega\mu^{(\delta)} A_0^{(\delta)};$$

- pour les coefficients de ρ^{τ}:

$$\frac{\partial c_2^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial b_1^{(\delta)}}{\partial z} = i\omega\mu^{(\delta)} A_1^{(\delta)}$$

etc.

La troisième équation du système (1.35) peut être traitée de la manière suivante:

$$\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial z} + \rho\frac{\partial a_1^{(\delta)}}{\partial z} + \ldots\right) - \left[(-1+\tau)\rho^{-2+\tau} c_0^{(\delta)} + \tau\rho^{-1+\tau} c_1^{(\delta)} + \ldots\right] = \\ = i\omega\mu^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(B_0^{(\delta)} + \rho B_1^{(\delta)} + \ldots\right)\right] \qquad (1.39)$$

et, par identification, nous obtenons:

- pour les coefficients de $\rho^{-2+\tau}$:

$$(-1+\tau) c_0^{(\delta)} = 0\,;$$

- pour les coefficients de $\rho^{-1+\tau}$:

$$(\tau+1) b_1^{(\delta)} - \frac{\partial a_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} = i\omega\mu^{(\delta)} C_1^{(\delta)}$$

etc.

Egalement, pour la quatrième équation du système (1.35) nous obtenons:

$$\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\tau b_0^{(\delta)} + (\tau+1)b_1^{(\delta)}\rho + \ldots\right)\right] - \frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \rho\frac{\partial a_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \ldots\right)\right] =$$
$$= i\omega\mu^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(C_0^{(\delta)} + \rho C_1^{(\delta)} + \ldots\right)\right], \tag{1.40}$$

et, par identification:

- pour les coefficients de $\rho^{-2+\tau}$:

$$\rho^{-2+\tau}\tau b_0^{(\delta)} - \frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0$$

- pour les coefficients de $\rho^{-1+\tau}$:

$$(\tau+1)b_1^{(\delta)} - \frac{\partial a_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} = i\omega\mu^{(\delta)}C_1^{(\delta)}$$

etc.

De la même manière, la cinquième équation (1.35) s'écrit:

$$\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial C_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \rho\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \ldots\right)\right] - \left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial B_0^{(\delta)}}{\partial z} + \rho\frac{\partial B_1^{(\delta)}}{\partial z} + \ldots\right)\right] =$$
$$= -i\omega\varepsilon^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(a_0^{(\delta)} + \rho a_1^{(\delta)} + \ldots\right)\right], \tag{1.41}$$

et, par identification:

- pour les coefficients de $\rho^{-2+\tau}$:

$$\frac{\partial C_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0;$$

- pour les coefficients de $\rho^{-1+\tau}$:

$$\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_0^{(\delta)}}{\partial z} = -\,i\omega\varepsilon^{(\delta)}a_0^{(\delta)}$$

- pour les coefficients de ρ^{τ}:

$$\frac{\partial C_2^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_1^{(\delta)}}{\partial z} = -\,i\omega\varepsilon^{(\delta)}a_1^{(\delta)}$$

etc.

De la même manière, la cinquième équation (1.35) s'écrit:

$$\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial z}+\rho\frac{\partial A_1^{(\delta)}}{\partial z}+\ldots\right)-\left[(-1+\tau)\rho^{-2+\tau}C_0^{(\delta)}+\tau\rho^{-1+\tau}C_1^{(\delta)}+\ldots\right]=$$
$$=-i\omega\varepsilon^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(b_0^{(\delta)}+\rho b_1^{(\delta)}+\ldots\right)\right] \qquad (1.42)$$

Par identification de coefficients:

- pour les coefficients de $\rho^{-2+\tau}$:

$$(-1+\tau)C_0^{(\delta)}=0;$$

- pour les coefficients de $\rho^{-1+\tau}$:

$$\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial\varphi}-\tau C_1^{(\delta)}=-\,i\omega\varepsilon^{(\delta)}b_0^{(\delta)}$$

etc.

Enfin, la dernière équation du système (1.35) peut être écrite:

$$\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\tau B_0^{(\delta)}+(\tau+1)B_1^{(\delta)}\rho+\ldots\right)\right]-\frac{1}{\rho}\left[\rho^{-1+\tau}\left(\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial\varphi}+\rho\frac{\partial A_1^{(\chi)}}{\partial\varphi}+\ldots\right)\right]=$$
$$=-i\omega\varepsilon^{(\delta)}\left[\rho^{-1+\tau}\left(c_0^{(\delta)}+\rho c_1^{(\delta)}+\ldots\right)\right], \qquad (1.43)$$

ce qui fournit, par identification:

- pour les coefficients de $\rho^{-2+\tau}$:

$$\tau B_0^{(\delta)}-\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial\varphi}=0;$$

- pour les coefficients de $\rho^{-1+\tau}$:

$$(\tau+1)B_1^{(\delta)}-\frac{\partial A_1^{(\delta)}}{\partial\varphi}=-i\omega\varepsilon^{(\delta)}c_1^{(\delta)}$$

etc.

Utilisant les relations résultées par l’identification de coefficients, les équations suivantes sont retenues:

$$(-1+\tau)c_0^{(\delta)}=0 \qquad (1.44a)$$

$$\frac{\partial c_1^{(\delta)}}{\partial\varphi}-\frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial z}=i\omega\mu^{(\delta)}A_0^{(\delta)} \qquad (1.44b)$$

$$\frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial z} - \tau c_1^{(\delta)} = i\omega\mu^{(\delta)} B_0^{(\delta)} \tag{1.44c}$$

$$\tau b_0^{(\delta)} - \frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0 \tag{1.44d}$$

$$(-1+\tau) C_0^{(\delta)} = 0 \tag{1.45a}$$

$$\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \mathrm{B}_0^{(\delta)}}{\partial \mathrm{z}} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)} a_0^{(\delta)} \tag{1.45b}$$

$$\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial z} - \tau C_1^{(\delta)} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)} b_0^{(\delta)} \tag{1.45c}$$

$$\tau B_0^{(\delta)} - \frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0 \tag{1.45d}$$

Les relations (1.44a) et (1.45a) impliquent:

$$\tau = 1 \text{ ou } c_0^{(\delta)} = C_0^{(\delta)} = 0$$

En particularisant les solutions (1.36c) et (1.37c) pour $\tau = 1$ ou $c_0^{(\delta)} = C_0^{(\delta)} = 0$ nous pouvons démontrer qu'à la proximité de l'arête du conducteur les composantes longitudinales du champ électromagnétique n'admettent pas de singularités et sont finies.

Les équations (1.45b), (1.45c) et (1.45d) sont soumises aux transformation, de la manière suivante: la première est multipliée par τ , la deuxième est différentiée par rapport à φ, et la dernière est différentiée par rapport à z. Donc:

$$\tau\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} - \tau\frac{\partial B_0^{(\delta)}}{\partial z} = -i\omega\tau\varepsilon^{(\delta)} a_0^{(\delta)},$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial z} - \tau\frac{\partial C_1^{(\delta)}}{\partial \varphi} = -i\omega\varepsilon^{(\delta)}\frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial \varphi},$$

$$\tau\frac{\partial B_0^{(\delta)}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial A_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} = 0.$$

Si dans la dernière équation l'ordre de différentiation est inversée pour le terme qui contient le coefficient $A_0^{(\delta)}$ et ensuite elle est sommée avec les deux autres équations, pour $\omega \neq 0$, l'équation suivante peut être écrite:

$$\frac{\partial b_0^{(\delta)}}{\partial \varphi} + \tau a_0^{(\delta)} = 0 \tag{1.46}$$

En substituant la quantité $b_0^{(\delta)}$ de l'équation (1.46) par son expression de l'équation (1.44d) l'équation différentielle suivante est obtenue:

$$\frac{\partial^2 a_0^{(\delta)}}{\partial \varphi^2} + \tau^2 a_0^{(\delta)} = 0, \tag{1.47}$$

dont la solution générale est:

$$a_0^{(\delta)} = p^{(\delta)} \sin \tau\varphi + q^{(\delta)} \cos \tau\varphi \tag{1.48}$$

Procédant de la même manière avec les équations duales, l'équation différentielle suivante est obtenue:

$$\frac{\partial^2 A_0^{(\delta)}}{\partial \varphi^2} + \tau^2 A_0^{(\delta)} = 0, \tag{1.49}$$

qui a la solution générale:

$$A_0^{(\delta)} = P^{(\delta)} \sin \tau\varphi + \ Q^{(\delta)} \cos \tau\varphi \tag{1.50}$$

Introduisant les solutions de (1.48) et (1.50) dans (1.44d) et (1.45d), pour $\tau > 0$ résulte:

$$b_0^{(\delta)} = p^{(\delta)} \cos \tau\varphi - q^{(\delta)} \sin \tau\varphi, \tag{1.51}$$

$$B_0^{(\delta)} = P^{(\delta)} \cos \tau\varphi - \ Q^{(\delta)} \sin \tau\varphi \ . \tag{1.52}$$

L'équation (1.44c) implique:

$$c_1^{(\delta)} = \frac{\partial a_0^{(\delta)}}{\tau \partial z} - \frac{1}{\tau} i\omega\mu^{(\delta)} B_0^{(\delta)}, \tag{1.53}$$

En remplaçant les valeurs de $a_0^{(\delta)}$ et $B_0^{(\delta)}$ conformément aux solutions de (1.48) et (1.52), on obtient:

$$c_1^{(\delta)} = \frac{1}{\tau}\left[\frac{\partial p^{(\delta)}}{\partial z} \sin \tau\varphi \quad + \frac{\partial q^{(\delta)}}{\partial z} \cos \tau\varphi\right] -$$

$$- \frac{1}{\tau} i\omega\mu^{(\delta)} \left[P^{(\delta)} \cos \tau\varphi - \ Q^{(\delta)} \sin \tau\varphi \ \right] \tag{1.54}$$

De manière analogue, l'équation correspondante au coefficient $C_1^{(\delta)}$, est obtenue:

$$C_1^{(\delta)} = \frac{1}{\tau}\left[\frac{\partial P^{(\delta)}}{\partial z}\sin\tau\varphi + \frac{\partial Q^{(\delta)}}{\partial z}\cos\tau\varphi\right]$$

$$+\frac{1}{\tau} i\varepsilon\mu^{(\delta)}\left[p^{(\delta)}\cos\tau\varphi - q^{(\delta)}\sin\tau\varphi\right] \qquad (1.55)$$

Parce que l'indice δ a les valeur 1, 2 et 3, qui correspondent aux milieux diélectriques montrés sur la figure 1.3, les équations (1.48), (1.50)÷(1.52), (1.54) et (1.55) nous conduisent aux 18 équations et 30 coefficients inconnus:

$$\left\{a_0^{(\delta)}, b_0^{(\delta)}, c_1^{(\delta)}, A_0^{(\delta)}, B_0^{(\delta)}, C_1^{(\delta)}, p^{(\delta)}, q^{(\delta)}, P^{(\delta)}, Q^{(\delta)}\right\},\ \delta = 1 \div 3.$$

Les autres équations nécessaires à la résolution du système sont obtenues en particularisant les équations pour $\varphi=0$, $\varphi=\varphi_1$, $\varphi=\varphi_2$ et $\varphi=\varphi_3$ (compte tenant du fait que sur les arêtes du conducteur, pour $\varphi=0$ et $\varphi=\varphi_3$, les composantes tangentielles du champ électrique sont nulles mais aussi de la continuité des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique pour $\varphi=\varphi_1$ et $\varphi=\varphi_2$, à la surface de séparation de deux milieux diélectriques).

En cherchant la solution non-triviale du système et en éliminant successivement les valeurs inconnues, la condition de compatibilité du système est accomplie si l'une des relations suivantes est respectée [28]:

$$1)\ a_0^{(\delta)} = b_0^{(\delta)} = c_0^{(\delta)} = C_0^{(\delta)} = 0;\ \ \delta = 1 \div 3 \qquad (1.56a)$$

$$F_\mu(\tau) = 0, \qquad (1.56b)$$

où:

$$F_\mu(\tau) = \left(1 - \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}\right)\left[\sin\tau\varphi_2 \sin\tau(\varphi_3 - \varphi_2) - \left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r3}}\right)\cos\tau\varphi_2 \cos\tau(\varphi_3 - \varphi_2)\right] -$$
$$- \left[\tan\tau\varphi_1 + \left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}\right)\cot\tau\varphi_1\right]\left[\cos\tau\varphi_2 \sin\tau(\varphi_3 - \varphi_2) -\right.$$
$$\left. - \left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r3}}\right)\sin\tau\varphi_2 \cos\tau(\varphi_3 - \varphi_2)\right] \qquad (1.56c)$$

$$2)\ A_0^{(\delta)} = B_0^{(\delta)} = C_0^{(\delta)} = c_0^{(\delta)} = 0;\ \ \delta = 1 \div 3, \qquad (1.57a)$$

$$F_\mu(\tau) = 0, \qquad (1.57b)$$

où:

$$F_\varepsilon(\tau) = \left(1 - \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\right)\left[\cos\tau\varphi_2 \cos\tau(\varphi_3 - \varphi_2) - \left(\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r3}}\right)\sin\tau\varphi_2 \sin\tau(\varphi_3 - \varphi_2)\right] -$$
$$- \left[\cot\tau\varphi_1 + \left(\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\right)\tan\tau\varphi_1\right]\left[\sin\tau\varphi_2 \cos\tau(\varphi_3 - \varphi_2) +\right.$$
$$\left. + \left(\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r3}}\right)\cos\tau\varphi_2 \sin\tau(\varphi_3 - \varphi_2)\right] \qquad (1.57c)$$

Regardant ces deux conditions, les conclusions suivantes peuvent être exprimées:

a) parce qu'on souhaite déterminer l'ordre maximal de la singularité du champ électromagnétique à la proximité de l'arête du conducteur, la solution positive minimale des équations (1.56c) et (1.57c) sera déterminée;

b) si la condition 1 est accomplie, en introduisant les relations (1.56a) dans les solutions de (1.36) et (1.37) on obtient:

$$H_t = O\ (\rho^{-1+\tau}), \qquad (1.58a)$$

$$H_z,\ E = O\ (\rho^{\tau}),\ \text{pour}\ \rho \to 0 \qquad (1.58b)$$

La notation mathématique $O(\cdot)$ a le sens suivant: $f(x) = O(g(x))$, pour $x \to x_0$, si la fonction $f(x)$ n'augmente pas plus vite que la fonction $g(x)$, pour $x \to x_0$, c'est-à-dire: pour une constante $A > 0$, $|f(x)| \leq A|g(x)|$, pour $x \to x_0$.

Parce que $\tau > 0$, il est évident que les composantes tangentielles du champ magnétique, exprimées par l'équation (1.58a), peuvent avoir des singularités à la proximité de l'arête du conducteur.

De manière analogue, si la condition 2 est accomplie, l'utilisation des relations (1.57a), (1.36) et (1.37) conduit à:

$$E_t = O\ (\rho^{-1+\tau}), \qquad (1.59a)$$

$$E_z,\ H = O\ (\rho^{\tau}),\ \text{pour}\ \rho \to 0, \qquad (1.59b)$$

Et les composantes tangentielles du champ électrique peuvent avoir des singularités à la proximité de la marge du conducteur;

c) à la proximité de l'arête du conducteur une superposition des champs magnétique et électrique se produit.

Le tableau 1.1 présente les conditions à la proximité de l'arête du conducteur pour la structure montrée sur la figure 1.3.

Tableau 1.1

groupe de conditions	ordre de singularité des champs magnétique et électrique			
	E_t	H_t	E_z, H_z	
A	$O(\rho^{\tau})$	$O(\rho^{-1+\tau})$	$O(\rho^{\tau})$	$F_{\mu}(\tau) = 0$
B	$O(\rho^{-1+\tau})$	$O(\rho^{\tau})$	$O(\rho^{\tau})$	$F_{\mu}(\varepsilon) = 0$

Etant donné qu'on envisage la transformation du modèle Meixner de la figure 1.3 en un modèle qui est le plus proche possible de la configuration réelle de la ligne micro-ruban, l'équation caractéristique (1.56c) se particularise ainsi:

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2},\ \varphi_2 = \pi,\ \varphi_3 = 2\pi,\ \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = 1,\ \varepsilon_3 > 1 \text{ et } \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Les angles φ_1, φ_2 et φ_3 sont mesurés en sens trigonométrique.

Dans ces conditions, l'équation caractéristique (1.56c) dévient:

$$\left(\tan\frac{\tau\pi}{2} + \cot\frac{\tau\pi}{2}\right)(\cos\tau\pi\sin\tau\pi + \sin\tau\pi\cos\tau\pi) = 0$$

où

$$\left(\tan\frac{\tau\pi}{2} + \cot\frac{\tau\pi}{2}\right) 2\cos\tau\pi\sin\tau\pi = 0$$

Parce que dans l'équation ci-dessus la somme entre parenthèses est différente de 0, la relation suivante sera valable pour toute valeur de τ ($\tau > 0$):

$$2\cos\tau\pi\sin\tau\pi = 0,$$

qui est équivalente à:

$$\cos\tau\pi = 0,\ \tau_k = \frac{1}{2} + k$$

où:

$$\sin\tau\pi = 0,\ \tau_t = t,\ k, t \in Z.$$

Parce qu'il faut déterminer l'ordre maximal de la singularité des solutions d'équations de Maxwell (1.36a)÷(1.36c) et (1.37a)÷(1.37c), il suffit de déterminer la solution minimale positive. Celle-ci est obtenue pour $k = 0$ et vaut $\tau_0 = \frac{1}{2}$.

1.6 Méthode des domaines partiaux

La méthode des domaines partiaux est de plus en plus utilisée afin de résoudre plusieurs problèmes d'électrodynamique. Cette méthode permet d'utiliser des algorithmes efficients de calcul du champ électromagnétique, qui tiennent compte de l'influence des non-homogénéités géométriques ou des caractéristiques de dispersion. Si à la limite de séparation des deux milieux le champ électromagnétique présente des particularités, la convergence de la série d'approximations, offerte par la méthode de calcul, s'affaiblit de manière considérable.

La valeur pratique de tout algorithme de calcul est déterminée par ses caractéristiques: la vitesse de convergence de la solution choisie, la précision atteinte, la stabilité, la quantité requise de mémoire pour effectuer le calcul. Ces caractéristiques dépendent, en première instance, du type des fonctions propres utilisées pour l'approximation des solutions des équations Maxwell.

Pour une configuration particulière du champ électromagnétique, une amélioration de la convergence et de la stabilité est possible si une décomposition des composantes des champs électrique et magnétique à la limite de séparation des domaines est effectuée, en utilisant des systèmes de fonctions qui forment des baes orthogonales, $\{\varphi_n\}$ et $\{\psi_n\}$. Pour construire ces fonctions, les fonctions Bessel d'ordre 1/2 [22], le polynômes et les fonctions Tchebychev [23], les polynômes de Gegenbauer [22], les systèmes des fonctions orthogonales $\left\{\frac{cos\,(n\pi u)}{\sqrt{1-u^2}}\right\}$ et $\left\{\frac{sin(n\pi u)}{\sqrt{1-u^2}}\right\}$ [22] etc. peuvent être utilisées.

Pour l'efficacité des algorithmes de calcul, il est nécessaire que les systèmes des fonctions orthogonales choisies pour la décomposition des composantes des champs électrique et magnétique à la limite de séparation entre domaines:

1) satisfont les conditions Meixner à la proximité extérieure de l'arête, donc pour l'un des deux bouts de l'intervalle qui contient la limite de séparation des domaines;

2) satisfont les conditions à la limite à l'autre bout de l'intervalle pour les fonctions choisies et pour leur première dérivée; au même point il est nécessaire de satisfaire aussi « la concordance des bases », au sens de vérification des équations de Maxwell;

3) sont bien adaptées sur l'ensemble de l'interface qui sépare les deux domaines (afin d'augmenter la stabilité de l'algorithme).

Parce que plusieurs versions du système de fonctions orthogonales satisfaisant les conditions ci-dessus sont possibles, le problème d'un choix optimal tout en respectant les critères de stabilité et de la vitesse rapide de convergence devient cruciale. Afin d'élaborer les critères de sélection de bases, une situation particulière sera analysée. La limite de séparation entre les domaines 1 et 2 (voir la figure 1.4) coïncide à l'axe x; à la proximité de l'arête, là où le champ électromagnétique a un comportement particulière, est placée l'origine des axes ($x=0$, $y=0$), et un mur électrique est placé dans le plan $x=1$.

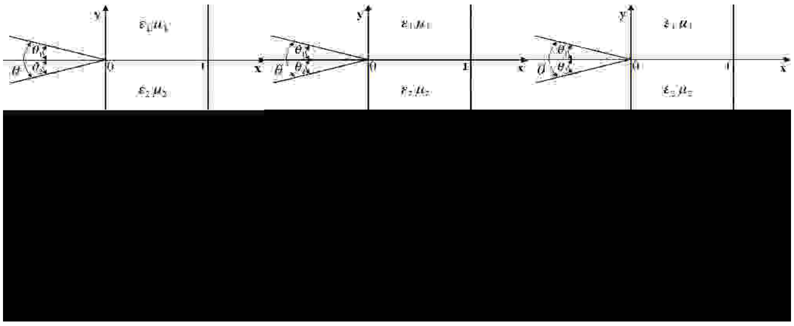


Figura 1.4. Modèle adapté à l'utilisation des systèmes de fonctions orthogonales à la surface de séparation entre les domaines 1 et 2.

Conformément aux ceux présentés au final de la section "Modèle Meixner", au point $x=0$ il est nécessaire de satisfaire la condition (cette fois écrite en coordonnées cartésiennes et adaptée à la configuration présentée sur la figure 1.4):

$$\{\varphi_n\}, \{\psi_n\} = O\,(x^{\alpha_0}), \text{ pour } x \to 0,$$

où:
- $\alpha_0 = -1 + \tau_0$ pour les composantes du champ électromagnétique, tangentielles à la surface de séparation de milieux (E_x, E_y, H_x et H_y);
- $\alpha_0 = \tau_0$ pour les composantes longitudinales (E_z et H_z) du champ électromagnétique;
- τ_0 est la solution positive minimale des équations caractéristiques transcendantes (1.56c) ou (1.57c).

Si la valeur de τ_0, déterminée dans la section 1.5 ($\tau_0 = 1/2$) est prise en compte, il en résulte qu'à la proximité de l'arête, là où $x = 0$ (voir la figure 1.4), les composantes du champ électrique ont les représentations asymptotiques suivantes:

$$E_x \sim \frac{1}{\sqrt{x}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n, \qquad (1.60a)$$

$$E_z \sim \sqrt{x} \sum_{n=0}^{\infty} B_n x^n, \qquad (1.60b)$$

où A_n et B_n sont des coefficients inconnus. Des relations similaires à (1.60a) et (1.60b) peuvent être écrites aussi pour les composantes du champ magnétique.

Si on considère les conditions à la limite pour le deuxième bout de l'intervalle ($x = 1$, voir la figure 1.4), après la vérification de l'orthogonalité du système choisi de fonctions et de la façon d'accomplissement des conditions imposées, on en déduit que, pour approximer les composantes du champ électromagnétique à la proximité de l'arête extérieure et à la surface de séparation de deux milieux, les expressions suivantes peuvent être utilisées:

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}} T_{2n}\big(u(x)\big) \tag{1.61}$$

$$\psi_n(x) = U_{2n}\big(u(x)\big), \tag{1.62}$$

où:

$T_{2n} = \cos(2n \arccos u)$ sont les polynômes de Tchebychev d'espèce I et ordre 2;

$U_{2n} = \sin(2n \arccos u)$ sont les fonctions de Tchebychev d'espèce II et ordre 2;

$u(x) = 1 - x.$

Si, en dehors de la solution minimale positive des équations caractéristiques, les autres valeurs sont prises en compte, c'est-à-dire τ_n ($\tau_n = \frac{1}{2} + n,\ n \in N$), alors on peut déterminer le système de fonctions choisi afin de décomposer les composantes des champs électrique et magnétiques qui converge de façon plus rapide.

Les approximations données par (1.60a) et (1.60b) sont comparées aux autres systèmes de fonctions [22], par exemple:

$$\left\{J_{-\frac{1}{2}}(\lambda_n x)\right\};\ \left\{J_{\frac{1}{2}}(\gamma_n x)\right\};\ \left\{\frac{cos\,(n\pi u)}{\sqrt{1-u^2}}\right\};\ \left\{\frac{sin(n\pi u)}{\sqrt{1-u^2}}\right\},$$

où les premières deux quantités sont des systèmes orthogonales formés par la paire de solutions linéaires et indépendantes de l'équation Bessel d'ordre 2; ces solutions s'appellent les fonctions de Bessel de première espèce et d'ordre $1/2$; les dernières deux systèmes, formés par des fonctions trigonométriques orthogonales qui correspondent, en plus faibles mesure aux décompositions présentées dans (1.60a) et (1.60b), même s'ils satisfont la condition imposée pour $x = 0$, ils ne contient pas des puissances impaires afin de développer la composante E_x, où paires pour E_z, puissances rencontrées dans les relations ci-dessus.

Afin de vérifier aussi l'adaptabilité des autres systèmes des fonctions à la surface de séparation entre domaines, définie en utilisant l'intervalle $[0,1]$ (voir la figure 1.4), on fait les suppositions que $\theta_1 = 0, \theta = \theta_2 = \frac{\pi}{2}$, et que les perméabilités relatives des milieux sont identiques. Dans cette situation $\alpha_n = \frac{2}{3}m - 1$ [22], où $m = 1,2,4,5,7,\ldots$. Les valeurs de m, multiples de 3, n'apparaissent pas, parce que les termes correspondants sont nuls au cas de représentation des composantes de E_x à la limite de séparation des domaines. Donc, la décomposition de la composante E_x à la proximité immédiate de l'arête, où $x \to 0$, est proportionnelle à la quantité:

$$E_x \sim x^{-\frac{1}{3}} \sum_{n=0}^{\infty} A_{1n} x^{2n} + x^{\frac{1}{3}} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} x^{2n} \tag{1.63}$$

Les fonctions orthogonales utilisées afin de décomposer les composantes du champ électrique E_x à la proximité immédiate de l'arête, où $x \to 0$, en utilisant les polynômes Gegenbauer ($C_{2n}^{\frac{1}{6}}(u)$):

$$\varphi_n = w(u) C_{2n}^{\frac{1}{6}}(u),$$

où *w(u)*= $(1-u^2)^{-\frac{1}{3}}$ este funcţia pondere, se prezintă astfel:

$$\varphi_n \sim x^{-\frac{1}{3}} \sum_{m=0}^{n} A_m x^m \tag{1.64}$$

La représentation donnée par (1.64) est similaire à celle donnée par (1.63); pour les valeurs paires de m, les puissances de x dans l'équation (1.64) coïncident avec celles de (1.63), et pour les valeurs impaires de m, elles different de $1/3$.

Une recherche plus approfondie sur la convergènce des décompositions, qui ont la représentation (1.63) au bout de l'intervalle, en utilisant les fonctions définies par (1.64) et adaptées aux déuxième bout de l'intervalle va montrer qu'au cadre de la décomposition:

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \varphi_n,$$

les coefficients A_n ne décroissent pas plus vite que $n^{-5/3}$, c'est-à-dire:

$$A_n = O(n^{-5/3}), \text{ pour } n \to \infty$$

Quand les perméabilités magnétiques des milieux sont différentes, plusieurs solutions τ_n des équations caractéristiques peuvent être considérées. En ce cas, la représentation des composantes du champ électrique à la proximité extérieure de l'arête, où $x \to 0$, à la forme suivante:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_z \end{pmatrix} \sim \sum_{n=0}^{N} x^{\alpha_n} \sum_{k=0}^{N} \begin{pmatrix} A_{nk} \\ B_{nk} \end{pmatrix} x^k ;$$

où: $\alpha_n = \begin{cases} \tau_n - 1 \text{ pour } E_x \\ \tau_n \text{ pour } E_z \end{cases}$

En conclusion, afin de déterminer la composante, la décomposition suivante peut être utilisée:

$$E_x = \sum_{n=0}^{N} \sum_{k=0}^{\infty} A_{nk}\varphi_{nk}, \qquad (1.65)$$

où $\varphi_{nk}=O(x^{\alpha_n})$, pour $x \to 0$; N représente le nombre des solutions engendrées par l'équation caractéristique. Comme système de fonctions orthogonales peuvent être utilisées les polynômes Gegenbauer:

$$\varphi_{nk} = w(u)C_{2k}^{\alpha_n+\frac{1}{2}}(u),$$

où $w(u)= (1-u^2)^{\alpha_n}$ est la fonction poids.

Les conditions à la limite pour le deuxième bout de l'intervalle, à $x=1$, visent d'habitude le comportement des fonctions qui forment le système orthogonal ou de leur première dérivée. Ainsi, la condition de la valeur nulle en $x=1$ de chaque fonction du système est imposée au choix du système de décomposition de la composante E_z. En choisissant le système de fonctions pour la décomposition de E_x, la condition d'annulation de chaque dérivée des fonctions du système doit être respectée.

Parce qu'à la limite de séparation des domaines l'égalité suivante [27] est respectée:

$$E_{x0} = A\frac{\partial E_{z0}}{\partial x}, \qquad (1.66)$$

et, parce que pour $x=1$:

$$\left.\frac{\partial E_{x0}}{\partial x}\right|_{x=1} = 0,$$

il faut respecter la relation suivante

$$\left.\frac{\partial^2 E_{z0}}{\partial x^2}\right|_{x=1} = 0$$

De cette manière, une condition supplémentaire est obtenue, à laquelle les fonctions utilisées pour la décomposition de E_z doivent correspondre:

$$\left.\frac{\partial^2 \psi_n}{\partial x^2}\right|_{x=1} = 0 \qquad (1.67)$$

Afin d'augmenter la vitesse de convergence d'algorithme de calcul et de sa stabilité, la relation de « concordance des bases » peut être utilisée pour les décompositions de E_x et E_z, sur toute la longueur de l'intervalle, respectivement la satisfaction de la relation (1.66) par toutes fonctions orthogonales choisies:

$$\varphi_n = A\frac{\partial \psi_n}{\partial x}, A \text{ este o constantă.} \tag{1.68}$$

Cet ouvrage ne peut pas se permettre d'épuiser tous les systèmes de fonctions orthogonales utilisables pour la décomposition des composantes des champs électrique et magnétique sur la surface de séparation mais seulement la vérification des conditions spécifiques pour chaque système choisi.

Afin de décomposer les composantes des champs électrique et magnétique à la proximité extérieure de l'arête du conducteur et à la surface de séparation des deux domaines, des systèmes de fonctions orthogonales de l'espace $L_R^2[0,1]$ sont utilisés, respectivement:

- pour la décomposition de E_x:

$$\varphi_{en}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}} T_{2n}\big(u(x)\big); \tag{1.69}$$

- pour la décomposition de E_z:

$$\psi_{en}(x) = U_{2n}\big(u(x)\big); \tag{1.70}$$

- pour la décomposition de H_x:

$$\varphi_{hn}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}} T_{2n+1}\big(u(x)\big); \tag{1.71}$$

- pour descompunerea componentei H_z:

$$\psi_{hn}(x) = U_{2n+1}\big(u(x)\big) \tag{1.72}$$

où:

T_{2n} et T_{2n+1} sont les polynômes Tchebychev d'espèce I et ordre 2 ;

U_{2n} et U_{2n+1} sont les fonctions Tchebychev d'espèce II et ordre 2 ;

$u(x) = 1 - x$.

Les vérifications comprennent l'analyse de la façon dans laquelle les systèmes des fonctions choisis accomplissent les conditions de l'orthogonalité, les conditions de Meixner à la proximité de l'arête, les conditions aux bouts des intervalles analysés et la relation de concordance de bases.

En analysant la figure 1.2, par comparaison à la figure 1.4, il est évident que l'intervalle $[0,1]$ dévient, en réalité $\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$; suivant une transformation nécéssaire, la fonction $u(x)$ (choisie afin de conserver les propriétés des polynômes et des fonctions de Tchebychev) dévient:

$$u(x) = 1 + \frac{2x-w}{w-a}, \quad u: \left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right] \to [1,0] \tag{1.73}$$

Les composantes longitudinales des champs électrique et magnétique dans les domaines 1 et 2 sont déterminées en conformité aux celles présentées dans la section 3.1 sous la forme d'une décomposition dont les termes sont formés de fonctions propres qui vérifient les équations de Helmholtz, c'est-à-dire:

$$E_{z\delta}(\mathrm{x,y}) = \sum_m A_{\delta m}\, \mathrm{Xe}_m(x)\, \mathrm{Ye}_{\delta m}(y), \tag{1.74a}$$

$$H_{z\delta}(\mathrm{x,y}) = \sum_m B_{\delta m}\, \mathrm{Xh}_m(x)\, \mathrm{Yh}_{\delta m}(y), \tag{1.74b}$$

où:
- $A_{\delta m}$ et $B_{\delta m}$ sont les coefficients inconnus;
- $Xe_m(x) = \cos k_{xm}$, $Xh_m(x) = \sin k_{xm}\, x$ sont les systèmes de fonctions propres de l'espace $L_R^2\left[0,\frac{a}{2}\right]$;
- $Ye_{\delta m}(y) = \cos\left[k_{y\delta m}(y - b_\delta)\right]$ et $Yh_{\delta m}(y) = \sin\left[k_{y\delta m}(y - b_\delta)\right]$ forment, aussi, deux systèmes de fonctions propres orthogonales de l'espace $L_R^2\left[0,\frac{a}{2}\right]$;
- $b_1 = 0$ et $b_2 = y_2$ (figure 1.2), $m \in N^*$; $N^* = N - \{0\}$;
- $\mathrm{k}_{\mathrm{xm}} = \frac{\mathrm{m}\pi}{\mathrm{a}}$, $\mathrm{k}_{y\delta m}^2 = k_\delta^2 - k_{xm}^2$; $k_\delta^2 = \omega^2\varepsilon^{(\delta)}\mu^{(\delta)} - \beta^2 = k_0^2\varepsilon_{r\delta}\mu_{r\delta} - \beta^2$; β est la constante de phase cherchée.

Les composantes transversales des champs électrique et magnétique dans les domaines 1 et 2 sont déterminées en utilisant les relations (1.31a)÷(1.31d) de la section 1.4.

Les composantes tangentielles à la surface de séparation des deux domaines, en fait une zone unidimensionnelle définie par le produit cartésien $\{y = y_1\} \times \left[\frac{w}{2},\ \frac{a}{2}\right]$ (y_1 est une valeur fixée, conformément à la figure 1.2), sont déterminées par rapport aux conditions imposées à l'intersection de la surface de séparation entre les milieux et les conditions Meixner [28].

Les conditions imposées aux composantes tangentielles des champs magnétique et électrique sont définies de la manière suivante:

- les composantes tangentielles des vecteurs électrique et magnétique sont continues;
- à la proximité de la surface d'un conducteur parfait seulement des champs électriques normaux et des champs magnétiques tangentiels peuvent exister et ensuite ces deux valeurs tombent brusquement à zero à l'intérieur du conducteur parfait.

Quelques versions de la solution du problème seront donc présentées:

1.1 L'utilisation des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique à la limite de séparation des domaines, c'est-à-dire E_{z0}, H_{z0}, E_{x0} et H_{x0}, exprimées sous la forme d'une série rapidement convergente en utilisant les systèmes orthogonales des polynômes et des fonctions Tchebychev, définies en utilisant les relations (1.69)÷(1.72):

$$E_{z1} = E_{z2} = \begin{cases} 0 & \text{pour} \quad 0 \leq x \leq \frac{w}{2} \\ E_{z0} & \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.75}$$

$$H_{z1} = H_{z2} = H_{z0} \quad \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \tag{1.76}$$

$$E_{x1} = E_{x2} = \begin{cases} 0 & \text{pour} \quad 0 \leq x \leq \frac{w}{2} \\ E_{x0} & \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.77}$$

$$H_{x1} = H_{x2} = H_{x0} \quad \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}. \tag{1.78}$$

1.2 Les composantes des champs électrique et magnétique, tangentielles à la ligne placée entre les deux domaines sont déterminées en utilisant la densité du courant longitudinal de conduction et transversal dans la ligne, c'est-à-dire η_z et η_x.

$$E_{z1} = \begin{cases} E_{z2} & \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 0 & \text{pour} \quad 0 \leq x \leq \frac{w}{2} \end{cases} \tag{1.79}$$

$$H_{z1} - H_{z2} = \begin{cases} \eta_x & \text{pour} \quad 0 \leq x \leq \frac{w}{2} \\ 0 & \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.80}$$

$$E_{x1} = \begin{cases} E_{x2} & \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 0 & \text{pour} \quad 0 \leq x \leq \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.81}$$

$$H_{x1} - H_{x2} = \begin{cases} \eta_z & \text{pour} \quad 0 \leq x \leq \frac{w}{2} \\ 0 & \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \end{cases} \tag{1.82}$$

1.3 La combinaison des deux variantes 1.1 et 1.2 peut être utilisée.

Ici, c'est la variante 1.1 qui est choisie (la variante 1.2 sera utilisée afin d'analyser les lignes micro-ruban couplées). Les composantes tangentielles des champs électrique et magnétique à la limite de séparation des domaines sont développées en séries Fourier rapidement convergentes, par rapport aux systèmes des fonctions orthogonales données par les polynômes et les fonctions de Tchebychev, définies antérieurement par les équations (1.69)÷(1.72):

$$E_{x0}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_{en}(x), \tag{1.83}$$

$$E_{z0}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \psi_{en}(x), \tag{1.84}$$

$$H_{x0}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k \varphi_{hk}(x), \tag{1.85}$$

$$H_{z0}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} G_k \psi_{hk}(x), \tag{1.86}$$

où C_n, D_n, F_k et G_k sont des coefficients inconnus d'amplitude.

Compte tenant des équations de continuité des composantes tangentielles (1.75)÷(1.78), et des équations (1.74a), (1.74b), (1.83)÷(1.86), des propriétés des ensembles de fonctions orthogonales impliquées, un système de six équations algébriques et linéaires où les quantités inconnues seront les coefficients des représentations ci-dessus est formé. La modalité pour obtenir chaque équation du système sera détaillée par la suite.

<u>La première équation</u> est obtenue à partir de la condition $E_{z1} = E_{z2}$ de l'équation (1.75) (elle apparaît comme une condition suffisante mais pas nécessaire), en utilisant la solution proposée par l'équation (1.31a), respectivement

$$\sum_m A_{1m} Xe_m(x) Ye_{1m}(y_1) = \sum_m A_{2m} Xe_m(x) Ye_{2m}(y_1)$$

Suivant l'utilisation de la méthode d'identification des coefficients l'égalité suivante est obtenue:

$$A_{1m} Ye_{1m}(y_1) = A_{2m} Ye_{2m}(y_1). \tag{1.87}$$

<u>La deuxième équation</u> du système résulte de la condition $E_{z1} = E_{z0}$, en utilisant les équations (1.75) et (1.84):

$$\sum_m A_{1m} Xe_m(x) Ye_{1m}(y_1) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \Psi_{en}(x) \tag{1.88}$$

Il est évident que dans l'équation (1.88) il n'est pas possible de faire une simple identification des coefficients comme, par exemple, dans la relation (1.87); pour utiliser cette condition qui est pratiquement inopérante dans la forme donnée par la relation (1.88), deux variantes, qui utilisent les propriétés des systèmes des fonctions orthogonales $\{Xe_m(x)\}$ et $\{\Psi_{en}(x)\}$ sont envisageables:

a) développer les fonctions $Xe_m(x)$ en séries de Fourier par rapport au système de fonctions orthogonales $\{\Psi_{en}(x)\}$;

b) à l'inverse, développer $\Psi_{en}(x)$ en séries de Fourier par rapport au système de fonctions orthogonales $\{Xe_m(x)\}$.

Le choix qui se fait est de développer les fonctions $\Psi_{en}(x)$ en séries Fourier par rapport au système de fonctions orthogonales $\{Xe_m(x)\}$ et, ensuite, identifier les coefficients:

$$\Psi_{en}(x) = \sum_m \alpha_{mn} Xe_m(x), \tag{1.89}$$

où α_{mn} sont les coefficients Fourier de la fonction $\Psi_{en}(x)$ par rapport à la série des fonctions orthogonales $\{Xe_m(x)\}$ et dont l'expression est:

$$\alpha_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} Xe_m(x)\psi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xe_m^2(x)dx}, \tag{1.90}$$

où l'intégrale au numérateur est le produit scalaire et l'intégrale au dénominateur calcule la norme correspondante à la fonction $Xe_m(x)$. Une précision est à faire nécessairement: parce que le système de fonctions $Xe_m(x)$ est un système orthogonal sur l'intervalle $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ et non sur l'intervalle $\left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$, et parce que le système de fonctions $\psi_{en}(x)$ est orthogonal sur l'intervalle $\left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$, afin d'assurer la cohérence du développement ci-dessus la fonction prolongée est construite:

$$\psi_{en} = \begin{cases} 0, \quad \text{pour} \quad x \in \left[0, \frac{w}{2}\right) \\ \psi_{en}(x), \quad \text{pour} \quad x \in \left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right] \end{cases}$$

Par conséquence, dans l'équation (1.90) on peut considérer

$$\alpha_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} Xe_m(x)\psi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xe_m^2(x)dx} \equiv \frac{\int_0^{\frac{a}{2}} Xe_m(x)\psi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xe_m^2(x)dx}$$

Utilisant les équations (1.89) et (1.88), après le changement de l'ordre de sommation et après l'identification des coefficients, la deuxième équation du système est obtenue (condition suffisante mais pas nécessaire):

$$A_{1m} Ye_{1m}(y_1) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{mn} D_n \tag{1.91}$$

La troisième équation du système résulte à partir de la condition $H_{z1} = H_{z2}$ (équation (1.76)), exprimée en utilisant la solution proposée (1.74b):

$$\sum_m B_{1m} Xh_m(x) Yh_{1m}(y_1) = \sum_m B_{2m} Xh_m(x) Yh_{2m}(y_1)$$

L'application directe de la méthode présentée à la première équation du système aurait conduire, par identification des coefficients, à une expression similaire, c'est-à-dire:

$$B_{1m} Yh_{1m}(y_1) = B_{2m} Yh_{2m}(y_1),$$

mais, l'utilisation simultanée dans l'écriture du système d'équations engendré par les équations de continuité, des fonctions φ_{en}, ψ_{en}, φ_{hk} et ψ_{hk} (procédure qui facilite la solution du système) indiquées par les équations (1.83)÷(1.86), implique que les fonctions $Xh_m(x)$ de l'espace $L_R^2\left[0,\frac{a}{2}\right]$ soit développées en séries de Fourier par rapport au système des fonctions orthogonales $\{\psi_{hk}\}$. Par conséquence:

$$Xh_m(x) = \sum_k b_{km} \psi_{hk},$$

où b_{km} sont les coefficients Fourier de la fonction $Xh_m(x)$ par rapport au système de fonctions orthogonales $\{\psi_{hk}\}$ et ont l'expression suivante:

$$b_{km} = \frac{\left(\mathrm{Xh}_m(x), \Psi_{hk}(x)\right)}{\|\Psi_{hk}(x)\|^2},$$

où le produit scalaire des fonctions $Xh_m(x)$ et $\psi_{hk}(x)$ est calculé au numérateur et l'expression de la norme des fonctions $\psi_{hk}(x)$ est utilisée au dénominateur afin de respecter la condition de normalisation.

En conformité avec l'équation (1.32), il résulte:

$$b_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\psi_h} \psi_{hk}(x) Xh_m(x) dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\psi_h} \psi_{hk}^2(x) dx},$$

où $w_{\psi_h} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2(x)}}$ est une fonction poids.

Suivant le changement de l'ordre de sommation et l'identification des coefficients, la troisième équation du système (condition suffisante mais pas nécessaire) s'écrit:

$$\sum_m B_{1m} Yh_{1m}(y_1) b_{km} = \sum_m B_{2m} Yh_{2m}(y_1) b_{km} \tag{1.92}$$

La quatrième équation du système est obtenue à partir de la condition $E_{x1} = E_{x2}$ (équation (1.77)), compte tenant de l'expression des composantes transversales du champ électrique (équation (1.31a)):

$$\frac{1}{k_1^2}\left[\beta \sum_m A_{1m} \frac{\partial Xe_m(x)}{\partial x} Ye_{1m}(y_1) + \omega\mu_{r1} \sum_m B_{1m} Xh_m(x) \left.\frac{\partial Yh_{1m}(y)}{\partial y}\right|_{y=y_1}\right] =$$

$$= \frac{1}{k_2^2}\left[\beta \sum_m A_{2m} \frac{\partial Xe_m(x)}{\partial x} Ye_{2m}(y_1) + \omega\mu_{r2} \sum_m B_{2m} Xh_m(x) \left.\frac{\partial Yh_{2m}(y)}{\partial y}\right|_{y=y_1}\right]$$

Si les dérivées de l'équation ci-dessus sont notées par $Xe_m^{'}(x)$, $Yh_{1m}^{'}(y_1)$, $Yh_{2m}^{'}(y_1)$ et ensuite chaque terme de est divisé par $Xh_m(x)$, la relation suivante est obtenue:

$$\frac{1}{k_1^2}\left[\beta \sum_m A_{1m}\, Ye_{1m}(y_1) \frac{Xe_m^{'}(x)}{Xh_m(x)} + \omega\mu_{r1} \sum_m B_{1m} Xh_m(x) \left.\frac{Yh_{1m}^{'}(y)}{Xh_m(x)}\right|_{y=y_1}\right] =$$

$$= \frac{1}{k_2^2}\left[\beta \sum_m A_{2m}\, Ye_{2m}(y_1) \frac{Xe_m^{'}(x)}{Xh_m(x)} + \omega\mu_{r2} \sum_m B_{2m} Xh_m(x) \left.\frac{Yh_{2m}^{'}(y)}{Xh_m(x)}\right|_{y=y_1}\right]$$

Suivant la notation $e_m(x) = \frac{Xe_m^{'}(x)}{Xh_m(x)}$, $(e_o(x) = 0)$ et l'identification des coefficients (condition suffisante mais pas nécessaire):

$$\frac{1}{k_1^2}\left[A_{1m}\beta e_m(x) Ye_{1m}(y_1) + \omega\mu_{r1} B_{1m} Yh_{1m}^{'}(y_1)\right] =$$

$$= \frac{1}{k_2^2}\left[A_{2m}\beta e_m(x) Ye_{2m}(y_1) + \omega\mu_{r2} B_{2m} Y_{2m}^{'}(y_1)\right] \tag{1.93}$$

La cinquième équation du système est obtenue à partir de la condition $E_{x1} = E_{x0}$ (équation (1.77)), en utilisant les équations (1.31a) et (1.83):

$$-\frac{i}{k_1^2}\left[\beta \sum_m A_{1m} Xe_m^{'}(x) Ye_{1m}(y_1) + \omega\mu_{r1} \sum_m B_{1m} Xh_m(x) Yh_{1m}^{'}(y_1)\right] =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_{en}(x)$$

Afin d'utiliser cette équation en système, il est nécessaire de développer les fonctions $\varphi_{en}(x)$ de l'espace $L_R^2\left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$ en séries Fourier par rapport au système de fonctions orthogonales $\{Xh_m(x)\}$. Par conséquence, nous obtenons:

$$\varphi_{en}(x) = \sum_m \xi_{mn} Xh_m(x),$$

où ξ_{mn} sont les coefficients Fourier de la fonction $\varphi_{en}(x)$ par rapport au système de fonctions orthogonales $\{Xh_m(x)\}$ et dont l'expression est:

$$\xi_{mn} = \frac{\left(\mathrm{Xh}_m(x),\ \varphi_{en}(x)\right)}{\|\mathrm{Xh}_m(x)\|^2},$$

où l'expression au numérateur représente le produit scalaire des fonctions $Xh_m(x)$ et $\varphi_{en}(x)$; au dénominateur l'expression de la norme des fonctions $Xh_m(x)$ a été utilisée afin de respecter les conditions de normalisation.

Suivant la relation de définition de la norme (1.32), il résulte:

$$\xi_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} Xh_m(x)\varphi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xh_m^2(x)dx}$$

L'intégrale au numérateur calcule le produit scalaire des fonctions et l'intégrale au dénominateur calcule la norme correspondante de la fonction $Xh_m(x)$.

Parce que les fonctions $Xh_m(x)$ sont orthogonales sur l'intervalle $\left[0,\frac{a}{2}\right]$ et non sur l'intervalle $\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$, et parce que le système de fonctions $\varphi_{en}(x)$ est défini sur l'intervalle $\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$, afin d'assurer la cohérence du développement, la fonction prolongée est considérée:

$$\varphi_{en} = \begin{cases} 0, & \text{pour} \quad x \in \left[0,\ \frac{w}{2}\right) \\ \varphi_{en}, & \text{pour} \quad x \in \left[\frac{w}{2},\ \frac{a}{2}\right] \end{cases}$$

On peut donc écrire:

$$\xi_{mn} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} Xh_m(x)\varphi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xh_m^2(x)dx} \equiv \frac{\int_0^{\frac{a}{2}} Xh_m(x)\varphi_{en}(x)dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} Xh_m^2(x)dx}.$$

Suivant l'inversion de l'ordre de sommation et l'identification des coefficients, nous obtenons:

$$-\frac{i}{k_1^2}\left[A_{1m}\beta e_m(x)Ye_{1m}(y_1) + B_{1m}\omega\mu_{r1}Yh'_{1m}(y_1)\right] = \sum_{n=0}^{\infty} \xi_{mn} C_n \quad (1.94)$$

La dernière équation du système est obtenue à partir de la condition $H_{x1} = H_{x2}$, résultée de l'équation (1.78) et écrite en utilisant l'expression des composantes transversales du champ magnétique de l'équation (1.31c):

$$\frac{1}{k_1^2}\sum_m\left[A_{1m}\omega\varepsilon_{r1}Ye_{1m}^{'}(y_1)Xe_m(x) - \beta B_{1m}Xh_m^{'}(x)Yh_{1m}(y_1)\right] =$$
$$= \frac{1}{k_2^2}\sum_m\left[A_{2m}\omega\varepsilon_{r2}Ye_{1m}^{'}(y_1)Xe_m(x) - \beta B_{2m}Xh_m^{'}(x)Yh_{2m}(y_1)\right] \qquad (1.95)$$

De manière similaire, les fonctions $Xe_m(x)$ de l'espace $L_R^2\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$ sont développées en séries Fourier par rapport au système de fonctions orthogonales $\{\varphi_{hk}(x)\}$:

$$Xe_m(x) = \sum_k a_{km}\varphi_{hk}(x),$$

où a_{km} sont les coefficients Fourier de la fonction $Xe_m(x)$ par rapport au système de fonctions orthogonales $\{\varphi_{hk}(x)\}$ et dont l'expression est:

$$a_{km} = \frac{(\varphi_{hk}, Xe_m(x))}{\|\varphi_{hk}\|^2},$$

Le produit scalaire des fonctions φ_{hk} et $Xe_m(x)$, est calculé au numérateur et l'expression de la norme des fonctions φ_{hk} est utilisée au dénominateur afin d'assurer la normalisation.

En conformité avec (1.32) il résulte:

$$a_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\varphi_h}(x)\varphi_{hk}(x)Xe_m(x)dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\varphi_h}(x)\varphi_{hk}^2(x)dx}$$

où $w_{\varphi_h} = \sqrt{1-u^2(x)}$ est la fonction poids.

En inversant l'ordre de sommation dans l'équation (1.95), et en utilisant la notation $h_m = \frac{Xh_m^{'}(x)}{Xe_m(x)}$ ($h_0 = 0$), l'identification des coefficients permet d'écrire (de manière suffisante mais pas nécessaire):

$$\frac{1}{k_1^2}\sum_m[A_{1m}\omega\varepsilon_{r1}Ye_{1m}^{'}(y_1) - B_{1m}\beta h_m Yh_{1m}(y_1)]a_{km} =$$
$$= \frac{1}{k_2^2}\sum_m[A_{2m}\omega\varepsilon_{r2}Ye_{2m}^{'}(y_1) - B_{2m}\beta h_{2m} Yh_{2m}(y_1)]a_{km} \qquad (1.96)$$

Un système de six équations a été donc obtenu: (1.87), (1.91), (1.92), (1.93), (1.94) et (1.96) où les quantités inconnues sont A_{1m}, A_{2m}, B_{1m}, B_{2m}, C_n et D_n. Le premières quatre inconnues seront éliminées et un système de deux équations à deux inconnues, respectivement C_n et D_n sera obtenu.

Ainsi, en utilisant les premières deux équations du système et en éliminant A_{1m} et A_{2m} de l'équation (1.93), la relation suivante est obtenue:

$$\frac{1}{k_1^2}\left[\beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n + B_{1m}\omega\mu_{r1} Yh_{1m}^{'}(y_1)\right] = \\ = \frac{1}{k_2^2}\left[\beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n + B_{2m}\omega\mu_{r2} Yh_{2m}^{'}(y_1)\right] \qquad (1.97)$$

Si dans la cinquième équation du système (1.94), le terme $A_{1m}Ye_{1m}(y_1)$ est substitué par $\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_{mn}D_n$ conformément à la deuxième équation du système, (1.91), et ensuite l'addition de l'équation résultée avec l'équation (1.97) est effectuée, la relation suivante est obtenue:

$$B_{1m} = \frac{k_1^2 \sum_n \xi_{mn}\bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r1} Yh_{1m}^{'}(y_1)}, \qquad (1.98)$$

où $\bar{C}_n = iC_n$.

De manière similaire, utilisant d'abord l'égalité établie par l'équation (1.93), dans l'équation (1.94) le résultat suivant est obtenu:

$$B_{2m} = \frac{k_2^2 \sum_n \xi_{mn}\bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r2} Yh_{2m}^{'}(y_1)} \qquad (1.99)$$

Les relations (1.98) et (1.99) sont introduites dans l'équation (1.92), qui devient:

$$\sum_m \frac{k_1^2 \sum_n \xi_{mn}\bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r1} Yh_{1m}^{'}} Yh_{1m}(y_1) b_{km} = \\ = \sum_m \frac{k_2^2 \sum_n \xi_{mn}\bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega\mu_{r2} Yh_{1m}^{'}} Yh_{2m}(y_1) b_{km} \qquad (1.100)$$

Si l'équation (1.100) est divisée par $(-k_0\mu_0)$ et l'ordre de sommation est inversée, la nouvelle relation obtenue est:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{kn}\bar{C}_n + \sum_{n=0}^{\infty} d_{kn} D_n = 0, \qquad (1.101)$$

où:

$$c_{kn} = \frac{1}{k_0}\sum_m \xi_{mn} b_{km} \sum_{\delta=1}^{2} \frac{(-1)^{\delta} k_\delta^2}{\mu_{r\delta}} \frac{Yh_{\delta m}(y_1)}{Yh_{\delta m}^{'}(y_1)}, \qquad (1.102)$$

$$d_{kn} = \frac{\beta}{k_0}\sum_m h_m \alpha_{mn} b_{km} \sum_{\delta=1}^{2} \frac{(-1)^{\delta}}{\mu_{r\delta}} \frac{Yh_{\delta m}(y_1)}{Yh_{\delta m}^{'}(y_1)} \qquad (1.103)$$

Afin d'obtenire une équation similaire à (1.101), les coefficients A_{1m} et A_{2m} dans l'équation (1.96) sont remplacés en utilisant les équations (1.87) et (1.91), par,

$$A_{1\mathrm{m}} = \frac{\sum_n \alpha_{mn} D_n}{Ye_{1m}(y_1)},$$

et

$$A_{2\mathrm{m}} = \frac{\sum_n \alpha_{mn} D_n}{Ye_{2m}(y_1)},$$

e et les coefficients B_{1m} et B_{2m} déterminés à partir des expressions (1.98) et (1.99). Dans ces conditions l'équation (1.96) dévient:

$$\frac{1}{k_1^2} \sum_m \left[\omega \varepsilon_{r1} Ye_{1m}^{'}(y_1) \ \frac{\sum_n \alpha_{mn} D_n}{Ye_{1m}(y_1)} - \right.$$

$$\left. -\beta \ h_m Yh_{1m}(y_1) \ \frac{k_1^2 \ \sum_n \ \xi_{mn} \ \bar{C}_n - \beta \ e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega \mu_{r1} Yh_{1m}^{'}(y_1)} \right] a_{km} =$$

$$= \frac{1}{k_2^2} \sum_m \left[\omega \varepsilon_{r2} Ye_{1m}^{'}(y_1) \frac{\sum_n \alpha_{mn} D_n}{Ye_{2m}(y_1)} - \right.$$

$$\left. -\beta h_m Yh_{2m}(y_1) \frac{k_2^2 \ \sum_n \ \xi_{mn} \bar{C}_n - \beta e_m \sum_n \alpha_{mn} D_n}{\omega \mu_{r2} Yh_{2m}^{'}(y_1)} \right] a_{km}. \qquad (1.104)$$

Compte tenant du fait que:

$$e_m = -h_m = \frac{Xe_m^{'}(x)}{Xh_m(x)} = -k_{xm}$$

et

$$\frac{Yh_{\delta m}(x)}{Yh_{\delta m}(x)} = -\frac{1}{k_{y\delta m}^2} \frac{Ye_{\delta m}^{'}}{Ye_{\delta m}},$$

si l'ordre de sommation est inversée dans l'équation (1.104) et ensuite la relation résultée est divisée par $\omega \varepsilon_0$ et la notation $\chi_{\delta m}^2 = k_0^2 \varepsilon_{r\delta} \mu_{r\delta} - k_{xm}^2$ est utilisée, le résultat suivant est obtenu:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{kn}^{'} \bar{C}_n + \sum_{n=0}^{\infty} d_{kn}^{'} D_n = 0 \qquad (1.105)$$

où:

$$c_{kn}^{'} = \frac{\beta}{k_0} \sum_m e_m \xi_{mn} a_{km} \sum_{\delta=1}^{2} \frac{(-1)^{\delta}}{\mu_{r\delta}} \frac{Yh_{\delta m}(y_1)}{Yh_{\delta m}^{'}(y_1)}, \qquad (1.106)$$

$$d_{kn}^{'} = \frac{1}{k_0} \sum_m \alpha_{mn} a_{km} \sum_{\delta=1}^{2} \frac{(-1)^{\delta} \chi_{\delta m}^2}{k_{y\delta m}^2 \mu_{r\delta}} \frac{Ye_{\delta m}^{'}(y_1)}{Ye_{\delta m}(y_1)} \qquad (1.107)$$

Donc un système homogène et infini d'équations algébriques linéaires a été obtenu; il est formé par les équations (1.101) et (1.105), où les quantités inconnues sont les coefficients D_n et $\bar{C}_n$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{kn}\bar{C}_n + \sum_{n=0}^{\infty} d_{kn}D_n = 0 \tag{1.108}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{kn}^{'}\bar{C}_n + \sum_{n=0}^{\infty} d_{kn}^{'}D_n = 0 \tag{1.109}$$

Afin d'assurer des solutions non-triviales pour le système, il est nécessaire de déterminer les valeurs de la constante de déphasage, β, qui annule le déterminant associé au système formé par les équations (1.108) et (1.109).

Aussi, une équation appelée "l'équation de dispersion", en fonction des valeurs de la constante de déphasage, β à été obtenue:

$$\det \begin{bmatrix} \tilde{c}_{kn} & \tilde{d}_{kn} \\ \tilde{c}_{kn}^{'} & \tilde{d}_{kn}^{'} \end{bmatrix} = 0, \tag{1.110}$$

où $\tilde{c}_{kn}$, $\tilde{d}_{kn}$, $\tilde{c}_{kn}^{'}$, $\tilde{d}_{kn}^{'}$ sont des blocks d'ordre $n \times k$. C'est-à-dire, l'équation (1.110) se réécrit de la manière suivante:

$$\begin{vmatrix} c_{1,1} & . & . & . & c_{1,n} & d_{1,n+1} & . & . & . & d_{1,2n} \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ c_{k,1} & . & . & . & c_{k,n} & d_{k,n+1} & . & . & . & d_{k,2n} \\ c_{k+1,1}^{'} & . & . & . & c_{k+1,n}^{'} & d_{k+1,n+1}^{'} & . & . & . & d_{k+1,2n}^{'} \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ c_{2k,1}^{'} & . & . & . & c_{2k,n}^{'} & d_{2k,n+1}^{'} & . & . & . & d_{2k,2n}^{'} \end{vmatrix} = 0 \tag{1.111}$$

Les séries Fourier du système infini d'équations sont remplacées, à la suite d'une analyse de leur convergence, par des sommes partielles finies.

Les valeurs de la constante de déphasage qui annulent l'équation résultée à la suite des remplacements de sommes infinies par des sommes finies vont décider la configuration des modes hybrides de propagation dans la ligne de transmission de type micro-ruban.

Afin d'analyser la convergence après n, k et respectivèment m des coefficients c_{kn}, d_{kn}, $c_{kn}^{'}$ et $d_{kn}^{'}$, le déterminant (1.111) peut être ré-écrit de la manière suivante, plus sugéstive:

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} . & .\overset{n}{\rightarrow} & . & . & \overset{n}{\rightarrow} & . \\ \overset{k}{\downarrow}. & c_{k,n} & . & \overset{k}{\downarrow}. & d_{k,n} & . \\ . & . & . & . & . & . \\ \hline . & \overset{n}{\rightarrow} & . & . & \overset{n}{\rightarrow} & . \\ \overset{k}{\downarrow}. & c'_{k,n} & . & \overset{k}{\downarrow}. & d'_{k,n} & . \\ . & . & . & . & . & . \end{array}\right|$$

Parce que les coefficients c_{kn}, d_{kn}, c'_{kn} et d'_{kn} contiennent aussi des sommes après m, qui peut être intuitivement considéré comme une troisième dimension du déterminant, ce fait a des implications sur le temps nécessaire à effectuer le calcul des applications (le temps est dicté par les performances d'ordinateur et des logiciels utilisés).

L'erreur quadratique moyenne E_n, qui apparaît quand les sommes infinies sont remplacées par des sommes finies est donnée par [25]:

$$E_n = \sqrt{\frac{1}{b-a}\left[\int_a^b f^2(x)dx - \sum_{k=1}^{n} c_k^2\right]},$$

où c_k sont les coefficients Fourier du développement en série d'une fonction $f \in L_2(a,b)$.

Conformément à la formule de Parseval, la condition nécessaire et suffisante pour que l'erreur quadratique moyenne tend à 0 (pour m et k infinies) quand les fonctions:

$$\Psi_{en}(x) = \sum_m \alpha_{mn} Xe_m(x),$$

$$Xh_m(x) = \sum_k b_{km}\psi_{hk},$$

$$\varphi_{en}(x) = \sum_m \xi_{mn} Xh_m(x),$$

$$Xe_m(x) = \sum_k a_{km}\varphi_{hk}(x),$$

sont approximées par une somme partielle, est l'accomplissement des conditions suivantes:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{mn}^2 = \int_{w/2}^{a/2} \Psi_{en}^2(x)dx, \qquad (1.112)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} b_{km}^2 = \int_{w/2}^{a/2} Xh_m^2(x)dx, \tag{1.113}$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \xi_{mn}^2 = \int_{w/2}^{a/2} \varphi_{en}^2(x)dx, \tag{1.114}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{km}^2 = \int_{w/2}^{a/2} Xe_m^2(x)dx \tag{1.115}$$

Afin de faciliter la solution de l'équation (1.111) on va considérer $n = k$.

Evidement, le temps nécessaire pour résoudre l'équation (1.111) en utilisant le logiciel Matlab sera significatif.

L'illustration de la convergence des coefficients Fourier a été effectuée en choisissant des valeurs successivement plus faibles, d'abord pour m (voir figure 1.5) et ensuite pour $n(k)$ (voir figure 1.6).

La convergence des coefficients Fourier a_{km}, α_{mn}, b_{km} et ξmn après $n(k)$ et respectif m, pour $n = k = 1 \div 40$, $m = 1 \div 40$ et, respectivement, pour $n = k = 1 \div 10$ et $m = 1 \div 100$ est ilustrée sur les figures 1.5 et 1.6.

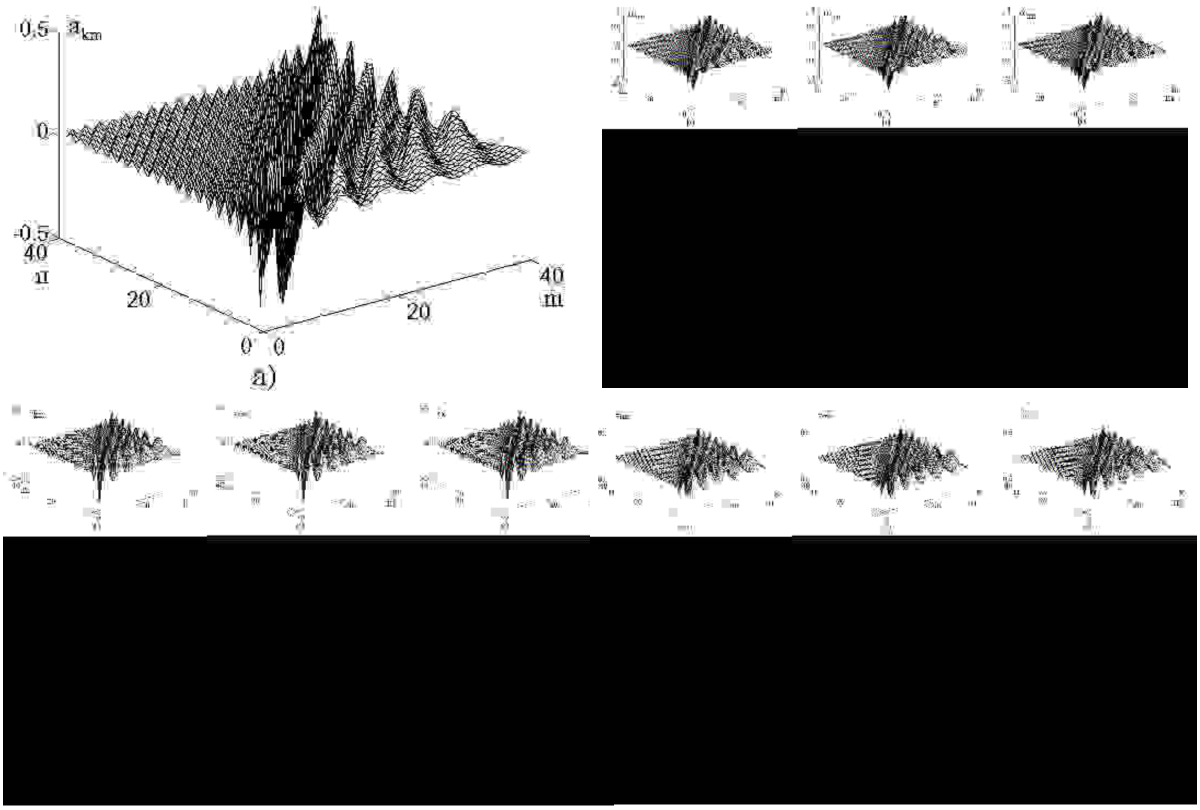


Figure 1.5. La variation des coefficients Fourier pour n=k=1÷40 et m=1÷40.

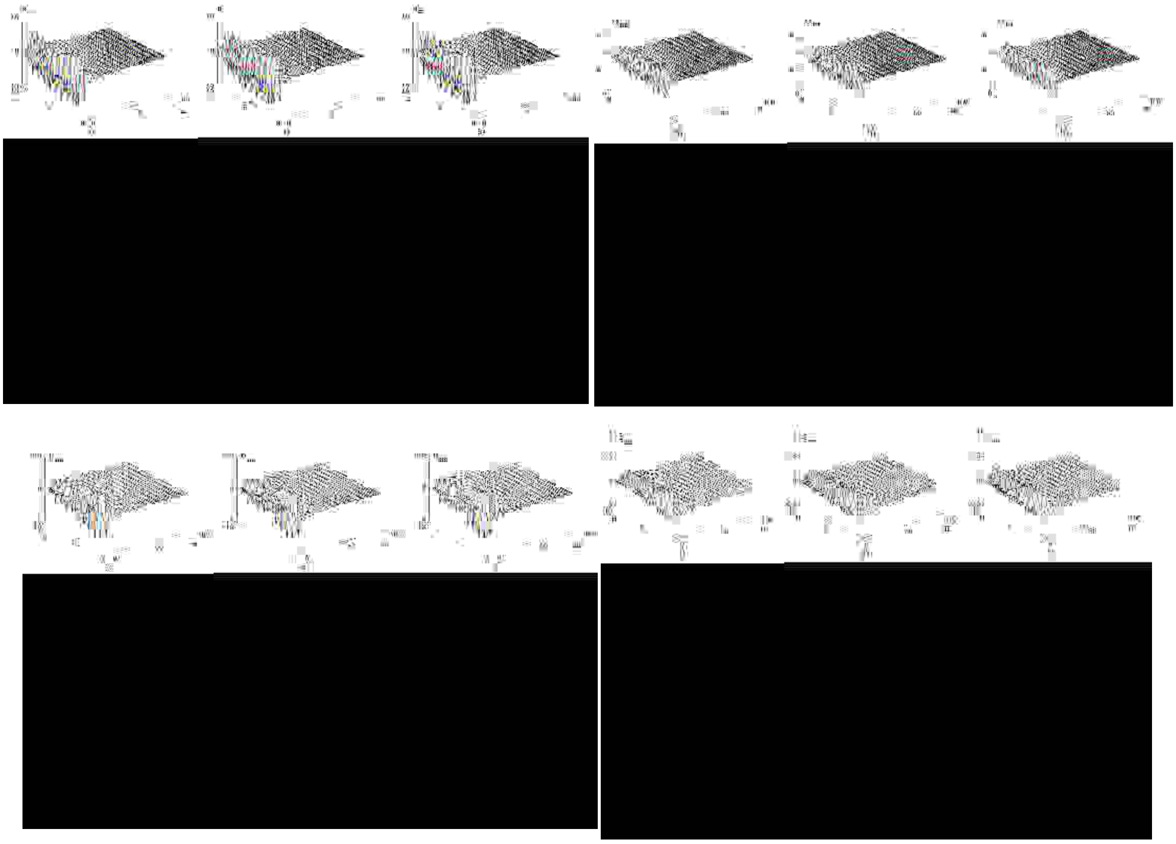


Figure 1.6. La variation des coefficients Fourier pour n=k=1÷10 et m=1÷100.

Parce que les suites de coefficients Fourier a_{km}, α_{mn}, b_{km} et ξ_{mn} convergent vers 0 [28], respectivement:

$$\lim_{k\to\infty} a_{km} = 0, \tag{1.116}$$

$$\lim_{m\to\infty} \alpha_{mn} = 0, \tag{1.117}$$

$$\lim_{k\to\infty} b_{km} = 0, \tag{1.118}$$

$$\lim_{m\to\infty} \xi_{mn} = 0, \tag{1.119}$$

les coefficients c_{kn}, d_{kn}, $c_{kn}^{'}$ et $d_{kn}^{'}$ peuvent être organisés en suites monotones décroissantes et limités inférieurement par 0.

Les valeurs de la constante de déphasage qui annulent le déterminant et qui décident la configuration des modes d'onde sont introduites dans le système d'équations (1.108)÷(1.109), et ensuite les coefficients C_n et D_n sont déterminés; en fin, utilisant les relations (1.87), (1.91), (1.98) et (1.99), les valeurs des coefficients A_{1m}, A_{2m}, B_{1m} et B_{2m} sont trouvées. Des développements similaires aux celles utilisées à l'écriture du système de six équations, les valeurs de coefficients F_k et G_k, intervenant dans les relations (1.85) et (1.86) peuvent aussi être calculées, aspect qui sera détaillé par la suite.

1.7 Expressions électrodynamiques des composantes du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée

Les expressions électrodynamiques des composantes longitudinales des champs électrique et magnétique dans la ligne micro-ruban blindée, déterminées en utilisant les relations (1.74a), (1.74b), (1.31a)÷(1.31d) et (1.83)÷(1.86), contiennent des coefficients inconnus d'amplitude qui peuvent être exprimés en fonction des coefficients C_n et D_n, déterminés à leur tour comme solution du système d'équations (1.108)÷(1.109). Dans ces conditions, les équations (1.74) deviennent:

$$E_{z\delta}(\mathrm{x,y})=\mathrm{A}\sum_m \mathrm{Xe}_m(x)\,\frac{\mathrm{Ye}_{\delta m}(y)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}\sum_m \alpha_{\mathrm{mn}} d_n, \quad (1.120)$$

$$H_{z\delta}(\mathrm{x,y}) = \frac{\mathrm{A}k_\delta^2}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m \mathrm{Xh}_m(x)\,\frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta}, \quad (1.121)$$

où:

$$\zeta_{mn\delta}=\sum_{n=1}^N \xi_{mn}c_n - \frac{\beta e_m}{k_\delta^2}\sum_{n=1}^N \alpha_{mn}d_n,$$

$$Ac_n = C_n,\ Ad_n = D_n,$$

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\ \Omega.$$

et représentent l'impédance d'onde. Les relations (1.31a)÷(1.31d) deviennent:

$$E_{y\delta}(x,y) = -i\ A\sum_m \mathrm{Xe}_m(x)\left[\frac{\beta}{k_\delta^2}\frac{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}\sum_{n=1}^N \alpha_{\mathrm{mn}}d_n - \right.$$

$$\left. - h_m(x)\,\frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta}\right], \quad (1.122)$$

$$E_{x\delta}(x,y) = -iA\ \sum_m Xh_m(x)\left[\frac{\beta e_m}{k_\delta^2}\frac{\mathrm{Ye}_{\delta m}(y)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}\ \sum_{\mathrm{n}=1}^N\ \alpha_{\mathrm{mn}}d_n + \right.$$

$$\left. + \frac{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\ \zeta_{mn\delta}\ \right], \quad (1.123)$$

$$H_{x\delta}(x,y) = -\frac{iA}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m Xe_m(x)\left[\beta h_m \frac{Yh_{\delta m}(y)}{Yh'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta} - \right.$$

$$\left. - \mu_{r\delta}\varepsilon_{r\delta}\left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2 \frac{Ye'_{\delta m}(y)}{Ye'_{\delta m}(y_1)}\sum_{n=1}^{N}\alpha_{mn}d_n\right], \qquad (1.124)$$

$$H_{y\delta}(x,y) = -\frac{iA}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m Xh_m(x)\left[\beta \frac{Yh'_{\delta m}(y)}{Yh'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2 e_m(x)\varepsilon_{r\delta}\mu_{r\delta} \frac{Ye_{\delta m}(y)}{Ye'_{\delta m}(y_1)}\sum_{n=1}^{N}\alpha_{mn}d_n\right] \qquad (1.125)$$

La constante A peut être déterminée à partir de la condition de normalisation de puissances. Dans ce but, nous utiliserons la condition de normalisation de la puissance moyenne transférée par la surface transversale de la ligne micro-ruban blindée:

$$\left|\sum_{j=1}^{2}\iint_{S_j}\left(E_{xj}H_{yj}^{*} - E_{yj}H_{xj}^{*}\right)dxdy\right| = 1$$

Les composantes des champs électrique et magnétique tangentielles à la limite de séparation des domaines, c'est-à-dire E_{z0}, H_{z0}, E_{x0} et H_{x0}, seront déterminées en utilisant les systèmes des polynômes et fonctions Tchebychev qui sont des séries rapidement convergentes et définies par les relations (1.83)÷(1.86), où les séries Fourier infinies sont remplacées par des sommes finies, respectivement:

$$E_{x0}(x) = A\sum_{n=1}^{N} c_n\varphi_{en}(x),$$

$$E_{z0}(x) = A\sum_{n=1}^{N} d_n\psi_{en}(x),$$

$$H_{x0}(x) = \sum_{k=1}^{K} F_k\varphi_{hk}(x),$$

$$H_{z0}(x) = \sum_{k=1}^{K} G_k\psi_{hk}(x),$$

où C_n, D_n ont été déterminés comme solutions du système d'équations (1.108)÷(1.109), F_k et G_k étant des coefficients inconnus d'amplitude. Leur détermination fait l'objet de la démarche suivant.

Les composantes tangentielles du champ magnétique H_{z0} à la limite de séparation des domaines, définie comme le produit cartésien $\{y = y_1\} \times \left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$, exprimées comme des séries rapidement convergentes obtenues en utilisant les systèmes des polynômes et de fonctions Tchebychev qui ont été définis par les équations (1.76) et (1.86), s'écrivent de nouveau, compte tenant de la relation (1.121); par conséquence, l'équation:

$$H_{z1} = H_{z2} = H_{z0} \quad \text{pour} \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$$

dévient:

$$\frac{1}{k_0 \rho_0 \mu_{r\delta}} \sum_m \mathrm{Xh}_m(x) \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)} \zeta_{mn\delta}\, k_\delta^2 = \sum_{k=1}^{N} G_k \psi_{hk}(x) \qquad (1.126)$$

Les fonctions $Xh_m(x)$, qui interviennent dans l'équation (1.126), seront développées en séries Fourier par rapport au système de fonctions orthogonales $\{\psi_{hk}(x)\}$ de l'espace $L_R^2\left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$ et donc:

$$Xh_m(x) = \sum_k b_{km} \psi_{hk}\,, \qquad (1.127)$$

où b_{km} sont les coefficients Fourier de la fonction $Xh_m(x)$ par rapport au système des fonctions orthogonales $\{\psi_{hk}\}$ et dont l'expression est:

$$b_{km} = \frac{\left(Xh_m(x), \Psi_{hk}(x)\right)}{\|\Psi_{hk}(x)\|^2},$$

où au numérateur on calcule le produit scalaire des fonctions $Xh_m(x)$ et $\psi_{hk}(x)$, et au dénominateur l'expression de la norme des fonctions $\psi_{hk}(x)$ est utilisée afin d'assurer la condition de normalisation.

En conformité avec la relation de définition de la norme (1.32), introduite par l'intermède du produit scalaire, l'égalité suivante est valable:

$$b_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\psi_h} \psi_{hk}(x) Xh_m(x) dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\psi_h} \psi_{hk}^2(x) dx},$$

où

$$w_{\psi_h} = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2(x)}}$$

sont des fonctions poids, nécessaires afin d'accomplir la condition de normalisation. Utilisant les équations (1.127) et (1.126) et inversant l'ordre de sommation, la relation suivante est obtenue:

$$\frac{1}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_k\left(\sum_m b_{\mathrm{km}}\frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta}k_\delta^2\right)\psi_{hk}(x)=\sum_{k=1}^K G_k\psi_{hk}(x)\quad(1.128)$$

Par identification des coefficients (condition suffisante mais pas nécessaire), il en résulte:

$$G_k=\frac{1}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m b_{\mathrm{km}}\frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta}k_\delta^2.$$

Donc, la composante H_{z0} est déterminée de la manière suivante:

$$H_{z0}=\frac{A}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_k\left(\sum_m b_{\mathrm{km}}\frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{mn\delta}\,k_\delta^2\right)\psi_{hk}(x).\qquad(1.129)$$

Les autres coefficients inconnus F_k peuvent être obtenus en utilisant la relation (1.85) (qui exprime l'une des conditions imposées aux composantes tangentielles du champ magnétique à la surface de séparation des domaines), où on tient compte de l'expression (1.124). Par conséquence:

$$-\frac{i}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_m \mathrm{Xe}_m(x)\left[\beta h_m\frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}'_{\delta m}(y_1)}\zeta_{\mathrm{mn}\delta}-\right.$$

$$\left.-\mu_{r\delta}\varepsilon_{r\delta}\left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2\frac{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Ye}'_{\delta m}(y_1)}\sum_{n=1}^N\alpha_{\mathrm{mn}}D_n\right]=\sum_{k=1}^K F_k\varphi_{hk}\qquad(1.130)$$

Ensuite, les fonctions $Xe_m(x)$ dans la relation (1.130) sont développées par rapport au système de fonctions orthogonales $\{\varphi_{hk}(x)\}$ de l'espace $\mathrm{L}^2_{\mathrm{R}}\left[\frac{w}{2},\frac{a}{2}\right]$ de la manière suivante:

$$Xe_m(x)=\sum_k a_{km}\varphi_{hk}(x),$$

où a_{km} sont les coefficients Fourier de la fonction $Xe_m(x)$ par rapport au système de fonctions orthogonales $\{\varphi_{hk}(x)\}$ et qui ont l'expression:

$$a_{km}=\frac{(\varphi_{hk},Xe_m(x))}{\|\varphi_{hk}\|^2},$$

où au numérateur le φ_{hk} et $Xe_m(x)$ c'est le produit scalaire de fonctions qui est calculé et au dénominateur l'expression de la norme de fonctions φ_{hk} est utilisée, afin d'accomplir la condition de normalisation.

Conformément à la relation (1.32) il résulte:

$$a_{km} = \frac{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\varphi_h}(x)\varphi_{hk}(x)Xe_m(x)dx}{\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} w_{\varphi_h}(x)\varphi_{hk}^2(x)dx},$$

où

$w_{\varphi_h} = \sqrt{1-u^2(x)}$ est une fonction poids.

Si l'ordre de sommation dans l'équation (1.130) est inversée, en développant les fonctions $Xe_m(x)$ en séries Fourier de fonctions orthogonales $\varphi_{hk}(x)$, nous obtenons:

$$-\frac{i}{k_0\rho_0\mu_{r\delta}}\sum_{k=1}^{K}\sum_{m} a_{km}\left[\beta h_m \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}_{\delta m}^{'}(y_1)}\zeta_{\mathrm{mn}\delta} - \right.$$

$$\left. -\mu_{r\delta}\varepsilon_{r\delta}\left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2 \frac{\mathrm{Ye}_{\delta m}^{'}(y_1)}{\mathrm{Ye}_{\delta m}^{'}(y_1)}\sum_{n=1}^{N}\alpha_{\mathrm{mn}}D_n\right]\varphi_{hk}(x) = \sum_{k=1}^{K} F_k\varphi_{hk}(x) \quad (1.131)$$

Par identification des coefficients (condition suffisante mais pas nécessaire), l'expression suivante est obtenue:

$$F_k = -\frac{A}{k_0\ \rho_0\ \mu_{r\delta}}\sum_{m} a_{km}\left[\beta h_m\ \frac{\mathrm{Yh}_{\delta m}(y_1)}{\mathrm{Yh}_{\delta m}^{'}(y_1)}\ \zeta_{\mathrm{mn}\delta} - \right.$$

$$\left. -\mu_{r\delta}\ \varepsilon_{r\delta}\ \left(\frac{k_0}{k_\delta}\right)^2 \frac{\mathrm{Ye}_{\delta m}^{'}(y_1)}{\mathrm{Ye}_{\delta m}^{'}(y_1)}\ \sum_{n=1}^{N}\ \alpha_{\mathrm{mn}}\ d_n\right]. \quad (1.132)$$

1.8 Lignes micro-ruban couplées. Solutions des équations Helmholtz

L'analyse électrodynamique du champ électromagnétique est appliquée aux structures micro-ruban plus compliquées, par exemple aux lignes micro-ruban couplées.

La structure montrée sur la figure 1.7 est une section transversale dans une ligne micro-ruban couplée, ayant des pertes en diélectrique et métal. Au-dessus du milieu diélectrique 1 sont placés N conducteurs d'épaisseur nulle et de largeurs w_ν, où ν=1, 2, ..., N. La structure micro-ruban est blindée électriquement par la boîte de dimensions x_e et y_e. Résoudre ce problème revient à l'intégration des équations Helmholtz, (1.17a) et (1.17b), dans les domaines analysés.

Conformément à la méthode des domaines partielles présentée dans la section 1.6, les composantes longitudinales du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban couplée (voir la figure 1.7) sont déterminées sous forme de séries qui satisfont, par membres, les équation Helmholtz (1.17a) et (1.17b) et les conditions à limite à la surface de l'écran (cette fois $\delta = 1$ dans le sous-couche, et $\delta = 2$ au-dessus de sous-couche):

$$E_{z\delta} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{\delta n} \sin(k_{xn}x) \sin\{k_{y\delta n}[y - (\delta - 1)y_e]\}, \qquad (1.133a)$$

$$H_{z\delta} = \sum_{n=0}^{\infty} B_{\delta n} \cos(k_{xn}x) \cos\{k_{y\delta n}[y - (\delta - 1)y_e]\}, \qquad (1.133b)$$

où $k_{xn} = \frac{n\pi}{x_e}$; $k_{y\delta n} = \sqrt{k_\delta^2 - k_{xn}^2}$; $A_{\delta n}$, $B_{\delta n}$ représentent les coefficients inconnus d'amplitude.

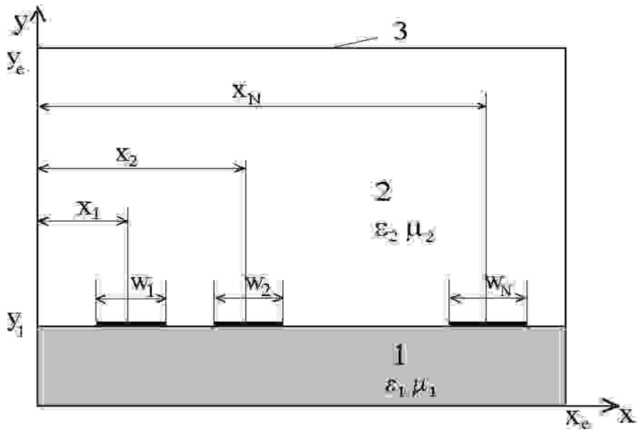


Figure 1.7. Section transversale dans une ligne micro-ruban couplée

1.9 Conditions à la surface de séparation des milieux diélectriques pour les lignes couplées

A la limite de séparation des deux milieux, où $y = y_1$, les conditions suivantes, qui se retrouvent aussi dans les relations (1.79)÷(1.82) sont accomplies:

a) les conditions de continuité des composantes tangentielles du champ électrique pour $0 \le x \le x_e$:

$$E_{z1} = E_{z2} \qquad (1.134)$$

$$E_{x1} = E_{x2} \qquad (1.135)$$

b) les conditions imposées aux composantes tangentielles du champ magnétique qui tiennent compte de l'influence des conducteurs de la ligne couplée:

$$H_{z1} - H_{z2} = \begin{cases} \eta_{xv}, & \text{pour} \quad x_v - \frac{w_v}{2} \leq x \leq x_v + \frac{w_v}{2} \\ 0, & \text{pour les autres valeurs de x;} \end{cases} \tag{1.136}$$

$$H_{x1} - H_{x2} = \begin{cases} \eta_{zv}, & \text{pour} \quad x_v - \frac{w_v}{2} \leq x \leq x_v + \frac{w_v}{2} \\ 0, & \text{pour les autres valeurs de x;} \end{cases} \tag{1.137}$$

c) les conditions qui tiennent compte de l'influence des conducteurs de la ligne couplée (pour $x_v - \frac{w_v}{2} < x < x_v + \frac{w_v}{2}$) et qui imposent l'annulation des composantes tangentielles du champ électrique:

$$E_{z1} = 0, \tag{1.138}$$

$$E_{x1} = 0,. \tag{1.139}$$

Les densités de courants de conduction longitudinal et transversal, c'est-à-dire η_z et η_x sont développées en séries Fourier convergentes par rapport au système de fonctions orthogonales donné par les polynômes et les fonctions Tchebychev:

$$\eta_{zv} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \sum_{m=1}^{\infty} C_{vm} T_{m-1}(u), \tag{1.140}$$

$$\eta_{xv} = \sqrt{1-u^2} \sum_{m=1}^{\infty} D_{vm} U_{m-1}(u), \tag{1.141}$$

où:

- C_{vm} et D_{vm} sont les coefficients inconnus d'amplitude;
- $u(x) = \frac{2(x-x_v)}{w_v}$ pour $x_v - \frac{w_v}{2} < x < x_v + \frac{w_v}{2}$;
- $T_{m-1}(u)$ et $U_{m-1}(u)$ sont les polynômes Tchebychev d'espèce I, d'ordre 1 et, respectivement, des fonctions Tchebychev d'espèce II, d'ordre 1.

Les composantes transversales du champ électromagnétique qui entrent dans les expressions (1.134)÷(1.139), sont déterminées en introduisant les solutions (1.133a) et (1.133b) dans les relations (1.31a)÷(1.31d).

Par la suite, la modalité de résolution des problèmes est similaire à celle présentée dans la section 1.6: dans le système infini d'équations qui est formé en écrivant les conditions à la limite, les séries Fourier sont remplacées (après une étape d'analyse de leur convergence) par des sommes partielles finies; résoudre l'équation transcendante qui apparaît revient à trouver les valeurs de la constante de propagation qui vérifient l'équation et décident la configuration des modes hybrides d'onde dans la ligne micro-ruban couplée.

1.10 Conclusions

L'analyse électrodynamique du champ électromagnétique permet de modéliser de manière précise les phénomènes qui ont lieu dans la ligne micro-ruban blindée et accomplie les objectifs présentés dans le chapitre introductif et dans la section 1.4. Par conséquence, la méthode présentée est utilisée afin de déterminer la configuration du champ électromagnétique, les paramètres et leur caractéristiques de dispersion, tout en vérifiant les équations Helmholtz dans la totalité du domaine analysé mais aussi les conditions imposées au champ électromagnétique à la surface de séparation des deux domaines et à la proximité de l'arête du conducteur placé entre les deux milieux.

Les difficultés rencontrées à l'application de l'analyse électrodynamique du champ électromagnétique aux structures micro-ruban sont, en principal, la formulation et ensuite la solution du système infini et homogène d'équations algébriques (obtenu après l'utilisation des équations Helmholtz) et de satisfaire les conditions imposées aux champs électrique et magnétique à la proximité de l'arête du conducteur et à la limite de séparation des deux milieux diélectriques (compte tenant des propriétés des ensembles de fonctions propres orthogonales dans les milieux analysés).

Les représentations du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée confirme que ses variations majeures se trouvent dans le milieu de la sous-couche et dans la zone de séparation des deux milieux diélectriques. Les composantes H_x, E_y et E_z sont symétriques, et les composantes E_x, H_y et H_z sont anti-symétriques par rapport à l'axe 0y (voir la figure 1.2, où la cellule élémentaire de la ligne micro-ruban est représentée).

Une autre conclusion est le fait que la propagation de l'énergie dans la ligne micro-ruban n'a pas lieu sans pertes pour toutes les fréquences dans la gamme des micro-ondes.

Les facilités électrodynamiques du champ électromagnétique peuvent être aussi utilisées afin de résoudre des problèmes encore plus compliqués, spécifiques aux structures micro-ruban pour les micro-ondes.

CHAPITRE 2

ETUDE DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE DANS LA LIGNE MICRO-RUBAN BLINDÉE EN UTILISANT LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES

Ce chapitre représente une étude du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée, effectué par l'intermède de la méthode des différences finies, de manière à réfléchir le plus exactement possible les phénomènes dans la ligne micro-ruban. Parmi les méthodes de calcul numérique utilisées pour résoudre les équations aux dérivées partielles, la méthode des différences finies est plus facile à mettre en œuvre pour les lignes micro-ruban blindées, par rapport à la méthode des éléments finis, car cette dernière nécessite des modèles mathématiques plus sophistiqués et aussi plus laborieux pour sa formulation. La méthode des différences finies, utilisée avec succès pour résoudre les problèmes scalaires et vectoriels les plus difficiles d'électrodynamique [18]÷[19], a été préférée à la méthode d'élément fini pour l'analyse des structures électrodynamiques pour des avantages qui seront mis en évidence dans ce chapitre.

Cette méthode nous permet d'approximer les équations Helmholtz, établies dans la section 1.2, par des différences finies, dans un nombre fini de points dans le domaine analysé.

2.1 Equations d'Helmholtz approximés par des différences finies

La méthode des différences finies sera appliquée afin d'approximer les solutions des équations duales Helmholtz (1.17a) et (1.17b):

$$\frac{\partial^2 H_z(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z(x,y)}{\partial y^2} + k_\delta^2 H_z(x,y) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 E_z(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z(x,y)}{\partial y^2} + k_\delta^2 E_z(x,y) = 0,$$

dans le cas des problèmes Neumann et Dirichlet. L'indice δ désigne les deux domaines diélectriques ($\delta = 1 \div 2$).

Par la suite, on envisage à déterminer les solutions des équations (1.17a) et (1.17b), continues sur le domaine compact $D \cup \Gamma$ (Γ étant la frontière du domaine de définition D), délimité par la section transversale dans la ligne micro-ruban blindée (voir la figure 2.1) et qui satisfont les conditions à la limite:

$$\left.\frac{\partial H_z}{\partial \vec{n}}\right|_\Gamma = 0, \ \vec{\mathrm{n}} \text{ est le verseur normal à } \Gamma.$$

$$E_z|_\Gamma = 0.$$

Afin de réduire le problème (noté par P) à un problème numérique (noté par P1) un réseau de droites est considérée (voir la figure 2.1):

$$x = x_0 + j\Delta x,$$

$$y = y_0 + i\Delta y, \text{ où } i, j \in Z$$

qui couvre le domaine $D^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cup \Gamma^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ (étant donnée la symétrie, seulement une moitié de la section transversale de la ligne micro-ruban, déterminée par la cellule complémentaire est présentée sur la figure 1.1).

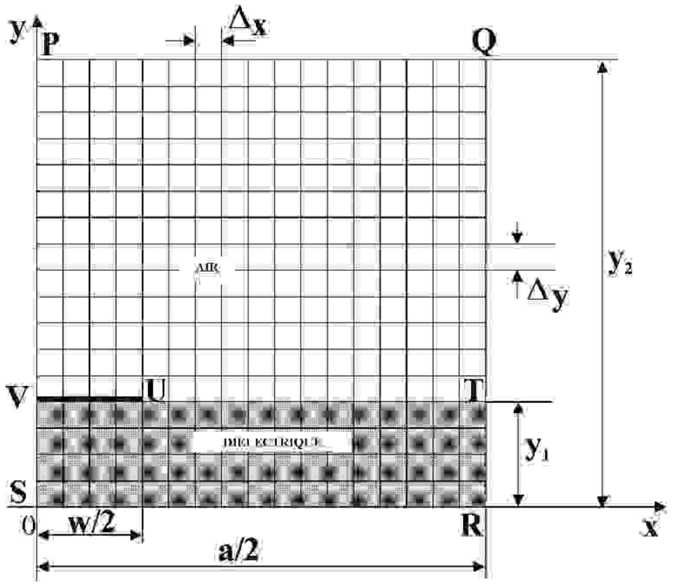


Figure 2.1 Le réseau des cellules rectangulaires des cellules associées à la cellule élémentaire

Les points d'intersection des droites s'appellent les noeuds du réseau; deux noeuds sont voisins si la distance entre eux, mesurée après l'axe *0x* ou *0y*, est égale au pas du réseau. L'ensemble des noeuds voisins intérieurs au domaine $D^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ forme le domaine $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ et représente la partie intérieure du réseau.

Les points de $D^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cup \Gamma^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, qui appartiennent au réseau et qui ont au moins un point voisin extérieur au domaine forment la frontière du réseau, $\Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$.

Dans chaque noeud (j, i) (qui correspond au point de coordonnées

$(x_0 + j\Delta x,\ y_0 + i\Delta y) \equiv (x_j, y_i))$ dans le domaine $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, l'équation (1.17a) est approximée par une équation aux différences finies qui utilisera les approximations des dérivées de la composante longitudinale du champ magnétique (la notation $\phi = H_z$ est utilisée).

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{j,i} \approx \frac{\phi_{j+1,i} - \phi_{j-1,i}}{2\Delta x}, \tag{2.1a}$$

$$\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\right)_{j,i} \approx \frac{\phi_{j+1,i} - 2\phi_{j,i} + \phi_{j-1,i}}{\Delta x^2}, \tag{2.1b}$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_{j,i} \approx \frac{\phi_{j,i+1} - \phi_{j,i-1}}{2\Delta y}, \tag{2.1c}$$

$$\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right)_{j,i} \approx \frac{\phi_{j,i+1} - 2\phi_{j,i} + \phi_{j,i-1}}{\Delta y^2}. \tag{2.1d}$$

Les dérivées de première ordre (2.1a) et (2.1c) sont utilisées afin d'établir les relations entre les composantes longitudinales du champ magnétique, à la proximité de l'écran électrique.

La notation $\eta = \frac{\omega\varepsilon_0}{\beta} E_z$, est utilisée afin de simplifier les relations entre les composantes tangentielles à la surface de séparation des deux milieux. Les approximations par différences finies des dérivées de la composante longitudinale du champ électrique sont déterminées de la manière suivante:

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_{j,i} \approx \frac{\eta_{j+1,i} - \eta_{j-1,i}}{2\Delta x}, \tag{2.2a}$$

$$\left(\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}\right)_{j,i} \approx \frac{\eta_{j+1,i} - 2\eta_{j,i} + \eta_{j-1,i}}{\Delta x^2}, \tag{2.2b}$$

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)_{j,i} \approx \frac{\eta_{j,i+1} - \eta_{j,i-1}}{2\Delta y}, \tag{2.2c}$$

$$\left(\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2}\right)_{j,i} \approx \frac{\eta_{j,i+1} - 2\eta_{j,i} + \eta_{j,i-1}}{\Delta y^2} \tag{2.2d}$$

Utilisant les notations ci-dessus, les équations Helmholtz deviennent:

$$L(\phi) \equiv \Delta^2\phi + k_\delta^2\phi = 0, \tag{2.3a}$$

$$L(\eta) \equiv \Delta^2\eta + k_\delta^2\eta = 0 \tag{2.3b}$$

En substituant les relations (2.1b) et (2.1d), respectivement (2.2b) et (2.2d), dans les équations (2.3a) et (2.3b), ces deux dernières seront approximées par des différences finies de la manière suivante:

$$L\left(\phi_{j,i}\right) \equiv \frac{\phi_{j+1,i}-2\phi_{j,i}+\phi_{j-1,i}}{\Delta x^2} + \frac{\phi_{j,i+1}-2\phi_{j,i}+\phi_{j,i-1}}{\Delta y^2} + k_\delta^2\phi_{j,i} = 0 \qquad (2.4)$$

et

$$L(\eta_{j,i}) \equiv \frac{\eta_{j+1,i}-2\eta_{j,i}+\eta_{j-1,i}}{\Delta x^2} + \frac{\eta_{j,i+1}-2\eta_{j,i}+\eta_{j,i-1}}{\Delta y^2} + k_\delta^2\eta_{j,i} = 0. \qquad (2.5)$$

Grâce aux notations:

$$\lambda = k_1^2\Delta x^2,\ R = \frac{\Delta x}{\Delta y} \text{ et } \tau = \frac{k_1^2}{k_2^2} \qquad (2.6)$$

les équations (2.5) et (2.6) deviennent:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2(1+R^2)\phi_{j,i} - \phi_{j+1,i} - \phi_{j-1,i} - R^2\phi_{j,i+1} - \phi R^2\phi_{j,i-1}, \qquad (2.7)$$

$$\lambda\eta_{j,i} = 2(1+R^2)\eta_{j,i} - \eta_{j+1,i} - \eta_{j-1,i} - R^2\eta_{j,i+1} - R^2\eta_{j,i-1}, \qquad (2.8)$$

pour l'air et:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2\tau(1+R^2)\phi_{j,i} - \tau\phi_{j+1,i} - \tau\phi_{j-1,i} - \tau R^2\phi_{j,i+1} - \tau R^2\phi_{j,i-1}, \quad (2.9)$$

$$\lambda\eta_{j,i} = 2\tau(1+R^2)\eta_{j,i} - \tau\eta_{j+1,i} - \tau\eta_{j-1,i} - \tau R^2\eta_{j,i+1} - \tau R^2\eta_{j,i-1}, \quad (2.10)$$

pour le milieu diélectrique.

L'introduction du paramètre τ est très importante, car elle nous permet de déterminer la constante de temps du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban (les deux domaines sont réunis dans un seul problème).

Parce que l'équation correspondante au noeud (x_j, y_i) utilise les valeurs de la fonction dans tous les points voisins, la procédure s'appelle aussi « approximation en croix ».

Pour chaque point de l'ensemble $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ une équation aux différences finies est écrite, similaire aux (2.7) et (2.9), pour la composante ϕ et aux (2.8) et (2.10) pour la composante η. Parce que les fonctions inconnues ϕ et η sont données sur la courbe Γ, les procédures de transfert des conditions à la limite sur $\Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ (qui n'est plus une courbe mais un ensemble de points) sont utilisées afin d'obtenir les conditions sur l'ensemble $\Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$.

La valeur attribuée aux fonctions ϕ et η dans un point $N \in \Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ dépend des valeurs des points voisins de N dans $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ et sur Γ.

L'approximation des équations de Helmholtz en utilisant la méthode des différences finies permet de clarifier quelques problèmes:

a) Le système aux équations différentielles finies approximant les équations Helmholtz, admet-il une solution?

b) Quelle est l'erreur résultante par le remplacement de l'équation Helmholtz par une équation aux différences finies?

c) Si le pas du réseau tend à zéro, est-ce qu'il l'erreur aussi tend à zéro ?

Il faut noter que l'erreur d'intégration approximative par la méthode utilisée est la résultante de plusieurs erreurs:

- l'erreur de méthode, causée par le remplacement de l'équations différentielle par des équations aux différentes finies et par le transfert des conditions à la limite entre la courbe Γ et l'ensemble de points $\Gamma_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$;
- l'erreur de calcul, étant donné que les solutions des équations aux différences finies ne peuvent être déterminées que de facture approximative.

L'erreur liée au remplacement des équations de Helmholtz par les équations aux différences finies (2.7)÷(2.10) est égale à l'ordre de grandeur du carré du pas de grille, respectivement $(\Delta x)^2$ et $(\Delta y)^2$.

2.2 Equations aux différences finies correspondantes aux points sur la frontière

La procédure pour déterminer les équations engendrées par les expressions aux différences finies pour des points situés sur la frontière est présentée ci-dessous.

A la proximité d'écran électrique, où les conditions à la limite imposent [10]:

$$\eta_{j,i} = 0 \text{ et } \left(\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}}\right)_{j,i} = 0$$

et, à la proximité d'écran magnétique (situé dans le plan $x = 0$ sur la figure 2.1), où les conditions à la limite sont [10]:

$$\phi_{ji} = 0 \text{ et } \left(\frac{\partial \eta}{\partial \vec{n}}\right)_{j,i} = 0,$$

les équations (2.7)÷(2.10) se modifient.

Sur la frontière PQ (voir la figure 2.1), où

$$\frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial y} = 0 \text{ et } \eta_{j,i}=0,$$

les équations (2.1c) et (2.2d), au-dessus de la frontière PQ, permettent écrire pour le noeud fictif $(j, i-1)$, placé à l'extérieur du domaine $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$:

$$\phi_{j,i+1} = \phi_{j,i-1}^{fictif}$$

$$\eta_{j,i+1} = -\eta_{j,i-1}^{fictif}$$

La dernière équation concernant l'asymétrie relative à l'écran électrique de la composante longitudinale du champ électrique ($\eta = \frac{\omega \varepsilon_0}{\beta} E_z$) sera utilisée afin de déterminer les composantes transversales du champ électrique.

Compte tenant de la première équation ci-dessus, l'équation (2.7) devient:

$$\lambda \phi_{j,i} = 2(1 + R^2)\phi_{j,i} - \phi_{j+1,i} - \phi_{j-1,i} - 2R^2 \phi_{j,i+1} \quad (2.11)$$

De manière similaire, sur la frontière SR, le noeud fictif $(j, i+1)$, placé à l'extérieur du domaine $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, sous la frontière SR, est utilisé et on trouve:

$$\phi_{j,i+1}^{fictif} = \phi_{j,i-1},$$

$$\eta_{j,i+1}^{fictif} = -\eta_{j,i-1}$$

Dans ces conditions, l'équation (2.9) devient:

$$\lambda \phi_{j,i} = 2\tau(1 + R^2)\phi_{j,i} - \tau\phi_{j+1,i} - \tau\phi_{j-1,i} - 2\tau R^2 \phi_{j,i-1} \quad (2.12)$$

Sur la frontière QR (figure 2.1), où $\frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial x} = 0$ et $\eta_{j,i} = 0$, compte tenant des équations (2.1a) et (2.2b), il résulte:

$$\phi_{j+1,i}^{fictif} = \phi_{j-1,i}$$

$$\eta_{j+1,i}^{fictif} = -\eta_{j-1,i}.$$

Dans ce cas, le noeud fictif est placé à l'extérieur du domaine $D_1^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, dans la partie droite de la frontière. Par conséquence, l'équation (2.7) devient:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2(1+R^2)\phi_{j,i} - 2\phi_{j-1,i} - R^2\phi_{j,i+1} - R^2\phi_{j,i-1}, \tag{2.13}$$

et l'équation (2.9) devient:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2\tau(1+R^2)\phi_{j,i} - 2\tau\phi_{j-1,i} - \tau R^2\phi_{j,i+1} - \tau R^2\phi_{j,i-1} \tag{2.14}$$

Sur la frontière PS (figure 2.1), où $\frac{\partial\eta_{j,i}}{\partial x} = 0$ et $\phi_{j,i} = 0$, il résulte:

$$\eta_{j+1,i} = \eta_{j-1,i}^{fictif}$$

$$\phi_{j+1,i} = -\phi_{j-1,i}^{fictif}.$$

Le noeud $(j-1,i)$ est lui aussi un noeud fictif placé en dehors de la cellule élémentaire, à gauche de la frontière PS. Dans ce cas, l'équation (2.8) devient:

$$\lambda\eta_{j,i} = 2(1+R^2)\eta_{j,i} - 2\eta_{j+1,i} - R^2\eta_{j,i+1} - R^2\eta_{j,i-1}, \tag{2.15}$$

et l'équation (2.10) devient:

$$\lambda\eta_{j,i} = 2\tau(1+R^2)\eta_{j,i} - 2\tau\eta_{j+1,j} - \tau R^2\eta_{j,i+1} - \tau R^2\eta_{j,i-1}. \tag{2.16}$$

L'antisymétrie de la composante longitudinale du champ magnétique ($\phi = H_z$) relative à l'écran électrique est utilisée afin de déterminer les composantes transversales du champ magnétique, conformément aux équations (1.31c)÷(1.31d).

A la limite de séparation des domaines, définies par le produit cartésien $\{y = y_1\} \times \left[\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right]$, compte tenant de la loi de Gauss pour le champ magnétique (1.1d), la condition suivante est accomplie:

$$\vec{n}\vec{B}_A - \vec{n}\vec{B}_D = 0 \tag{2.17}$$

Les indices utilisés dans l'équation (2.17) mettent en évidence la densité du flux magnétique dans l'air (le premier) et respectivement la densité du flux magnétique dans le milieu diélectrique de la sous-couche (le deuxième).

Parce que $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$, on peut écrire:

$$H_{y,A} = H_{y,D}\big|_{y=y1}, \; x \in \left(\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right). \tag{2.18}$$

Conformément à la relation (1.78), il résulte:

$$H_{x,A} = H_{x,D}\big|_{y=y1}, \; x \in \left(\frac{w}{2}, \frac{a}{2}\right). \tag{2.19}$$

Utilisant les relations correspondantes aux composantes transversales du champ magnétique (1.31c) et (1.31d) du chapitre 1 et les notations utilisées au début de ce chapitre, les équations (2.18) et (2.19) deviennent:

$$-\frac{\partial \phi_A}{\partial y} + \frac{\partial \eta_A}{\partial x} = \tau\left(-\frac{\partial \phi_A}{\partial y} + \varepsilon_{r2}\frac{\partial \eta_D}{\partial x}\right) \tag{2.20}$$

$$-\frac{\partial \phi_A}{\partial x} + \frac{\partial \eta_A}{\partial y} = \tau\left(-\frac{\partial \phi_D}{\partial x} + \varepsilon_{r2}\frac{\partial \eta_D}{\partial y}\right). \tag{2.21}$$

Afin d'établir la liaison entre les composantes des champs électrique et magnétique, tangentielles à la surface de séparation des milieux, la notation $\phi^{A}_{j,i-1}$ est introduite; elle met en valeur les valeurs des composantes longitudinales du champ magnétique, correspondantes aux points (*j,i-1*), placés dans l'air; aussi, la notation $\phi^{D}_{j,i+1}$ représente les valeurs correspondantes aux points $(j, i+1)$, placé dans le milieu diélectrique.

Les équations aux différences finies correspondantes aux points situés sur la surface de séparation des milieux peuvent être écrites une fois utilisant la relation (2.7), quand l'interface est abordée du côté air:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2(1+R^2)\phi_{j,i} - \phi_{j+1,i} - \phi_{j-1,i} - R^2\phi_{j,i+1} - R^2\phi^{A}_{j,i-1}, \tag{2.22}$$

et la deuxième fois en utilisant la relation (2.9), quand l'interface est abordée du côté diélectrique:

$$\lambda\phi_{j,i} = 2\tau(1+R^2)\phi_{j,i} - \tau\phi_{j+1,i} - \tau\phi_{j-1,i} - \tau R^2\phi^{D}_{j,i+1} - \tau R^2\phi_{j,i-1} \tag{2.23}$$

Afin d'éliminer les valeurs inconnues $\phi^{A}_{j,i-1}$ et $\phi^{D}_{j,i+1}$ dans les équations (2.22) et (2.23), les conditions (2.20) et (2.21) sont écrites sous une forme utilisant les différences finies:

$$(\tau - 1)\frac{\phi_{j+1,i} - \phi_{j-1,i}}{2\Delta x} = \varepsilon_{r2}\tau\frac{\eta^{D}_{j,i+1} - \eta_{j,i-1}}{2\Delta y} - \frac{\eta_{j,i+1} - \eta^{A}_{j,i-1}}{2\Delta y} \tag{2.24}$$

$$(\varepsilon_{r2}\tau - 1)\frac{\eta_{j+1,i}-\eta_{j-1,i}}{2\Delta x} = \varepsilon_{r2}\tau\frac{\phi_{j,i+1}-\phi_{j,i-1}^{A}}{2\Delta y} - \frac{\phi_{j,i+1}^{D}-\phi_{j,i-1}}{2\Delta y}. \qquad (2.25)$$

Suivant l'élimination de $\phi_{j,i-1}^{A}$ et de $\phi_{j,i+1}^{D}$ dans l'équation (2.25), et utilisant les relations (2.22)÷(2.23), il résulte:

$$\lambda\phi_{j,i} = (1+\tau)(1+R^2)\phi_{j,i} - \frac{1}{2}(1+\tau)\phi_{j+1,i} - R^2\phi_{j,i+1} -$$
$$-\frac{1}{2}(1+\tau)\phi_{j-1,i} - \tau R^2\phi_{j,i-1} - \frac{1}{2}R(1-\varepsilon_{r2}\tau)\eta_{j+1,i} + \frac{1}{2}R(1-\varepsilon_{r2}\tau)\eta_{j-1,i} \quad (2.26)$$

Les valeurs des composantes longitudinales du champ magnétique sur la ligne métallique (notée par VU sur la figure 2.1) sont déterminées en utilisant la relation (2.11) pour le cas où le réseau de droites aborde la ligne du côté air et en utilisant l'équation (2.12), quand celle-ci est abordée du côté diélectrique.

L'équation correspondante aux composantes longitudinales du champ électrique est obtenue de manière similaire en utilisant la relation (2.24), partant des équations aux différences finies correspondantes aux points situés sur la surface de séparation des milieux, écrites par l'intermède de l'équation (2.8) (quand l'interface est abordée du côté air) et par l'intermède de l'équation (2.10) (quand l'interface est abordée du côté diélectrique):

$$\lambda\eta_{j,i} = 2\left(\frac{1+\varepsilon_{r2}\tau}{1+\varepsilon_{r2}}\right)(1+R^2)\eta_{j,i} - \left(\frac{1+\varepsilon_{r2}\tau}{1+\varepsilon_{r2}}\right)\eta_{j+1,i} - \frac{2R^2}{\varepsilon_{r2}+1}\eta_{j,i+1} -$$
$$-\left(\frac{1+\varepsilon_{r2}\tau}{1+\varepsilon_{r2}}\right)\eta_{j-1,i} - \frac{2\varepsilon_{r2}\tau R^2}{\varepsilon_{r2}+1}\eta_{j,i-1} - \left(\frac{\tau-1}{1+\varepsilon_{r2}}R\right)\phi_{j+1,i} - \left(\frac{\tau-1}{1+\varepsilon_{r2}}R\right)\phi_{j-1,i} \quad (2.27)$$

Les équations (2.26) et (2.27) sont valables pour la majorité de points sur la surface de séparation des milieux. Sur cette surface de séparation se trouvent également deux points dont les particularités seront analysées ci-dessous.

L'un de ces deux points est le point T sur la figure 2.1, où l'interface rencontre la frontière QR et la relation (2.27) ne peut pas être utilisée parce que dans ce cas $\eta_{j,i} = 0$. Compte tenant de la première condition pour la proximité de l'écran diélectrique, énoncée au début du chapitre

$$\eta_{j,i} = \frac{\partial^2\eta_{j,i}}{\partial y^2} \equiv 0$$

et introduisant l'identité ci-dessus dans l'équation Helmholtz (2.3b), il résulte:

$$\frac{\partial^2\eta_{j,i}}{\partial x^2} = 0. \qquad (2.28)$$

La deuxième condition à la proximité de l'écran électrique impose:

$$\frac{\partial \phi_{j,i}}{\partial x} = 0$$

Conformément aux équations (2.1a), (2.2d) et (2.2b), nous obtenons, donc:

$$\phi_{j+1,i} = \phi_{j-1,i},$$

$$\eta_{j,i+1} = -\eta_{j,i-1},$$

$$\eta_{j+1,i} = -\eta_{j-1,j}$$

Ces conditions déterminent la modification de l'équation (2.26), de la manière suivante"

$$\lambda\phi_{j,i} = (1+\tau)(1+R^2)\phi_{j,i} - (1+\tau)\phi_{j+1,i} - R^2\phi_{j,i+1} -$$
$$-\tau R^2\phi_{j,i-1} - R(1-\varepsilon_{r2}\tau)\eta_{j+1,i} \qquad (2.29)$$

L'analyse du comportement des composantes longitudinales des champs électrique et magnétique à la proximité de l'autre point particulier sur la surface de séparation des domaines, noté par U sur la figure 2.1, se fait de manière similaire.

2.3 Le système d'équations aux différences finies. Les valeurs propres

Si les équations pour $\phi_{j,i}$ et $\eta_{j,i}$, sont écrites pour chaque noeud du réseau présenté sur la figure 2.1, tout en sélectant chaque fois parmi les équations (2.7)÷(2.29) l'équation qui particularise chaque noeud, un système d'équations représentant un problème des valeurs propres est obtenu:

$$\boldsymbol{AX} = \lambda_k \boldsymbol{X}, \qquad (2.30)$$

où

- ***X*** est un vecteur propre;
- λ_k (k représente le nombre d'équations aux différences finies dans le système) sont les valeurs propres;
- ***A*** est une matrice carrée, dont l'étude sera repris quand les logiciels de calcul seront détaillés.

Le vecteur ***X*** est formé par la réunion des fonctions $\phi_{j.i}$ et $\eta_{j.i}$, c'est-à-dire:

$$
\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \vdots \\ \phi_{1m} \\ \phi_{21} \\ \vdots \\ \phi_{nm} \\ \eta_{11} \\ \eta_{12} \\ \vdots \\ \eta_{1p} \\ \eta_{21} \\ \vdots \\ \eta_{sp} \end{bmatrix}, \qquad k=n\times m+s\times p
$$

La réunion des composantes longitudinales des champs magnétique et électrique dans un seul vecteur est imposée par le fait que les équations de continuité à la surface de séparation des milieux, (2.26) et (2.27), utilisent les composantes longitudinales du champ électrique mais aussi celles du champ magnétique; cette réunion est possible grâce au paramètre τ.

La solution du problème matricielle (2.30) permet à déterminer les composantes longitudinales puis transversale des champs électrique et magnétique.

2.4 Conclusions

La méthode des différences finies est une technique numérique très puissante pour résoudre des équations aux dérivées partielles, utilisé avec succès pour résoudre les problèmes scalaires et vectoriels les plus difficiles de l'électrodynamique, qui permet d'approximer les équations Helmholtz par des équations aux différences finies, pour un nombre fini de points dans le domaine analysé.

La méthode des différences finies présente un certain nombre d'avantages par rapport à la méthode des éléments finis, qui ces derniers temps, par la fréquence de son utilisation dans la plupart des programmes d'analyse numérique, et par l'offre généreuse de logiciels commerciaux destinés au milieu universitaire, tend à se présenter comme une panacée dans le domaine de l'électromagnétisme. Outre le fait que les mathématiques derrière les méthodes des éléments finis sont assez avancées et donc la méthode d'expertise pour la mettre en œuvre, l'analyse par éléments finis est généralement beaucoup plus exigeante sur le système informatique, qui dépend du type d'analyse.

L'un des avantages de la méthode des différences finies vise la possibilité de réunir les deux domaines d'analyse en un seul problème et, implicitement, la mise en œuvre et la résolution plus rapides du modèle mathématique. Parallèlement, la méthode des différences finies permet une gestion aisée des problèmes aux limites et la définition des conditions aux limites, respectivement au voisinage de la ligne métallique ou à la surface barrière entre les milieux diélectriques.

L'étude menée dans ce chapitre opte pour satisfaire les conditions imposées au champ électromagnétique à la surface de séparation entre les milieux diélectriques, et ainsi il est possible de réunir les composantes longitudinales des champs électriques et magnétiques au sein d'un même problème de valeurs et de vecteurs propres. Après l'identification des vecteurs propres, les composantes longitudinales et puis transversale des champs électrique et magnétique dans les points du réseau des droites peuvent être déterminées.

CHAPITRE 3

PARAMETRES DE LA LIGNE MICRO-RUBAN BLINDÉE

Dans ce chapitre sont définis les principaux paramètres d'une ligne micro-ruban blindée: l'impédance caractéristique, la longueur d'onde, la permittivité diélectrique relative et les autres paramètres spécifiques à la propagation du champ électromagnétique.

Dans la première partie sont présentées les formules obtenues en utilisant **l'approximation quasi-statique** du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban; la deuxième partie présente les formules fournies par **l'analyse électrodynamique** du champ (méthode présentée dans le chapitre 1); enfin, les domaines de fréquence qui font l'objet des deux approches sont établies.

3.1 Méthode de détermination des paramètres de la ligne micro-ruban blindée en utilisant l'approximation quasi-statique.

Une section transversale arbitraire dans une ligne de transmission micro-ruban symétrique et blindée (la cellule élémentaire définie au chapitre 1.2, respectivement à la figure 1.2) est considérée.

Le milieu diélectrique supérieur (l'air) a les propriétés électriques et magnétiques ε_1 et μ_1 et le milieu inférieur (placé sous la ligne métallique de largeur w) est un diélectrique d'épaisseur y_1, dont la permittivité relative est $\varepsilon_2 > 1$ et la perméabilité magnétique relative est μ_r.

Une présentation des formules empiriques spécifiques à l'analyse par l'approximation quasi-statique sera d'abord effectuée.

La longueur d'onde est calculée en utilisant la relation suivante [27]:

$$\lambda_m = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} \tag{3.1}$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans l'espace libre et $\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon}{K^2}$ est la permittivité diélectrique effective. La valeur du coefficient K est déterminée en utilisant l'expression [22]:

$$K = \begin{cases} \left[\dfrac{\varepsilon}{1+0{,}63(\varepsilon-1)\left(\frac{w}{y_1}\right)^{0{,}1255}}\right]^{\frac{1}{2}} & \text{pour } \dfrac{w}{y_1} \geq 0{,}6 \\ \left[\dfrac{\varepsilon}{1+0{,}6(\varepsilon-1)\left(\frac{w}{y_1}\right)^{0{,}1297}}\right]^{\frac{1}{2}} & \text{pour } \dfrac{w}{y_1} < 0{,}6 \end{cases} . \quad (3.2)$$

La gamme de variation du coefficient K est approximativement égale à $1{,}1 \div 1{,}3$ et elle est déterminée par les valeurs de la permittivité diélectrique et du rapport $\frac{w}{y_1}$.

La permittivité effective peut être calculée aussi par l'intermède de la formule empirique [22]:

$$\varepsilon_{ef} = 1 + q(\varepsilon - 1) = \frac{\varepsilon+1}{2} + \frac{\varepsilon-1}{2}\left(1 + \frac{10 y_1}{w}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

où $q = 0{,}55 \div 0{,}85$ est le coefficient de remplissage du diélectrique et qui dépend aussi des valeurs de la permittivité diélectrique et du rapport $\frac{w}{y_1}$.

Les formules (3.1)÷(3.3) sont valables pour une ligne ouverte, dont l'épaisseur vaut 0. Compte tenant de l'épaisseur de la ligne t une largeur effective sera utilisée dans les équations ci-dessus:

$$w_{ef} = w + \Delta w = w + \frac{t}{\pi}\left(ln\frac{2y_1}{t} + 1\right) \quad (3.4)$$

Pour calculer l'impédance caractéristique de la ligne micro-ruban, obtenue en utilisant l'approximation quasi-statique, l'expression suivante est couramment utilisée:

$$Z_0 = \frac{377 y_1}{\sqrt{\varepsilon} w\left[1+1{,}735\varepsilon^{-0{,}0724}\left(\frac{w}{y_1}\right)^{-0{,}836}\right]} \quad (3.5)$$

3.2 Méthodes de détermination des paramètres de la ligne micro-ruban blindée par l'intermède de l'analyse électrodynamique

L'analyse électrodynamique du champ électromagnétique fournit les paramètres de la propagation et les expressions de ses composantes, permettant ainsi le calcul de tous les paramètres de la ligne micro-ruban blindée.

Le calcul de **l'impédance caractéristique** est effectué par l'intermède des trois procédures [27]:

- en utilisant les valeurs de la différence de potentiel entre la ligne métallique et le plan de masse placé sous la couche diélectrique et les valeurs de la puissance transmise dans la ligne:

$$Z_0 = \frac{U^2}{(2P)}; \tag{3.6}$$

- en utilisant le rapport entre la tension électrique et le courant électrique dans le conducteur:

$$Z_0 = \frac{U}{I}; \tag{3.7}$$

- en utilisant les valeurs de la puissance transmise par la ligne et celles du courant électrique:

$$Z_0 = \frac{2P}{I^2}. \tag{3.8}$$

Aussi, afin de déterminer l'impédance caractéristique de la ligne micro-ruban, il faut calculer les composantes du champ électromagnétique et, ensuite, la tension, le courant et la puissance transmise dans la ligne.

La tension (différence de potentiel) est calculée dans le plan transversal et elle est donnée par la relation suivante:

$$U = \int_0^{y_1} E_{y_1} dy|_{x=0}, \tag{3.9}$$

où l'intégrale est calculée entre deux points équipotentiels placés sur le contour des conducteurs; ici elle est calculée entre la partie inférieure de l'écran et la ligne. Etant donnée la symétrie le plan $x = 0$ est choisi au milieu de la ligne métallique (fig. 1.2):

$$I = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \eta_z dx \tag{3.10}$$

La quantité η_z représente la composante longitudinale de la densité du courant de conduction et elle est déterminée utilisant l'équation:

$$\eta_z = \frac{\partial H_x}{\partial y}, \text{ pour } -\frac{w}{2} \le x \le \frac{w}{2}$$

La puissance transmise par la surface S est définie de la manière suivante:

$$P = \int_S \vec{p}\vec{n}\, ds,$$

où $\vec{n}$ est la normale à la surface S, ds est l'élément de surface et $\vec{p}$ représente la densité du flux de puissance, qui est exprimée en utilisant le vecteur Poynting:

$$\vec{p} = \frac{1}{2}\, Re\ \left(\vec{E} \times \vec{H}^*\right),$$

où $\vec{H}^*$ représente l'amplitude complexe et conjuguée du champ magnétique.

Parce que $\vec{n} = \vec{e}_z$, c'est-à-dire le verseur de la normale à la section transversale est orienté le long de l'axe z, la puissance transmise devient:

$$P = \frac{1}{2} Re \int_S \left(\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*\right)\vec{e}_z ds$$

Etant donné que $\vec{E}_T \perp \vec{H}_T^*$, il résulte:

$$\vec{E}_T \times \vec{H}_T^* = \left|\vec{E}_T\right| \cdot \left|\vec{H}_T^*\right|$$

et parce les vecteurs E_T et H_T sont en phase, la puissance transmise est calculée par:

$$P = \frac{1}{2}\int_S \left|\vec{E}_T\right| \cdot \left|\vec{H}_T^*\right| ds. \tag{3.11}$$

A partir de l'expression du **nombre longitudinal d'onde** [30]:

$$k_\delta^2 = \omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} + \gamma^2 = k_0^2 \varepsilon_{r\delta} \mu_{r\delta} + \gamma^2, \ (k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0\,,\ \delta = 1 \div 2),$$

qui vaut k_1 dans le domaine 1 et k_2 dans le domaine 2, les paramètres caractéristiques de propagation du champ électromagnétique peuvent être estimés: la constante de phase, la fréquence critique, la longueur d'onde dans la ligne de transmission micro-ruban, la vitesse de phase et la permittivité diélectrique effective; l'indice δ a été introduit pour différentier les deux domaines délimités par les deux milieux diélectriques.

Les quantités $\varepsilon^{(\delta)}$ et $\mu^{(\delta)}$ sont la permittivité diélectrique et respectivement la perméabilité magnétique dans les deux domaines, $\varepsilon_{r\delta}$ et $\mu_{r\delta}$ sont la permittivité diélectrique relative et respectivement la perméabilité magnétique relative des deux domaines et ε_0 et μ_0 caractérisent la propagation du champ électromagnétique en vide.

La quantité γ est la constante de propagation (quantité complexe) et elle est définie de la manière suivante [30]:

$$\gamma = \alpha + i\beta, \tag{3.12}$$

où α est la constante d'atténuation $\left[\frac{Np}{m}\right]$, et β est la constante de phase $\left[\frac{rad}{m}\right]$.

Parce que la constante de propagation est purement imaginaire pour la ligne micro-ruban sans pertes, il résulte [30]:

$$\gamma \cong i\beta$$

Compte tenant de l'expression de la constante de propagation, exprimée en fonction du nombre longitudinal d'onde:

$$\gamma^2 = k_\delta^2 - \omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)},$$

il est évident que le terme $\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_\delta \mu_\delta$ est réel et positif, la constante de propagation γ étant imaginaire, nulle où réelle, tout comme k_δ^2 est inférieur, égal ou supérieur à $\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)}$.

Si $\gamma=0$ alors:

$$k_\delta^2 = \omega_c^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)}, \tag{3.13}$$

où ω_c est la fréquence angulaire critique et $f_c = \omega_c/2\pi$ est **la fréquence critique** paramètre essentiel de la propagation du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban de transmission.

Si la fréquence utilisée est supérieure à la fréquence critique, ce qui est équivalent à:

$$\omega^2 \varepsilon^{(\delta)} \mu^{(\delta)} > k_\delta^2,$$

alors la constante de propagation γ est purement imaginaire et la constante d'atténuation est nulle.

Parce que le numéro longitudinal d'onde a deux valeurs, correspondantes aux domaines analysés, la notation suivante est introduite (l'importance du paramètre τ, liée au fait que celui-ci permet de déterminer de manière analytique la constante de propagation dans les deux domaines réunis, a été présentée dans la section 2.1):

$$\tau \equiv \frac{k_1^2}{k_2^2} = \frac{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \beta^2}{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_2 - \beta^2} = \frac{1 - \frac{1}{n_{fr}^2}}{\varepsilon_2 - \frac{1}{n_{fr}^2}}, \tag{3.14}$$

où v_{fr} est la vitesse relative de phase (la vitesse de phase dans la ligne micro-ruban est $v_f = v_{fr} \cdot c_0$, où c_0 est la vitesse de la lumière).

Le mode fondamental de propagation dans la ligne micro-ruban corresponde à la vitesse de phase qui tend vers la valeur de régime statique, de même manière comme si la fréquence tend à zéro.

Un autre paramètre de la ligne micro-ruban est la **permittivité diélectrique effective** qui est définie [16] dans le cas d'une analyse électrodynamique du champ électromagnétique par:

$$\varepsilon_{ef} = \frac{1}{v_{fr}^2} \tag{3.15}$$

La longueur d'onde dans la ligne micro-ruban est définie en utilisant la permittivité effective et la longueur d'onde dans l'espace libre, $\lambda_0 = \frac{c_0}{f}$, de même façon comme l'équation (3.1):

$$\lambda_{ml} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}}$$

Si la ligne micro-ruban est blindée, les pertes par radiation sont nulles. Etant données les technologies modernes, les pertes dans la couche diélectrique sont faibles. Les plus grandes pertes dans la ligne sont les pertes en métal, qui sont négligées quand l'épaisseur du conducteur est comparable à la profondeur de pénétration du champ électromagnétique en métal.

Si les conditions présentées ci-dessus ne sont pas accomplies, **l'atténuation** dans la ligne micro-ruban est déterminée compte tenant des pertes en diélectrique, dans le conducteur métallique et par radiation.

Ainsi, la constante d'atténuation est calculée en utilisant l'expression suivante [30]:

$$\alpha = \alpha_d + \alpha_m + \alpha_r \tag{3.16}$$

Les pertes en diélectrique sont données par:

$$\alpha_d = 27.3 \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{ef}}}{\lambda}\right) tan\ \delta \tag{3.17}$$

Les pertes par radiation peuvent être estimées à partir de l'expression:

$$\alpha_r = \frac{320}{Z_0}\left(\frac{\pi \cdot h}{\lambda^2}\right)^2 \tag{3.18}$$

Si l'épaisseur du conducteur est beaucoup plus grande que la profondeur de pénétration du champ électromagnétique en métal, pour une évaluation approximative des pertes en métal la relation suivante est utilisée:

$$\alpha_m = 8.7 \frac{R_S}{(Z_0 w)} \qquad (3.19)$$

Les dimensions linéaires dans les formules (3.16)÷(3.19) sont exprimées en mètres; *tan* δ est la tangente de l'angle de pertes en diélectrique; R_S est la résistance à la surface du métal; la constante d'atténuation dans la ligne est mesurée en *dB/m*.

En pratique l'épaisseur du conducteur t peut être comparable à la profondeur de pénétration du champ dans le conducteur et, dans ce cas, la formule (3.19) ne peut pas être utilisée. En plus, la formule ne tient pas compte de la dépendance de fréquence des pertes en métal.

La constante d'atténuation en métal est déterminée à partir des pertes relatives d'énergie par unité de longueur de la ligne:

$$\alpha_m = \frac{1}{2P} \frac{dP_p}{dz}, \qquad (3.20)$$

où P_p est la puissance perdue par unité de longueur.

La puissance absorbée par volume élémentaire du conducteur est exprimée par la formule suivante:

$$\Delta P_p = \frac{1}{2} Re \frac{(\eta \eta^*)}{\sigma} \Delta x \Delta y \Delta z, \qquad (3.21)$$

et sa dérivée est, en fonction de la coordonnée longitudinale z:

$$\frac{dP_p}{dz} = \frac{1}{2} Re \int_{\frac{(a-w)}{2}}^{\frac{(a+w)}{2}} \int_h^{h+t} \frac{\eta \eta^*}{\sigma} dxdy, \qquad (3.22)$$

où:

- $\vec{\eta} = \eta_x i_x + \eta_z i_z$ est le vecteur densité du courant;
- i_x et i_z sont les verseurs orientés le long des axes *x* et *z*;
- σ est la conductivité du milieu analysé (ici, le milieux est conducteur).

3.3 Conclusions

Les paramètres principaux de la ligne micro-ruban symétrique et blindée, c'est-à-dire l'impédance caractéristique, la longueur d'onde et la permittivité diélectrique effective peuvent être calculés en utilisant **l'approximation quasi-statique du champ électromagnétique** qui utilise des formules empiriques, valables pour des fréquences inférieures à 3GHz ou, si tous les objectifs présentés dans le chapitre introductif sont satisfaits, en utilisant les valeurs fournies par **l'analyse électrodynamique** (méthode présentée dans le chapitre 1).

Pour l'approximation quasi-statique, aux fréquences inférieures à *3 GHz*, la précision de calcul des valeurs caractéristiques de la ligne de transmission est de 1% si $\frac{w}{y_1} \geq 0{,}4$ et de 3% si $\frac{w}{y_1} < 0{,}4$.

Par rapport à **l'approximation quasi-statique du champ électromagnétique, l'analyse électrodynamique** permet de calculer les paramètres des lignes avec une précision supérieure, pour toutes les gammes de fréquence des micro-ondes, utilisant des grandeurs spécifiques à la propagation du champ et de ses composantes.

Si les valeurs de la longueur d'onde tendent vers infini, les valeurs de l'impédance de la ligne micro-ruban, calculées par des relations spécifiques de l'analyse électrodynamique coïncident avec les valeurs obtenues de manière empirique (3.5). Donc, l'approximation quasi-statique n'a qu'un domaine limité d'utilisation et elle est un cas particulier de la solution précise obtenue en utilisant l'analyse électrodynamique.

CHAPITRE 4
ELEMENTS DE CIRCUIT SPECIFIQUES A LA GAMME DES MICRO-ONDES

Dans ce chapitre seront discutés quelques éléments de circuit spécifiques à la gamme des micro-ondes (inductances, condensateurs, résisteurs, résonateurs, jonctions et dispositifs d'excitation des lignes de transmission, diviseurs et additionneur de puissance). Quelques modalités concernant leur utilisation seront aussi présentées, sans épuiser la diversité du domaine abordé.

4.1. Inductances, capacités, résisteurs et charges accordées

Dans la configuration des circuits intégrés de micro-ondes des éléments aux paramètres distribués et concentrés sont utilisés, ayant la longueur maximale l considérablement plus faible que la longueur d'onde dans la ligne, notée par λ, (d'habitude, $\frac{1}{\lambda} < 0{,}1$). Dans ce cas, le décalage de phase introduit par la longueur de l'élément de circuit peut être négligé. Les éléments de circuit aux paramètres concentrés comprennent notamment les inductances, les condensateurs et les résisteurs; les éléments aux paramètres distribués sont réalisés en utilisant des segments de ligne de transmission dont la longueur est une fraction de la longueur d'onde.

Les éléments de circuit aux paramètres concentrés peuvent être utilisés dans une bande plus large de fréquence et sont moins chers que les éléments aux paramètres distribués. Mais, à partir des ondes centimétriques, les éléments de circuit aux paramètres concentrés produisent des couplages parasites, les pertes sont importantes et le facteur de qualité est faible par rapport aux éléments aux paramètres distribués. Donc, pour des fréquences dans la bande supérieure des micro-ondes, les éléments aux paramètres distribués sont couramment utilisés. Quelques éléments des circuits intégrés de micro-ondes sont analysés ci-dessous.

L'inductance série (figure 4.1a), peut être réalisée comme élément de circuit aux paramètres distribués sous la forme d'un segment de ligne micro-ruban ayant une grande impédance caractéristique et une longueur l inférieure à $\lambda/8$ (figure 4.1b). La valeur de l'inductance peut être calculée en utilisant la relation:

$$L = \frac{2\pi \cdot Z_1 l}{\omega\lambda}, \tag{4.1}$$

où Z_1 est l'impédance caractéristique d'un segment étroit de ligne et $\omega = 2\pi f$, où f est la fréquence.

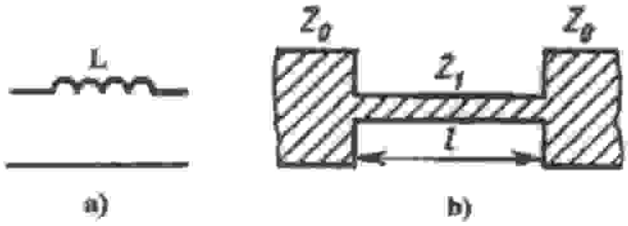


Figure 4.1 Schéma équivalent de l'inductance série a) et sa topologie b).

Les désavantages d'un tel mode de réalisation sont le gabarit relativement élevé et les difficultés qui apparaissent si un réglage de la valeur est nécessaire.

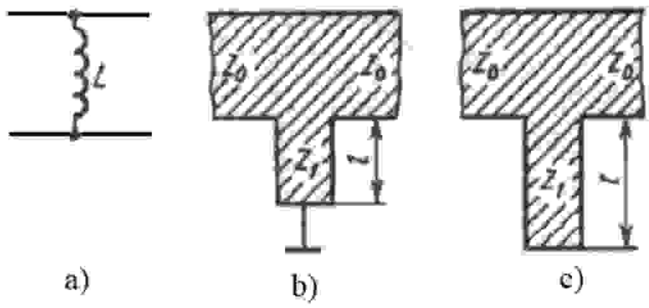


Figure 4.2 Le schéma équivalent de l'inductance connectée en dérivation (a) et sa réalisation sous la forme du segment de ligne court-circuité (b) et vide (c).

Le segment de ligne en court-circuit (figure 4.2 b) représente une *inductance* connectée en *dérivation* (figure 4.2 b). Sa longueur satisfait aussi la condition $l < \lambda/8$.

La valeur de l'inductance est calculée en utilisant la formule (4.1). S'il est nécessaire d'éviter le court-circuit (qui annule la composante continue du courant par l'inductance) un segment de ligne en circuit ouvert dont la longueur est $\lambda/4 < l < \lambda/2$ (figure 4.2 c) peut être utilisé. Les inductances des valeurs faibles (jusqu'aux valeurs de *nH*) sont réalisées sous la forme d'un conducteur rectangulaire (figure 4.3 a) ou d'une boucle (figure 4.3 b et c).

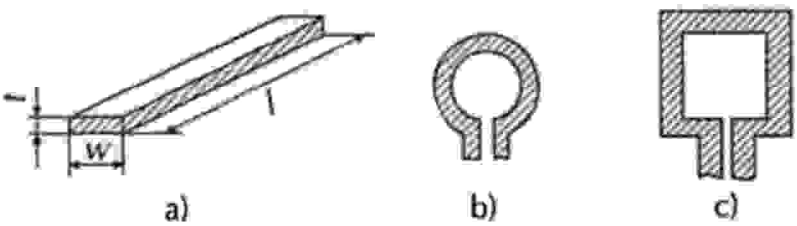


Figure 4.3 Les inductances des valeurs faibles réalisées sur support micro-ruban

Les inductances pour les circuits oscillants seront réalisées en configuration spirale circulaire ou rectangulaire (figure 4.4 a et b). La technologie actuelle permet obtenir des inductances dont les valeurs sont entre quelques *nH* et quelques centaines de *mH*.

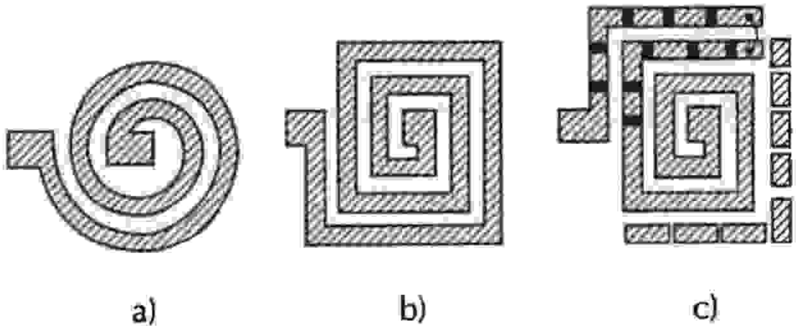


Figure 4.4 Inductances spiralées réalisées sur support micro-ruban

Afin d'éviter l'influence de l'écran placé sur la partie inférieure de sous-couche sur la valeur de l'inductance l'écartement de la métallisation est recommandée, sur la région de l'inductance (la région correspondante à la projection sur diélectrique du segment de ligne qui forme l'inductance). Le réglage de la valeur de l'inductance peut être réalisée en collant des segments de contact au bout de la spirale, modifiant ainsi le nombre des spires. Afin de réaliser une économie de surface, les inductances planaires peuvent être réalisées en version multi-couche. Les spires des inductances sont disposées sur des plaquettes céramiques qui se collent ensemble.

Le condensateur série (figure 4.5 a), peut être réalisé comme élément de circuit aux paramètres distribués sous la forme d'un intervalle entre deux segments de ligne de transmission, conformément à la figure 4.5 b. Une telle capacité a une valeur de quelques *pF* et elle peut être calculée en utilisant la relation suivante:

$$\frac{s}{2w} = \frac{1}{\pi} ln\left(ctg\frac{\lambda}{4w}\omega Z_0 C\right). \tag{4.2}$$

Les capacités aux valeurs plus élevées ($10 \div 20\,\mathrm{pF}$) peuvent être obtenues en utilisant une structure de type peigne (figure 4.5 c). Les avantages de ce type de structure sont les valeurs élevées du facteur de qualité et de la tension de déchargement. Ainsi, à la fréquence de $2\,\mathrm{GHz}$ et pour une valeur du condensateur de $2{,}9\,\mathrm{pF}$, des facteurs de qualité supérieurs à 677 sont courants. La construction du condensateur en utilisant une procédure avec trois couches (figura 4.5 d) peut assurer une capacité de valeur supérieure. Sa valeur, en *pF*, est déterminée en utilisant la formule suivante:

$$C = 8{,}855 \cdot 10^{-3}\frac{\varepsilon \cdot w \cdot l}{t}, \tag{4.3}$$

où toutes les dimensions sont en millimètres.

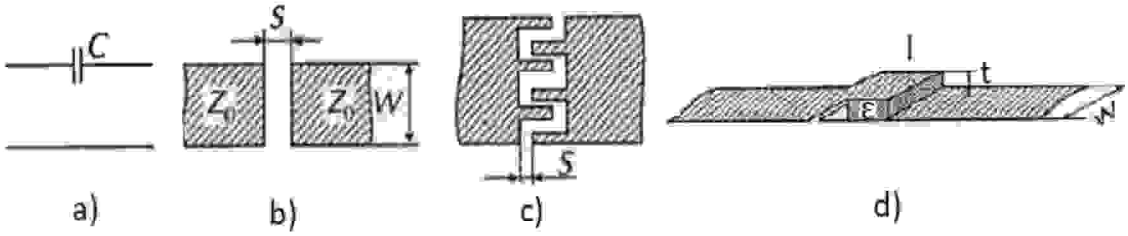


Figure 4.5 Le schéma équivalent du condensateur série et ses variantes de réalisation.

Le condensateur parallèle (*connectée en dérivation,* figure 4.6 a) peut être réalisé sou forme d'un segment de ligne dont la longueur est $l < \lambda/8$ et d'impédance inférieure à Z_1, de la manière présentée sur la figure 4.6, b ou c. Dans les deux cas, la valeur du condensateur est calculée suivant la formule:

$$C = \frac{2\pi \cdot l}{(z_1 \cdot \omega\lambda)} \tag{4.4}$$

Si une capacité réglable est souhaitée, une structure en réseau dont les cellules sont initialement isolées (figure 4.6.d) peut être utilisée. Cette configuration permet d'obtenir des valeurs entre 1 et 10 pF.

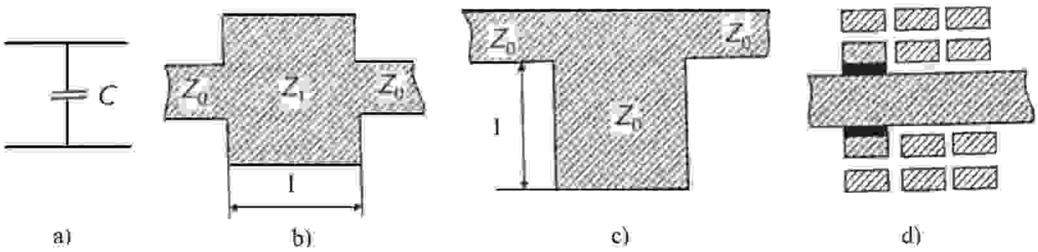


Figure 4.5 Le schéma équivalent du condensateur parallèle et ses variantes de réalisation

Le condensateur en parallèle peut être réalisé aussi sous la forme d'un condensateur planaire (figure 4.7) mais il aura une capacité spécifique réduite. Par exemple, sur une couche dont l'épaisseur est $h = 0{,}5$mm et la permittivité $\varepsilon = 10$, la capacité spécifique est $0{,}1\text{pF/mm}^2$. Les avantages de ce type de condensateurs sont les valeurs élevées du facteur de qualité, de la tension de déchargement et le fait qu'il offre la possibilité de réaliser une large gamme de valeurs de la capacité.

Les condensateurs utilisant des structures pelliculaires (figure 4.8) ont une capacité spécifique élevée. La plaque inférieure du ce type de condensateur est une couche métallisée appliquée sur la sous-couche.

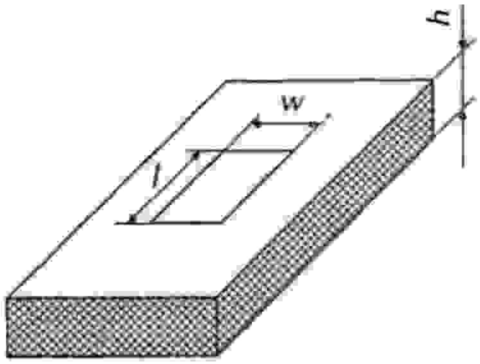


Figure 4.7 Le condensateur parallèle réalisé sous la forme d'un condensateur planaire.

Une pellicule diélectrique utilisant SiO_2, SiO et SiN est déposée sur cette couche. Une surface conductrice est ensuite appliquée, constituant la deuxième plaque du condensateur. La valeur de ce type de condensateur peut être calculée avec une précision de 5% utilisant la formule du condensateur planaire. La capacité du condensateur pelliculaire peut être augmentée en choisissant une épaisseur plus réduite de la pellicule, mais cette procédure présente le désavantage de favoriser les perforations du diélectrique et de réduire la valeur de la tension de déchargement. Des capacités spécifiques entre 30 et 50 $p\mathrm{F}/mm^2$ sont réalisables aujourd'hui.

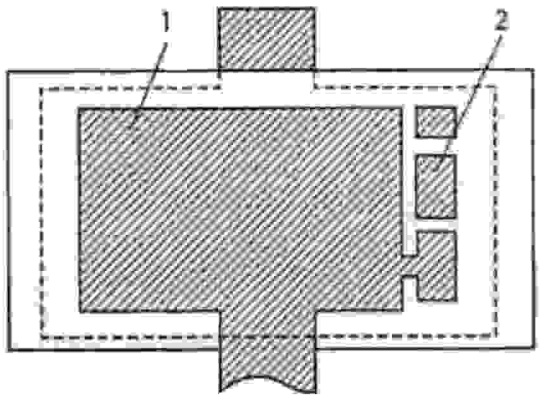


Figure 4.8 Condensateur haute capacité basé sur une structure plane;
1 – condenseur principal; 2 – éléments de réglage fin.

La structure d'un *condensateur MOS* est présentée sur la figure 4.9. La technologie de réalisation de ce type de condensateurs est similaire à la technologie de réalisation des transistors. La plaque inférieure est une plaque de silicium fortement dopée (n^+).

Sur cette couche une pellicule de dioxyde de silicium est déposée; son épaisseur peut être réduite jusqu'à $0,3 \div 0,5$ *mm,* sans danger de déchargement du condensateur. Cette technologie permet d'obtenir des valeurs élevées pour la capacité spécifique. Pour une épaisseur de la couche de SiO_2 de $0,4$ mm, la capacité spécifique est de 100 pF/mm^2. La tension de déchargement dans ce cas est supérieure à 100 V.

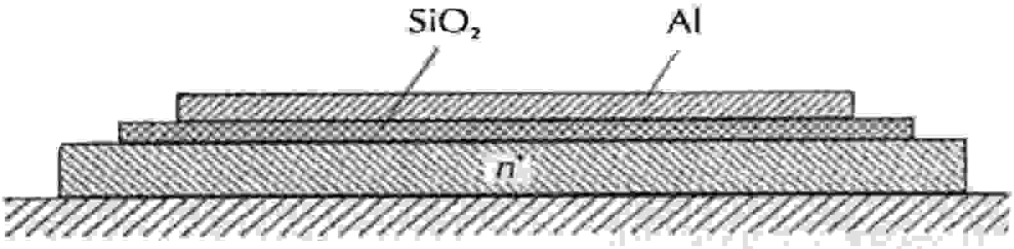


Figure 4.9 Structure du condensateur MOS

La deuxième plaque du condensateur est une pellicule d'aluminium, appliquée par vaporisation thermique sur celle de dioxyde de silicium.

Les résisteurs, les autres éléments spécifiques aux circuits de micro-ondes sont utilisés à grande échelle dans la structure des circuits d'alimentation et de commande, dans les schémas des additionneurs et des diviseurs de puissance, des atténuateurs résistives et des charges accordées.

Un exemple de résisteur considéré comme élément aux paramètres concentrés est le résisteur pelliculaire qui est appliqué directement sur la sous-couche et qui est connecté en circuit par l'intermède des segments de ligne (figure 4.10 a).

Afin de réaliser des résisteurs entre 25 et 100 Ω des pellicules résistives dont l'épaisseur est entre $0,7$ et $0,2$ mm sont utilisées.

La valeur nominale du résisteur est déterminée avec la relation suivante:

$$R = \frac{R_S \cdot l}{w}, \tag{4.5}$$

où R_S est la résistance de surface de la sous-couche [Ω/m^2], et l et w sont la longueur et respectivement la largeur de la couche résistive.

Pour réaliser les pellicules résistives de tantale, différents matériaux, comme NiCr ou chrome sont utilisés.

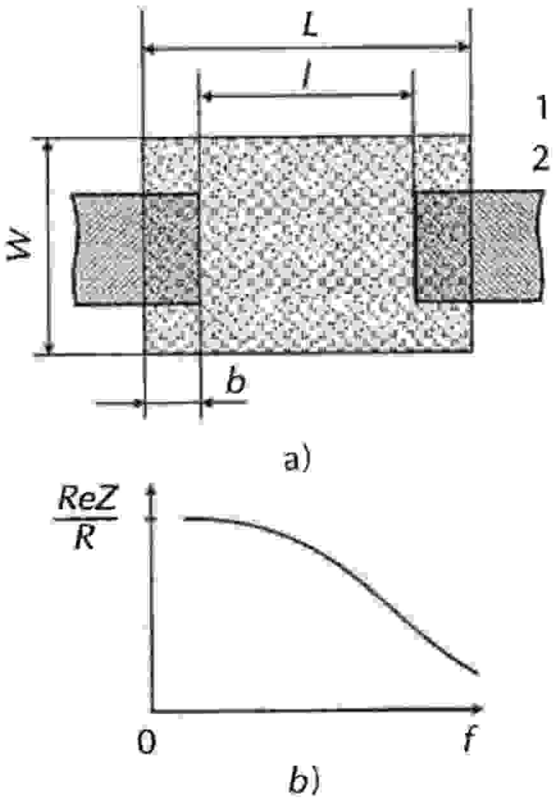


Figure 4.10 Caractéristique de résistance pelliculaire *(a) et caractéristique de fréquence du composant actif de son impédance; 1 - pellicule résistive; 2 - segment conducteur.*

La structure de ce type de résisteur contient aussi une valeur capacitive distribuée qui peut être calculée de manière approximative en utilisant la formule du condensateur planaire. Si l'inductance distribuée est négligée, l'impédance complexe du résisteur peut être déterminée en utilisant la relation suivante:

$$Z = \frac{R}{1+j\cdot\omega\frac{CR}{3}} \tag{4.6}$$

La caractéristique de fréquence de la composante active du résisteur est présentée sur la figure 4.10 b.

Les résisteurs pelliculaires de longueur maximale 1mm peuvent être utilisés jusqu'à 18 GHz. L'une des caractéristiques les plus importantes des résisteurs est la puissance de dissipation admise, qui dépend de la thermo-conductibilité et de la surface de la pellicule résistive. Pour éviter les sur-chauffages locales, les résisteurs sont conçus pour une puissance dissipation d'environ 0,5 W. Si une puissance de radiation plus grande est nécessaire, des résisteurs aux paramètres distribués (réalisés de manière similaire à l'inductance distribuée présentée sur la figure 4.4, sa résistance étant donnée par la résistance de surface du segment de ligne) ou des résisteurs réalisés sous la forme d'un secteur circulaire ou d'un trapézoïde sont utilisés (figure 4.11).

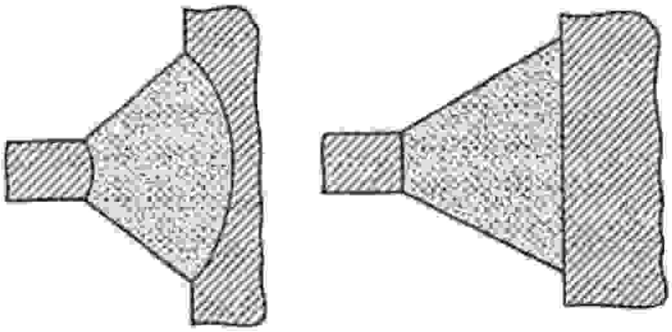


Figure 4.11 Résistances pelliculaires à forte dissipation de puissance

Les résisteurs utilisés comme des charges accordés dans la gamme micro-ondes sont introduits entre la ligne de connexion et la ligne en court-circuit. Le court-circuit est réalisé par l'intermède d'un orifice métallisé dans la couche. Afin de réaliser le court-circuit, une ligne de longueur $l < \lambda/4$ peut être utilisée (figure 4.12).

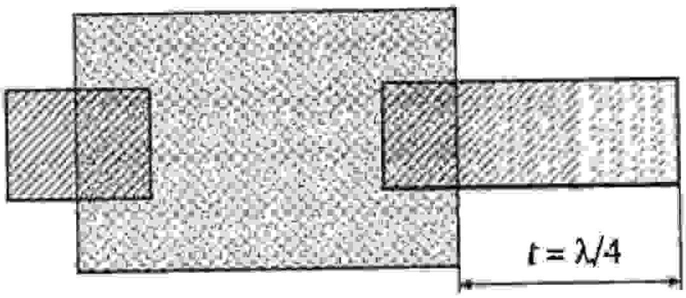


Figure 4.12 Charge adaptée avec résistance et segment de ligne en λ/4.

4.2 Des résonateurs réalisés avec des lignes de transmission et des structures diélectriques

Les résonateurs sont des éléments fondamentaux des systèmes oscillants et des dispositifs aux micro-ondes. Compte tenant des procédures de réalisation, les résonateurs peuvent être classifiés comme résonateurs de surface et résonateurs de volume. A présent, le problème d'analyse des résonateurs de surface n'est pas encore complètement résolue; des méthodes approximatives sont donc utilisées afin de calculer leurs caractéristiques. L'une de ces méthodes est basée sur l'utilisation du modèle Oliner.

Le modèle est considéré rempli de manière uniforme d'un diélectrique dont la permittivité relative effective est ε_{ef}, et dont les dimensions géométriques sont les dimensions effectives du résonateur.

Les dimensions effectives et la permittivité diélectrique effective sont obtenues à partir de la condition d'égalité de l'énergie totale du champ du résonateur et celui de son modèle.

La figure 4.13 a présente la topologie du résonateur à ligne micro-ruban et la figure 4.13.b montre son modèle. Pour une faible épaisseur de la sous-couche *(*$h \ll w_{ef}$ et $h \ll l_{ef}$) les variations du champ le long de l'axe y peuvent être négligées et l'hypothèse des oscillations quasi, respectivement E_{mon} à l'intérieur du résonateur est assumée; l'indice m donne le numéro de semi-ondes le long de l'axe x et l'indice n représente le numéro de semi-ondes le long de l'axe z.

A la résonance, la longueur d'onde peut être exprimée en utilisant la formule approximative ci-dessous:

$$\lambda_{rez} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_{ef}}}{\sqrt{\left(\frac{m}{w_{ef}}\right)^2 + \left(\frac{n}{l_{ef}}\right)^2}} \tag{4.7}$$

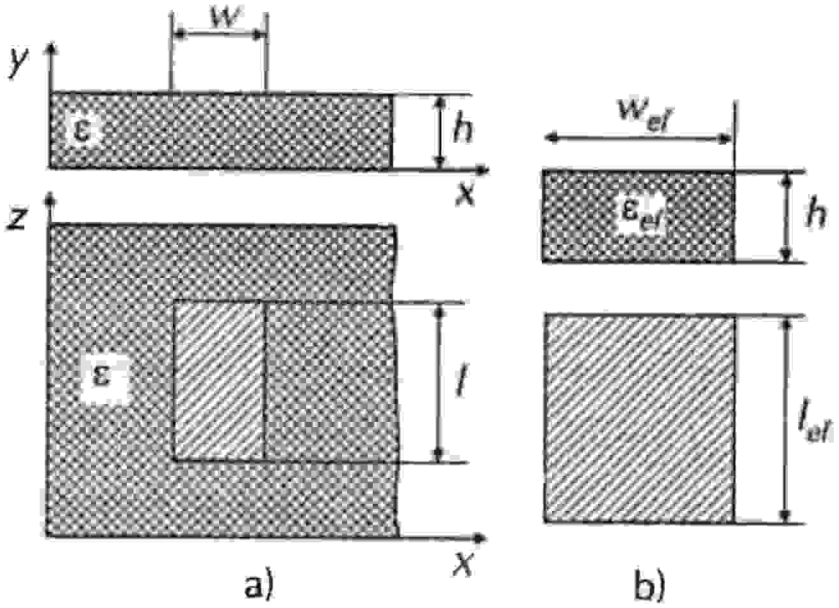


Figure 4.13 Topologie du résonateur (a) et son modèle (b)

La structure du champ électromagnétique pour les modes E_{001} et E_{101} d'oscillation est représentée sur la figure 4.14.

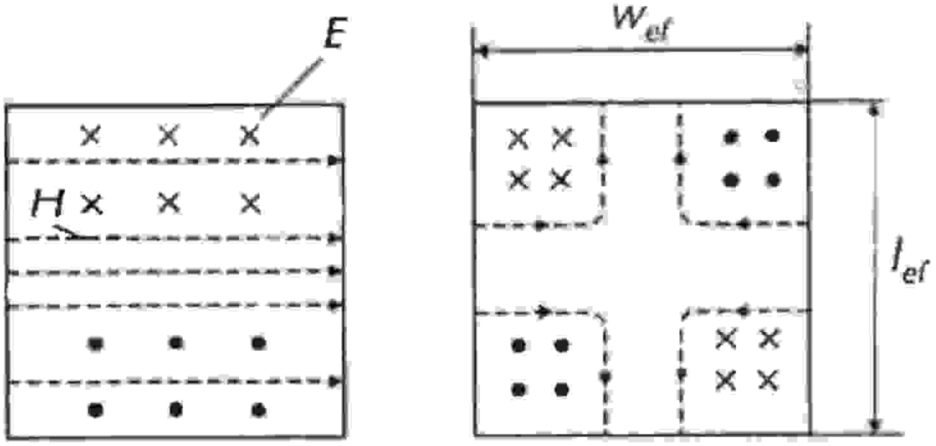


Figure 4.14 Répartition du champ électromagnétique pour les oscillations E_{001} et E_{101} dans le résonateur illustré à la figure 4.13.

Pour les oscillations E_{001}, la longueur effective du résonateur est:

$$l_{ef} = \frac{\lambda_{rez}}{\left(2\sqrt{\varepsilon_{ef}}\right)} = \frac{\lambda}{2} \tag{4.8}$$

Pour les circuits intégrés de micro-ondes la condition $\frac{\lambda}{h} \gg 1$ est d'habitude accomplie et la longueur effective du résonateur peut être considérée égale à sa longueur géométrique. La résonance des ondes électromagnétiques est aussi possible dans un résonateur de longueur $\lambda/4$.

Le résonateur peut être réalisé en circuit ouvert ou fermé. L'analyse des résonateurs aux lignes de transmission peut être effectuée à partir de leurs schémas équivalents. Les schémas équivalents d'une ligne de transmission pour laquelle $l = \lambda/4$ et court-circuitée à l'un des bouts (circuit oscillant dérivation à résonance) et d'une ligne dont $l = \lambda/2$ (circuit oscillant série) sont représentés sur les figures 4.15.a, et respectivement 4.15.b. Pour les lignes en circuit ouvert, le schéma équivalent de la ligne dont la longueur vaut $\lambda/2$ est un circuit oscillant en série et pour $l = \lambda/4$ - elle se transforme en circuit oscillante parallèle.

Les paramètres L et C du schéma équivalent sont déterminés à partir de la caractéristique amplitude-fréquence du résonateur. Un désavantage essentiel du résonateur au circuit ouvert est l'existence des pertes significatives de radiation et, évidement, le faible facteur de qualité.

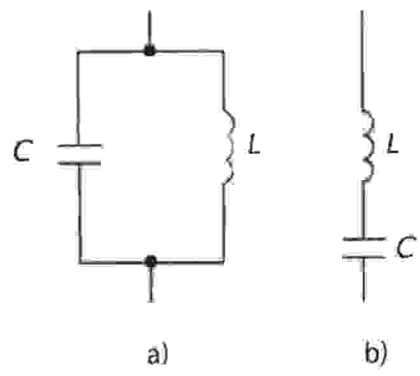


Figure 4.15 Les schémas équivalents du résonateur de court-circuit: a) en λ/4; b) en λ/2

L'utilisation un résonateur de la forme présentée sur la figure 4.16, affaiblisse l'influence régionale du résonateur en $\lambda/2$ car la proximité des bouts, où les oscillations sont en opposition de phase, réduit les pertes de radiation.

Mais une augmentation des pertes causées par le conducteur linéaire est enregistrée si l'intervalle noté sur la figure 4.16 par s est réduit. Donc, la dépendance du facteur de qualité en fonction de la quantité s enregistre un maximum, permettant ainsi de choisir la valeur optimale de s.

Les études effectuées ont établi que le facteur de qualité du résonateur de cette forme présente un intervalle optimal qui est approximativement de 55% plus étendu que celui de l'intervalle linéaire. En plus, l'utilisation des résonateurs présentés sur la figure 4.16 permet de réduire la surface occupée dans la structure du circuit intégré.

Les résonateurs en court-circuit ont des facteurs de qualité supérieurs mais réaliser le court-circuit pose des problèmes technologiques.

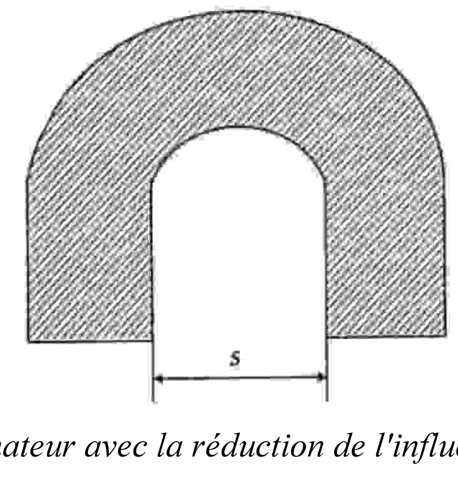


Figure 4.16 Résonateur avec la réduction de l'influence régionale

Les modalités de couplage des résonateurs sont différentes. Les procédures de couplage les plus utilisées en utilisant le schéma du dipôle sont présentées sur la figure 4.17. La dimension de l'intervalle *s* est choisie compte tenant du coefficient de couplage. Les procédures de couplage des résonateurs à partir du schéma du quadripôle sont présentées sur la figure 4.18.

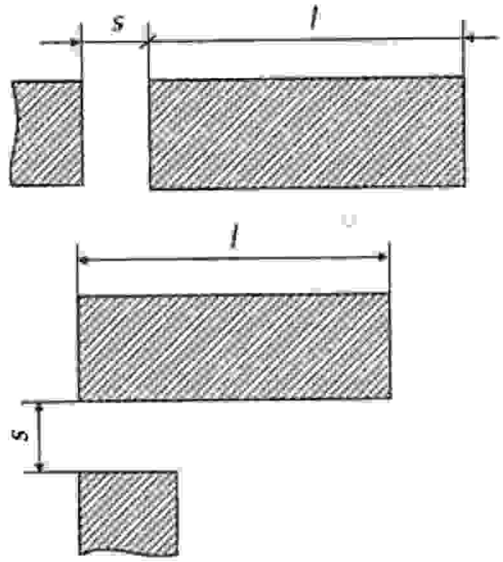


Figure 4.17 Les procédures de couplage des résonateurs à partir du schéma du dipôle

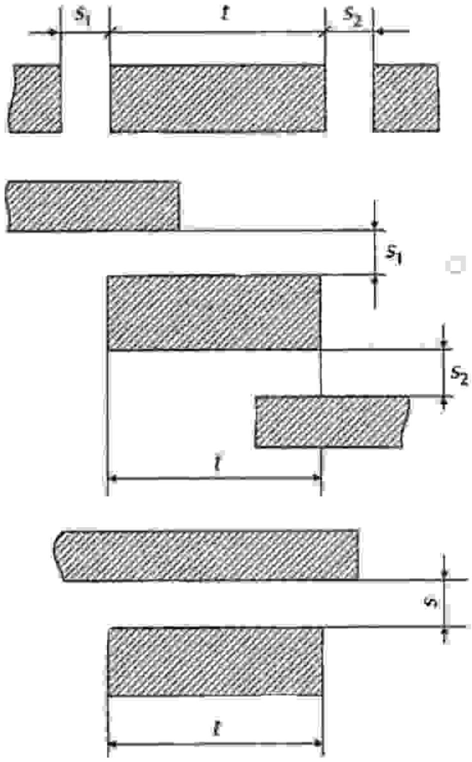


Figure 4.18 Les procédures de couplage des résonateurs à partir du schéma du quadripôle

Les résonateurs peuvent être aussi connectés dans la structure des circuits intégrés utilisant les segments de ligne (figure 4.19).

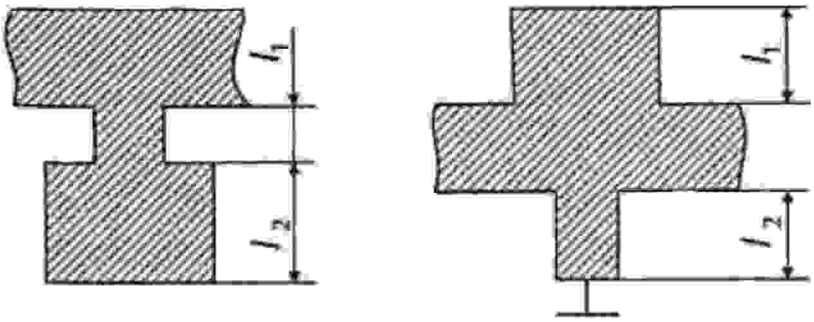


Figure 4.19 Topologie des résonateurs en tant que combinaisons de segments de ligne

Les dispositifs de micro-ondes utilisent aussi d'autres types de résonateurs dont la topologie est montrée sur la figure 4.20.

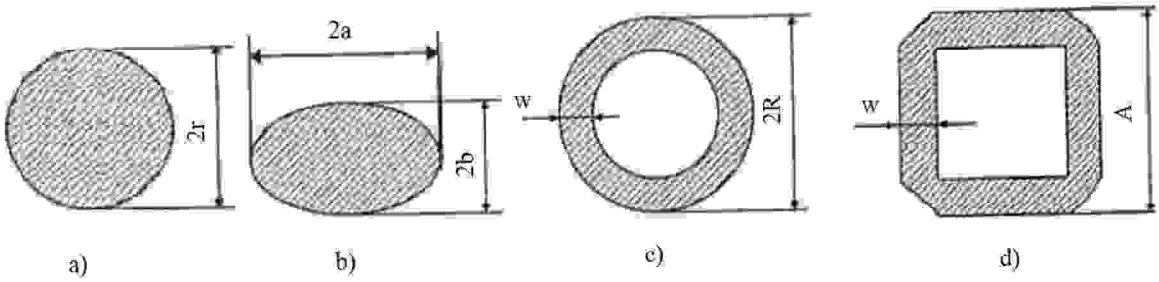


Figure 4.20 Variantes de topologies de résonateur: a) circulaire; b) ellipsoïdal; c) anneau circulaire; d) anneau rectangulaire

L'utilisation d'une couche de faible épaisseur dans le résonateur circulaire (figure 4.20) peut produire des oscillations quasi - E_{mno}, où m, n – sont le numéros de semi-ondes qui se trouvent dans la circonférence du résonateur et le long du rayon. La longueur d'onde à la résonance est déterminée à partir de la formule:

$$\lambda_{rez} = \frac{2\pi \cdot r_{ef}\sqrt{\varepsilon_{ef}}}{\upsilon_{mn}} \tag{4.9}$$

où r_{ef} – est le rayon effectif; ε_{ef} – est la permittivité diélectrique effective du modèle bidimensionnel du résonateur; n_{mn} – est la racine numéro n de la dérivée de la fonction Bessel d'ordre m. Les modes d'onde inférieurs sont E_{110} et E_{210}

(n_{11} et n_{21} sont les valeurs minimales possibles des racines de la dérivée des fonctions Bessel). La structure des modes d'onde dans ce résonateur est présentée sur la figure 4. 21.

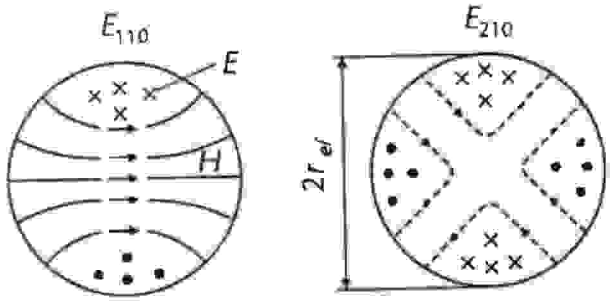


Figure 4.21 Distribution de champ des modes d'onde E_{110} et E_{210} *dans le résonateur à ligne micro-ruban circulaire*

Le calcul des résonateurs ellipsoïdaux est effectué à partir de la théorie des guides d'onde ellipsoïdaux.

Dans la structure des circuits de micro-ondes sont aussi utilisés les résonateurs diélectriques de volume qui, par rapport aux résonateurs de surface, fournissent une facteur de qualité plus élevé.

Le fonctionnement du résonateur diélectrique de volume est analogue au celle du résonateur au guide d'onde rempli de diélectrique. Les résonateurs diélectriques peuvent avoir des formes différentes: rectangulaire, cylindrique, disque (figure 4.22) mais la forme la plus utilisée est la forme cylindrique.

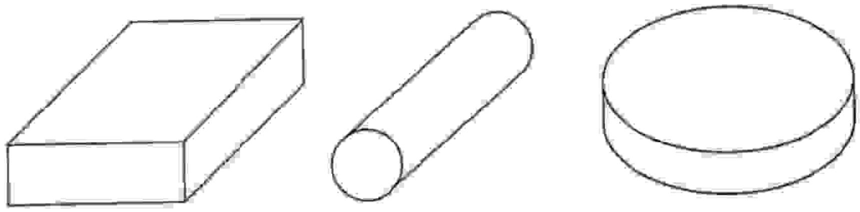


Figure 4.22 Typologie des résonateurs volumiques

Les résonateurs sont principalement réalisés avec des matériaux dont la permittivité diélectrique est grande. Le champ électromagnétique est concentré à l'intérieur du résonateur et les pertes par radiation sont faibles et elles sont négligées. Pour $\varepsilon > 100$, le facteur de qualité dépend seulement des pertes causées par le diélectrique:

$$Q \approx \frac{1}{\tan \delta} \tag{4.12}$$

et il peut avoir des valeurs de l'ordre de milliers d'unités. Un autre avantage des résonateurs diélectriques est leur faible gabarit. Aussi, pour $\varepsilon = 100$, la longueur d'onde en résonateur est $\lambda_{rez} = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon}} = 0{,}1\lambda$, les dimensions du résonateur étant beaucoup plus faibles que la longueur d'onde.

4.3 Jonctions entre les lignes de transmission standard. Dispositifs d'excitation et de court-circuit

Les dispositifs de micro-ondes sont organisés sous forme des bloques fonctionnelles et constructives. Pour connexions et pour mesures de leurs paramètres, des lignes de transmission coaxiales standard ou des guides d'onde sont utilisés. Les lignes micro-ruban sont connectées à la ligne coaxiale ou au guide d'onde par l'intermède des jonctions. Afin d'utiliser les instruments de mesure sont nécessaires aussi d'autres qualités: une bonne adaptation, des pertes faibles, une connexion rapide et sure. D'autres caractéristiques peuvent aussi être imposées: la stabilité aux influences climatiques et mécaniques, l'herméticité, simplicité de la construction, dimensions faibles et coût réduit.

Les jonctions entre les circuits (modules) de micro-ondes peuvent être classifiées après le type des lignes connectées, c'est-à-dire des jonctions ligne coaxiale - ligne micro-ruban, guide d'onde – ligne micro-ruban, ligne micro-ruban – ligne aux fentes etc.

Le plus souvent, afin de connecter les circuits de micro-ondes, sont utilisées les lignes coaxiales. Constructivement, les jonctions coaxiale–micro-ruban sont différenciées après le placement relatif du câble coaxial et du conducteur de la ligne micro-ruban, après le type de la ligne micro-ruban, après le type du secteur de connexion etc. Le fil central du câble coaxial et le conducteur de la ligne micro-ruban peuvent être situes sur le même axe (axiales, connexion aux bouts) et perpendiculaires.

La jonction axiale (figure 4.23) est plus simple que celle perpendiculaire mais présente l'inconvénient de déformer la structure du champ électromagnétique. Les jonctions perpendiculaires (figure 4.24) sont aussi recommandées quand les impédances caractéristiques et les dimensions de la ligne micro-ruban sont fortement différentes.

L'adaptation pour ce type de jonctions est réalisée en choisissant le diamètre du pivot de connexion qui passe par la sous-couche 2 et les dimensions de la pièce coaxiale diélectrique *3*. Parfois, afin d'améliorer le facteur d'adaptation, le diélectrique autour du pivot est écarté. L'adaptation peut être aussi obtenue par une connexion d'un segment de ligne ouverte ou en court-circuit au point de connexion du pivot avec la ligne micro-ruban. Le réglage est réalisé en modifiant le longueur du segment d'adaptation. La longueur de la ligne ouverte est approximativement égale à $\lambda/2$, et celle de la ligne en court-circuit est $\lambda/4$.

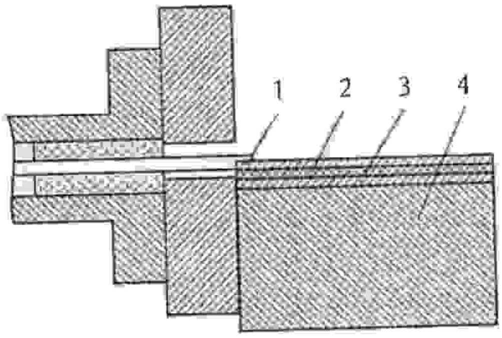


Figure 4.23 Jonction ligne coaxiale - ligne micro-ruban sur le même axe; 1- conducteur central de la ligne coaxiale; 2 - conducteur de la ligne micro-ruban; 3 – substrat; 4 – soutien.

Les jonctions guide d'onde – ligne micro-ruban sont notamment utilisées dans les gammes des longueurs d'onde centimétriques et millimétriques. La solution la plus utilisée et qui offre la bande de fréquence la plus large est présentée sur la figure 4. 25, l'adaptation étant réalisée par un guide d'onde en forme de π. L'adaptation entre le guide d'onde et la ligne micro-ruban est assurée par l'intermède d'une configuration saccadée ou continue, en fonction de la solution choisie pour adaptation (Tchebychev ou Butterworth).

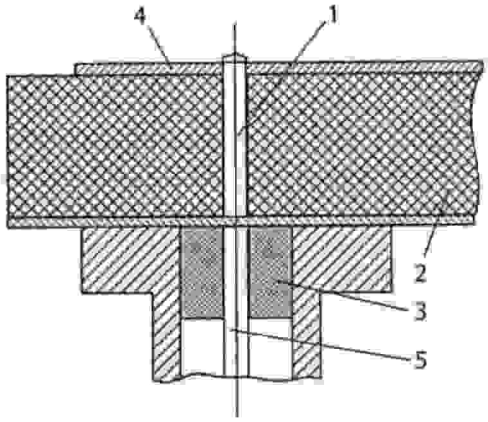


Figure 4.24 Jonction perpendiculaire ligne coaxiale - ligne micro-ruban 1 - pivot; 2 - substrat; 3 – pièce coaxiale diélectrique; 4 - conducteur de la ligne micro-ruban; 5 - conducteur central de la ligne coaxiale.

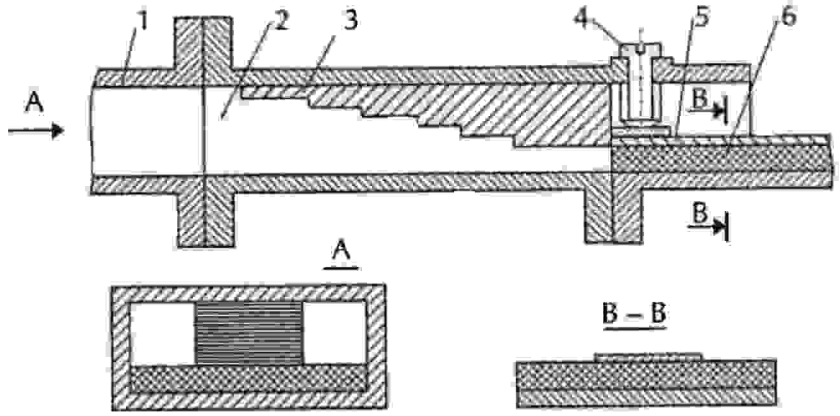


Figure 4.25 Jonction guide d'ondes – ligne micro-ruban. 1- guide d'onde rectangulaire; 2 - la transition du guide d'ondes rectangulaire à celui en forme de π; 3 - entrelacement pas à pas du guide d'onde en forme de π; 4 – vis diélectrique; 5 – plaque de contact; 6 - bande

La jonction parallèle entre le guide d'onde et la ligne micro-ruban peut être réalisée en utilisant une sonde à bille (figure 4. 26).

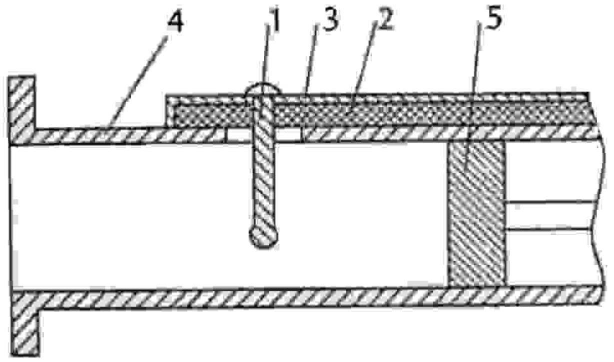


Figure 4.26 Jonction guide d'ondes – ligne micro-ruban avec sonde: 1 – sonde métallique; 2 – substrat diélectrique; 3 - conducteur de ligne micro-ruban; 4 – segment de ligne en court-circuit; 5 – piston en court-circuit.

L'écran du guide d'onde est aussi le circuit de masse de la ligne micro-ruban. L'adaptation de cette jonction est réalisée en choisissant le diamètre de la sonde et de l'orifice dans le mur de guide, mais aussi des longueurs des segments en court-circuit sur la ligne micro-ruban et du secteur de guide d'onde à court-circuit réglable.

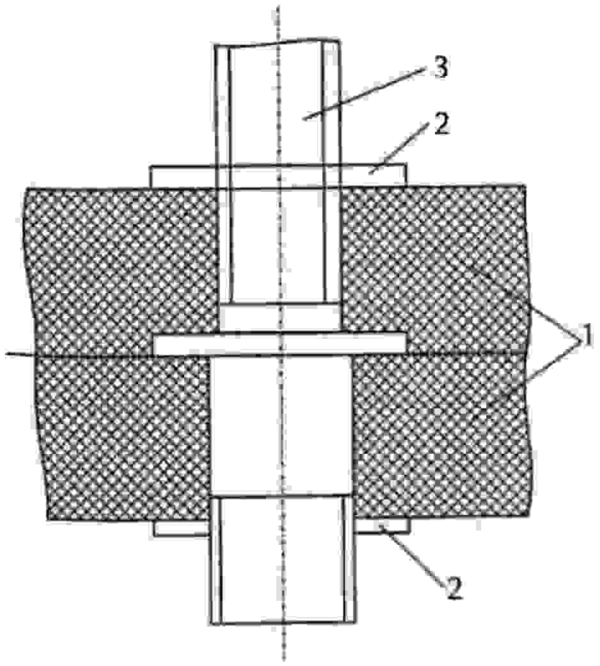


Figure 4.27 Court-circuit à l'aide de la vis: 1 - substrat; 2 - rondelle: 3 - vis.

Le court-circuit des lignes peut être réalisé en utilisant un vis (figure 4. 27), en appliquant une feuille métallique sur la marge de la ligne (figure 4.28), en utilisant un orifice en sous-couche (figura 4.29) ou en utilisant des segments de ligne ouverte de longueur $\lambda/4$.

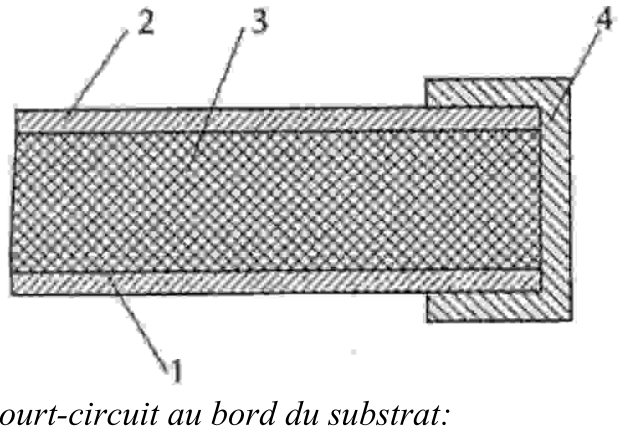


Figure 4.28 Court-circuit au bord du substrat:
1 – feuille métallique;
2 – conducteur de ligne;
3 - substrat;
4 - couverture métallique.

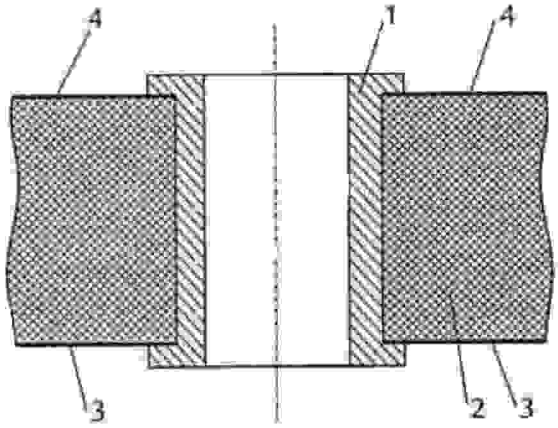


Figure 4.29 Court-circuit à travers le trou: 1 – douille métallique; 2 – substrat; 3 - métallisation; 4 - conducteur de ligne.

4.4 Coupleurs directionnels

Le coupleur directionnel est une multi-porte qui effectue la distribution contrôlée d'énergie.

Par exemple, le coupleur directionnel de 3dB divise de manière égale la puissance entre ses deux sorties. Sur la figure 4.30 sont présentées quelques versions de coupleurs directionnels.

La matrice de répartition du coupleur directionnel est (les paramètres S seront discutés dans le chapitre 5):

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

Les paramètres des coupleurs directionnels peuvent être déterminés à partir des éléments de la matrice $[S]$.

C'est la configuration du coupleur représenté sur la figure 4.30 a qui est analysé.

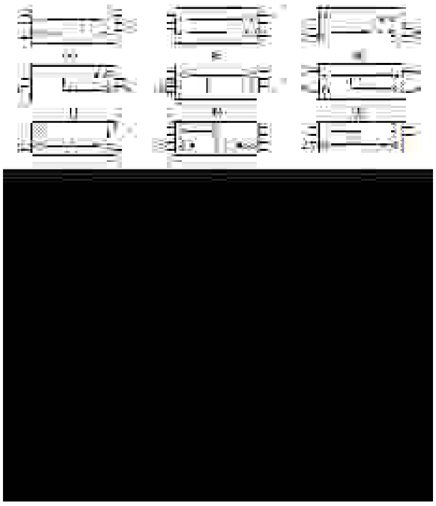


Figure 4.30 Coupleurs directionnels

L'atténuation directe [dB] est déterminée par le rapport des puissances à l'entrée et la sortie de la ligne primaire ($P_1 P_3$):

$$C_{13} = 10\,lg\left(\frac{P_1}{P_3}\right) = 10\,lg\left(\frac{1}{|S_{13}|^2}\right) \tag{4.14}$$

L'atténuation de passage inverse [dB] est déterminée par le rapport des puissances à l'entrée de la ligne primaire et à la sortie de la ligne secondaire ($P_1 P_2$), sortie couplée à l'entrée respective:

$$C_{12} = 10\,lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = 10\,lg\left(\frac{1}{|S_{12}|^2}\right) \tag{4.15}$$

L'atténuation de couplage [dB] est donnée par le rapport des puissances à l'entrée de la ligne primaire et à la sortie découplée de la ligne secondaire:

$$C_{14} = 10\,lg\left(\frac{P_1}{P_4}\right) = 10\,lg\left(\frac{1}{|S_{14}|^2}\right) \tag{4.16}$$

La directivité du coupleur est:

$$C_{24} = 10\,lg\left(\frac{P_2}{P_4}\right) = 10\,lg\left(\frac{|S_{12}|^2}{|S_{14}|^2}\right) \tag{4.17}$$

La non-uniformité de la division représente la différence entre l'atténuation du passage inverse et l'atténuation dans la ligne primaire, c'est-à-dire:

$$\Delta C = C_{12} - C_{13}.$$

Le coefficient de division en tension est $V = \frac{S_{13}}{S_{12}}$, et *le coefficient de division en puissance* est:

$$p = |V^2| = \frac{|S_{13}|^2}{|S_{12}|^2}.$$

Les coupleurs les plus utilisés sont les coupleurs en quadrature pour lesquels la différence de phase entre entrées et sorties est $\Delta\varphi = 90°$ et en phase – en antiphase ($\Delta\varphi = 0°$, $\Delta\varphi = 180°$).

Dans la matrice de répartition des coupleurs directionnels idéales, pour la configuration représentée sur la figure 4.30a, les éléments S_{11}, S_{22}, S_{33}, S_{44} sont tous nuls (conditions d'adaptation parfaite) et respectivement S_{14}, S_{41}, S_{23}, S_{32} aussi nuls (conditions du décalage idéal). En réalité, le découplage a une valeur finie, c'est-à-dire la branche découplée reçoit aussi une partie de la puissance d'entrée. Quelques applications spécifiques aux circuits intégrés aux micro-ondes des coupleurs directionnels sont présentées ci-dessous.

Le coupleur directionnel de type anneau hybride (figure 4.31). La longueur de l'anneau vaut $1{,}5l$. Quand une tension est appliquée dans la branche 1, le signal d'entrée est divisé en deux parties et il se propage sur les deux canaux.

Les signaux de sortie sont en phase (un ventre de tension) dans les points *B* et *D* de l'anneau et en opposition de phase dans le point *C* (noeud de tension). Dans le cas d'égalité des amplitudes de ces signaux la tension au point *C* vaut zéro et la puissance n'est pas transmise dans la branche 4. De cette manière, le signal entrant par la branche 1 est divisé entre les branches 2 et 3.

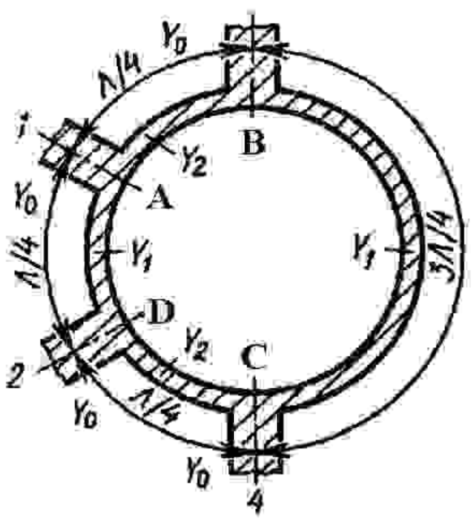


Figure 4.31 Topologie du coupleur directionnel de type anneau hybride

Pour trouver la configuration de la matrice $[S]$ dans conditions d'adaptation parfaite, il est nécessaire d'écrire la matrice de répartition qui tient compte des propriétés de la multi-porte. Compte tenant d'un théorème, une multi-porte réciproque et sans pertes qui satisfait la condition de découplage a les termes S_{ii} égales en valeur absolue. Si on considère $S_{14} = S_{23} = 0$, il résulte:

$$[\boldsymbol{S}] = \begin{bmatrix} |\alpha|e^{i\varphi_{11}} & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & |\alpha|e^{i\varphi_{22}} & 0 & S_{24} \\ S_{13} & 0 & |\alpha|e^{i\varphi_{33}} & S_{34} \\ 0 & S_{24} & S_{34} & |\alpha|e^{i\varphi_{44}} \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

où $|S_{11}| = |S_{22}| = |S_{33}| = |S_{44}| = |\alpha|$.

Conformément à la relation $[S][S]^* = [1]$, qui montre que la matrice $[S]$ est symétrique et unitaire, les égalités suivantes sont obtenues:

$$\begin{aligned} \alpha^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \\ \alpha^2 + |S_{12}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \\ \alpha^2 + |S_{12}|^2 + |S_{34}|^2 = 1 \\ \alpha^2 + |S_{12}|^2 + |S_{34}|^2 = 1 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Ces équations fournissent le résultat suivant:

$$|S_{12}| = |S_{13}| = |S_{24}| = |S_{34}| = \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}.$$

Si les choix $\varphi_{12}=\varphi_{13}=\varphi_{24}$, $\varphi_{34}=\varphi_{13}+\pi$ et $S_{34} = \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i(\varphi_{13}+\pi)} = -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{13}}$ sont effectués, la matrice $[S]$ devient:

$$[\boldsymbol{S}] = \begin{bmatrix} |\alpha|e^{i\varphi_{11}} & \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & 0 \\ \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & |\alpha|e^{i\varphi_{22}} & 0 & \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} \\ \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & 0 & |\alpha|e^{i\varphi_{33}} & -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} \\ 0 & \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & -\sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2}}e^{i\varphi_{12}} & |\alpha|e^{i\varphi_{33}} \end{bmatrix}. \tag{4.20}$$

Conformément à un second théorème qui affirme qu'une multi-porte à symétrie électrique est un coupleur directionnel idéal, les coefficients de réflexion aux portes sont nuls, respectivement $\alpha = 0$ et si on choisit $\varphi_{12} = \pi/2$ (dans ce cas $e^{i\pi/2} = i$), la relation (4.20) devient:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & i & i & 0 \\ i & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & -i \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

Dans les conditions analysées il peut être montré que la relation entre la matrice de répartition et la matrice admittance est:

$$[S] = -[Y] \tag{4.22}$$

Si l'anneau est alimenté à la porte 1, le signal arrive en opposition de phase à la porte 4 (pratiquement la charge couplée à ce point ne modifie pas l'impédance d'entrée). Alors, l'impédance d'entrée sera:

$$Y_i = \frac{Y_1^2}{Y_0} + \frac{Y_2^2}{Y_0} \tag{4.23}$$

Pour le cas présenté sur la figure 4.31 $Y_i = Y_0$, il résulte:

$$Y_0^2 = Y_1^2 + Y_2^2$$

ou, en termes normalisés:

$$y_1^2 + y_2^2 = 1, \tag{4.24}$$

où $y_1 = \frac{Y_1}{Y_0}$ şi $y_2 = \frac{Y_2}{Y_0}$.

Compte tenant des équations (4.21), (4.22) et (4.24), la matrice de corrélation du coupleur directionnel de type anneau hybride devient:

$$S = -i\begin{bmatrix} 0 & y_1 & y_2 & 0 \\ y_1 & 0 & 0 & y_2 \\ y_2 & 0 & 0 & -y_1 \\ 0 & y_2 & -y_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

Evidemment, $arg(S_{21}/S_{31}) = 0$ et $arg(S_{24}/S_{34}) = \pi$, c'est-à-dire l'anneau hybride est de type en phase/en opposition de phase. Le coefficient de division de la puissance est:

$$p = \frac{|S_{31}|^2}{|S_{21}|^2} = \frac{y_2^2}{y_1^2}.$$

Si la condition (4.24) est accomplie, les admittances caractéristiques des lignes sont égales à $y_1 = \sqrt{\frac{1}{(1+p)}}$, $y_2 = \sqrt{\frac{1}{(1+p)}}$, ou, après dé-normalisation, $Y_1 = Y_0\sqrt{\frac{1}{(1+p)}}$, $Y_2 = Y_0\sqrt{\frac{m}{(1+m)}}$.

Pour l'anneau hybride, $p = 1$, $Y_1 = Y_2 = \frac{Y_0}{\sqrt{2}}$.

La bande de fréquence du coupleur directionnel de type anneau hybride de longueur $3\lambda/2$ est inférieure à 20% de la fréquence centrale. Cette limitation est donnée par les caractéristiques de fréquence du segment de ligne de longueur $3\lambda/4$. Sur la figure 4.32 est présentée la construction d'un coupleur directionnel: afin de réduire le gabarit les segments de ligne sont arrangées sous forme de méandres.

Une gamme considérablement plus élevée de fréquences est acquise par les coupleurs de type anneau de longueur λ , nommés aussi coupleurs au changement de phase. Le principe général de construction est de remplacer la ligne de longueur $3\lambda/4$ par un segment de ligne de longueur $\lambda/4$ et un déphaseur fixe, qui assure le déphasage de $\pm\pi$.

La figure 4.33 présente le coupleur directionnel aux lignes de transmission couplées de longueur $\lambda/4$.

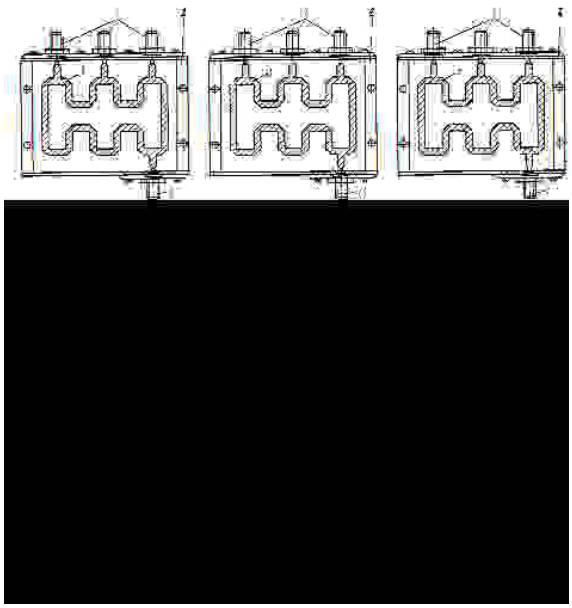


Figure 4.32 Construction du coupleur directionnel de type anneau hybride. 1.connecteurs; 2.capsules; 3.lignes micro-ruban

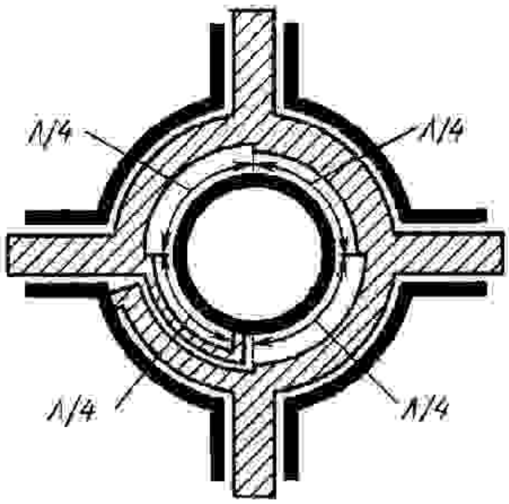


Figure 4.33 Coupleur directionnel au changement de phase.

Le coupleur directionnel aux segments de ligne de longueur $\lambda/4$. Si le nombre de segments augmente, la bande de fréquence de coupleur s'élargit. Si le nombre de segments (figure 4.34) dont les admittances sont notées par Y_i et font la connexion entre les segments placés en haut et ceux d'en bas est supérieur à 3, les valeurs des impédances caractéristiques des segments placés aux bouts deviennent importantes.

Ainsi, la réalisation du coupleur sera particulièrement difficile; il est donc recommandé d'utiliser maximum 3 segments de ligne.

La condition d'adaptation à la fréquence moyenne de la gamme de travail est $y_1^2 = y_2^2 - 1$, ou y_1 et y_2 sont les admittances caractéristiques normalisées des segments de ligne.

Pour une adaptation idéale, la matrice de répartition a la forme suivante:

$$S = -\frac{1}{y_2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & i & y_1 \\ 0 & 0 & y_1 & i \\ i & y_1 & 0 & 0 \\ y_1 & i & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

A partir des éléments de la matrice, l'atténuation directe dans la ligne primaire est donnée par $C_{13} = 10\,log\,y_2^2$ et l'atténuation de transit obéit la relation $C_{14} = 10\,log\left(\frac{y_2^2}{y_1^2}\right)$.

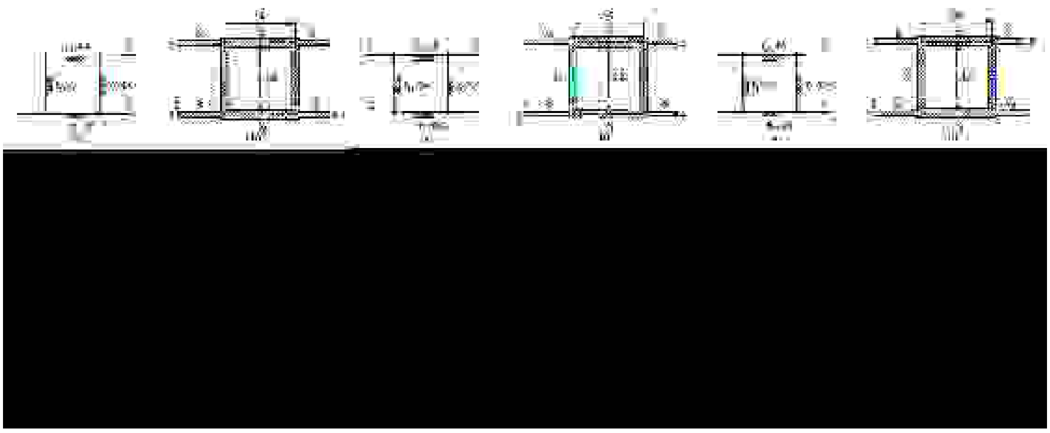


Figure 4.34 Schéma électrique (a) et topologie (b) du coupleur directionnel avec segments de ligne

Le coefficient de division de la puissance est $p = \frac{|S_{31}|^2}{|S_{41}|^2} = \frac{1}{y_1^2} = \frac{1}{(y_2^2-1)}$, d'où $y_1 = \sqrt{\frac{1}{p}}$ et $y_2 = \sqrt{\frac{(p+1)}{p}}$, ce qui devient, dans le système des impédances né-normalisées:

$$Y_1 = Y_0\sqrt{\frac{1}{p}}, Y_2 = Y_0\sqrt{\frac{(p+1)}{p}}.$$

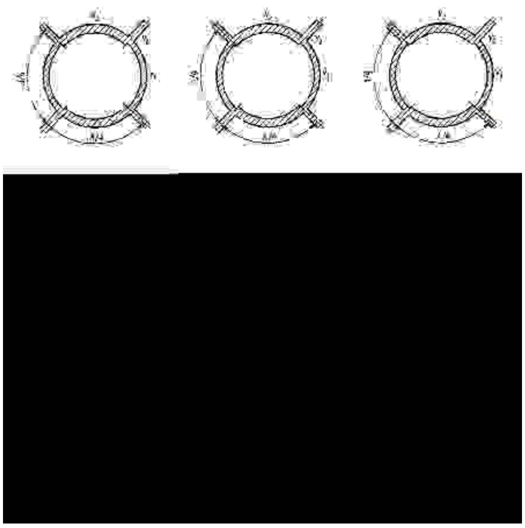
Le coupleur directionnel montré sur la figure 4.34 est un coupleur en quadrature parce que $arg\left(\frac{S_{31}}{S_{41}}\right) = \frac{\pi}{2}$. La solution topologique utilisée et celle d'anneau de longueur $\lambda/4$ (figure 4.35), affin d'affaiblir l'influence des non-homogénéités des jonction des segments de ligne.

Les coupleurs directionnels aux lignes couplées forment une classe particulière parmi les circuits de micro-ondes. La longueur de la région couplée (figure 4.36) est un nombre impair de $\lambda/4$ pour la fréquence moyenne de la gamme et, en pratique, la longueur de la région couplée vaut à $\lambda/4$.

La matrice de répartition du coupleur directionnel aux lignes couplées pour une adaptation idéale ($Z_{0e}Z_{0o} = 1$) a la forme suivante:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & A & B & 0 \\ A & 0 & 0 & B \\ B & 0 & 0 & A \\ 0 & B & A & 0 \end{bmatrix} \qquad (4.27)$$

ie



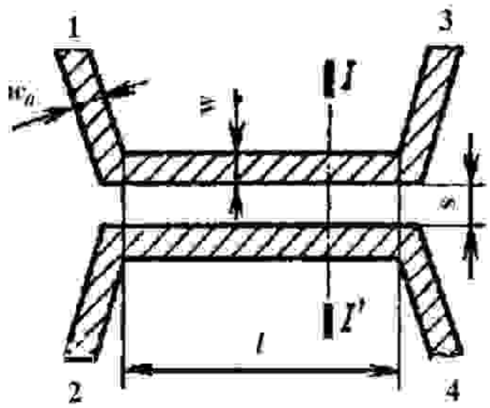


Figure 4.35 Topologie du coupleur directionnel (forme d'anneau, longueur l).

Figura 4.36 Coupleur directionnel aux lignes couplées latéral

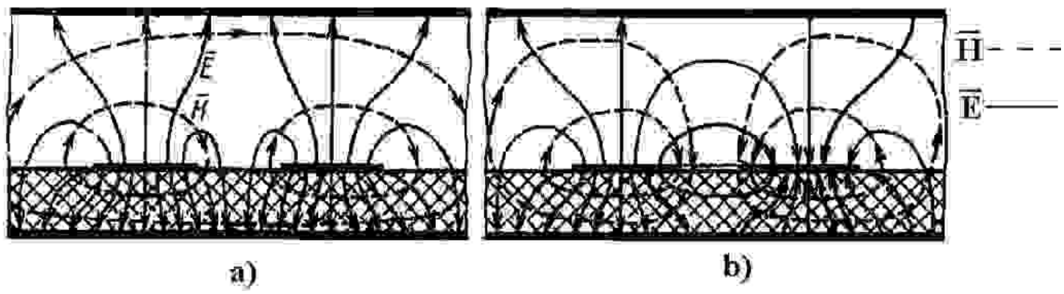


Figure 4.37. La structure du champ électromagnétique des ondes paires (a) et impaires (b) pour le coupleur directionnel aux lignes couplées.

Un désavantage essentiel de la structure montrée sur la figure 4.36 est la différence entre les constantes de propagation des ondes paires et impaires. La figure 4.37a présente la structure du champ de l'onde paire et la figure 4.37b montre le champ de l'onde impaire. L'onde paire se propage, en principal, en diélectrique. Par contre, l'onde impaire se propage notamment en air.

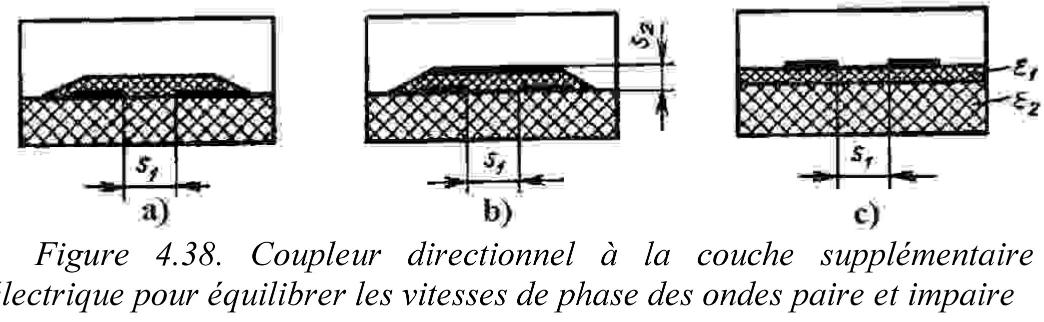


Figure 4.38. Coupleur directionnel à la couche supplémentaire de diélectrique pour équilibrer les vitesses de phase des ondes paire et impaire

De cette manière, les permittivités diélectriques effectives pour les ondes paires et impaires sont différentes et, donc, les vitesses de propagation des ondes et les déphasages au couplage sont aussi différentes. Les vitesses de phase peuvent être égalisées en prenant des précautions spéciales. Dans les coupleurs directifs montrés sur la figure 4.38a, les lignes couplées sont couvertes d'une couche supplémentaire de diélectrique. De cette manière, une grande partie de l'énergie d'onde impaire se propage dans le diélectrique de la couche de couverture et dans la sous-couche diélectrique. L'utilisation d'un conducteur placé en dessus de la couche de couverture (figure 4.38b) permet une meilleure équilibration des vitesses de phase. La longueur de ce conducteur est égale à celle d'une région de couplage. Afin d'équilibrer les permittivités diélectriques effectives pour les ondes paire et impaire des sous-couches ayant des permittivités différentes sont utilisées (figure 4.38c). Pour $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$, la couche supplémentaire de diélectrique réduit la valeur de ε_{ef} de l'onde paire par rapport au valeur ε_{ef} de l'onde impaire.

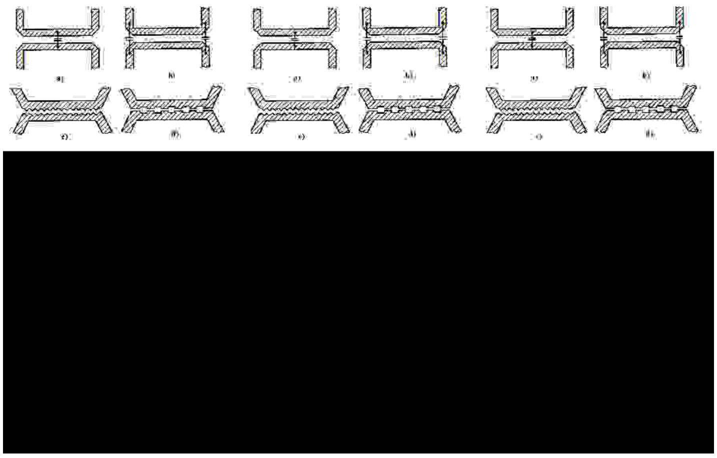


Figure 4.39. Exemples de topologies des coupleurs directionnels qui assurent l'équilibrage des vitesses de phase des ondes paire et impaire

Les vitesses de phase aux coupleurs directifs au couplage (figure 4.39 a,b) sont équilibrées en connectant des condensateurs au milieu ou aux extrémités de la région de couplage. Une solution technique intéressante pour équilibrer les décalages de phase des deux types d'ondes est l'utilisation des profiles périodiques dans la région de couplage – en forme de dent de scie ou carré (figure 4.39 c, et d), augmentant de cette manière le parcours de l'onde impaire. De cette manière l'équilibration des décalages de phase est aussi réalisée. Les lignes couplées au couplage latéral permettent de réaliser seulement des dispositifs au faible facteur de couplage. Le coupleur directionnel de $3\,\mathrm{dB}$, réalisé sur une sous-couche ayant la permittivité diélectrique relative $\varepsilon_r = 9{,}6$, doit avoir un intervalle s entre les lignes couplées inférieur à $10\,\mathrm{mm}$, ce qui est pratiquement irréalisable.

Pour réaliser des fortes couplages les coupleurs directifs en tandem sont utilisés, c'est-à-dire la connexion des deux coupleurs identiques par des lignes de transmission couplées (figure 4.40). Il est évident que les branches 1 et 2 sont découplés (idem pour les branches 3 et 4).

Le signal entrant par la branche 1 est divisé entre les branches 3 et 4. La matrice de répartition des coupleurs directionnels en tandem est:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & A & B \\ 0 & 0 & B & A \\ A & B & 0 & 0 \\ B & A & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

où:

- $A = \frac{(1-r^2 \sin^2 \theta)}{\left(\cos \theta + i\sqrt{1+r^2} \sin \theta\right)^2}$;
- $B = \frac{(2ir \sin \theta)}{\left(\cos \theta + i\sqrt{1+r^2} \sin \theta\right)^2}$;
- $r = \frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$;
- k est le coefficient de couplage des coupleurs;
- θ est la longueur électrique de la région de couplage des coupleurs en tandem. Pour la fréquence moyenne de la gamme de fréquences, $\theta = \pi/2$.

Le coefficient de couplage du coupleur directionnel en tandem sur la fréquence centrale est:

$$|S_{14}| = k_T = 2k\sqrt{1-k^2} \tag{4.28}$$

L'expression du coefficient k_{12} (le coefficient de couplage des deux coupleurs) est ainsi obtenue:

$$k_{1,2} = \frac{\sqrt{1-\sqrt{1-k_T^2}}}{\sqrt{2}} \tag{4.29}$$

Pour un coupleur directionnel en tandem de 3dB ($k_T = 0{,}7071$), les coupleurs intégrés doivent avoir une atténuation de transit de 8,34 dB ($k_{1,2} = 0{,}327$).

Pour cette valeur de l'atténuation les dimensions géométriques des lignes couplées réalisées sur une sous-couche dont $\varepsilon = 9{,}6$, sont $\frac{\omega}{h} = 0{,}77$, $\frac{S}{h} = 0{,}18$, où h est l'épaisseur de la sous-couche.

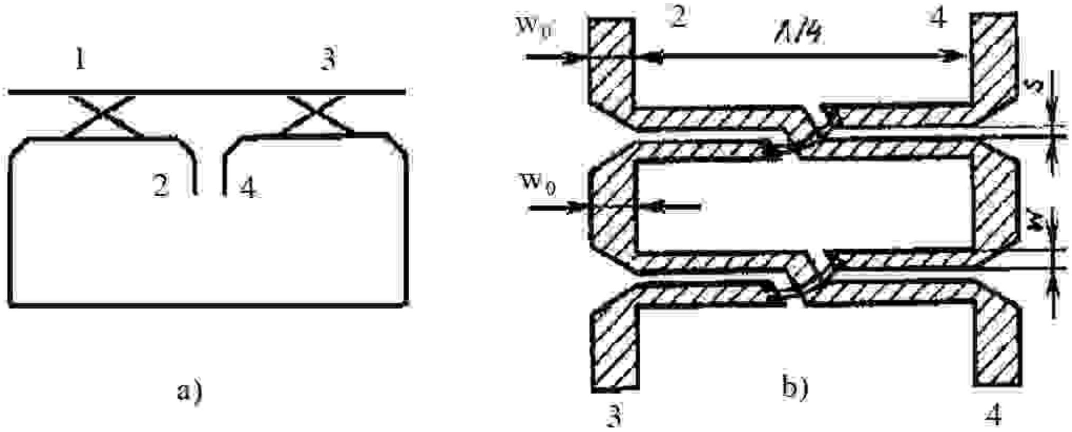


Figure 4.40. Schéma électrique (a) et la topologie (b) du coupleur directionnel en tandem

Un autre avantage des coupleurs directionnels en tandem est la bande de passage supérieure aux coupleurs simples.

Par exemple, pour une déviation de transit de $0{,}2\,\text{dB}$ un coupleur en tandem assure une bande de 70% par rapport à la fréquence moyenne de la gamme d'utilisation; celle-ci n'a qu'une valeur de 38% pour un coupleur de $3\,\text{dB}$.

Une autre version de coupleur directionnel au fort couplage sont les structures Lange (figure 4.41).

Le signal entrant dans la branche 1 est divisé en mode égal entre les branches 2 et 3, les branches 1 et 4 étant découplés. Le déphasage entre les branches 2 et 3 est $\pi/2$.

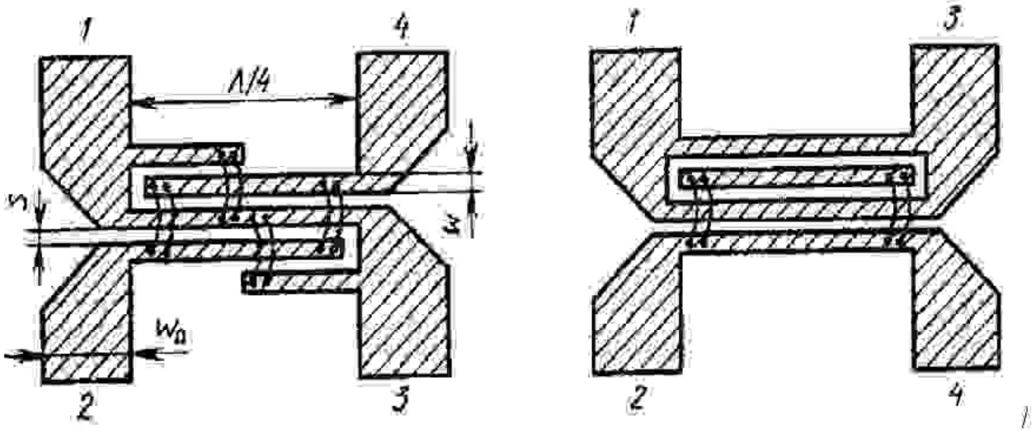


Figure 4.41. Coupleurs directionnels Lange

4.5 Diviseurs et additionneurs de puissance

Dans la structure des circuits de micro-ondes, les diviseurs et les additionneurs de puissance ont une large utilisation. Les diviseurs de puissance distribuent la puissance appliquée à l'entrée vers les canaux de sortie.

Les additionneurs assurent la sommation des signaux appliqués à l'entrée sur une charge commune. D'habitude les additionneurs et les diviseurs de puissance sont des dispositifs réciproques. Les caractéristiques imposées aux diviseurs et aux additionneurs de puissance sont déterminées par leurs utilisations. Ainsi, les diviseurs de puissance dans la structure des réseaux d'antennes doivent assurer la distribution amplitude-phase qui forme la caractéristique de directivité.

Les diviseurs et les additionneurs de puissance doivent assurer une adaptation appropriée dans la bande de fréquence et le découplage nécessaire entre les canaux. Leurs paramètres sont aussi essentiels, par exemple leur poids et leur gabarit, les indicateurs de fiabilité et de prix etc.

Les diviseurs peuvent être réalisés à partir des schémas série ou parallèle. Choisir une solution ou l'autre dépend des spécifications techniques du dispositif et des possibilités technologiques de réalisation.

Le diviseur de puissance de type série est l'un des diviseurs les plus simples, obéissant la condition d'adaptation $Y_i = Y_{i+1} + Y_{i+2}$, où Y_i représentent les admittances caractéristiques aux lignes respectives (figura 4.42).

Dans le cas particulaire d'une distribution uniforme de la puissance, la condition $Y_2 = Y_4 = Y_6 = Y_8 = Y_{10}$ ($Y_9 = Y_{10}$) est satisfaite.

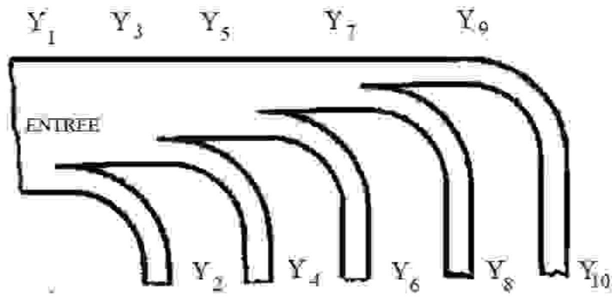


Figure 4.42. Topologie du diviseur de puissance de type série

Pour réaliser l'adaptation, l'entrée et les sorties de ce diviseur peuvent avoir des sections de transformation en $\lambda/4$. Le principal désavantage du diviseur est la faible atténuation entre canaux.

Le schéma de *l'additionneur de puissance de type parallèle* est représentée sur la figure 4.43.

L'adaptation est réalisée en utilisant un segment de ligne de longueur $\lambda/4$, dont l'impédance caractéristique est $Z_1 = \frac{Z_0}{\sqrt{N}}$, où N est le nombre des entrées.

Le découplage des entrées (dB) est donné par le nombre des branches d'entrée:

$$C = 10\,log\left[\frac{(1-N^{-2})}{(2N-1)}\right] \tag{4.30}$$

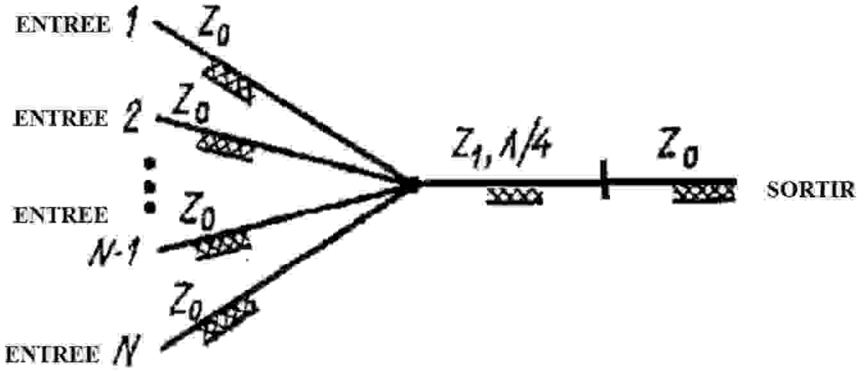


Figure 4.43. Additionneur de type parallèle

Dans la plupart des cas, quand le découplage (4.30) est insuffisant, les branches d'entrée des additionneurs sont couplées avec des éléments non-réciproques qui protègent les entrées (auxquelles sont connectés les générateurs) contre les ondes réfléchies si la charge a des variations.

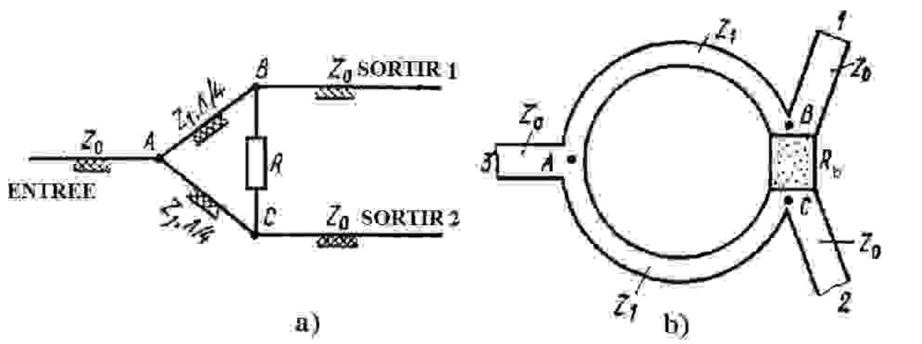


Figure 4.44. Schéma électrique (a) et topologie du diviseur de puissance en anneau

Les diviseurs de puissance de type anneau

L'adaptation de l'entrée et des sorties de ces dispositifs (figure 4.44) est obtenue en choisissant les impédances caractéristiques des segments de longueur $\lambda/4$, qui, pour une division égale de la puissance, ont la valeur $Z_1 = \sqrt{2}Z_0$.

Si le diviseur à l'entrée 3 est excitée, les points B et C sont équipotentiels, étant donnée la symétrie électrique du dispositif. Le courant dans la résistance de dissipation R_b a valeur nulle et aucune puissance est dissipée. Toute la puissance du générateur est divisée et transmise aux charges connectées aux branches de sortie 1 et 2. En excitant le diviseur à partir d'une des branches de sortie, le signal arrive au point C sur deux trajectoires: par le segment en $\lambda/4$ (voie $B-A-C$) et par la résistance R_b (voie $B-C$). La différence de phase des signaux qui parcourent les voies $B-A-C$ et $B-C$ est de $180°$.

La résistance de dissipation $R_b = 2Z_0$ assure l'égalité des amplitudes des signaux en opposition de phase et donc, au point C la tension est nulle. Le découplage des branches de sortie du diviseur est de $20\,\text{dB}$ pour un coefficient d'onde stationnaire inférieur à $1{,}2$.

Tous les coupleurs directionnels présentés dans le chapitre 4.4 peuvent être aussi utilisés comme diviseurs de puissance, en choisissant de manière adéquate les conditions d'adaptation.

Les systèmes multi-canal de division et de sommation de la puissance peuvent être réalisés à partir des dispositifs bi-canal de division de la puissance, de type série ou parallèle. Les schémas des *diviseurs de puissance de type série et parallèle aux lignes couplées* sont présentés sur les figures 4.45 et 4.46.

L'utilisation des diviseurs au coefficient de division non-unitaire permet de réaliser toutes les lois de distribution de la puissance dans les branches de sortie.

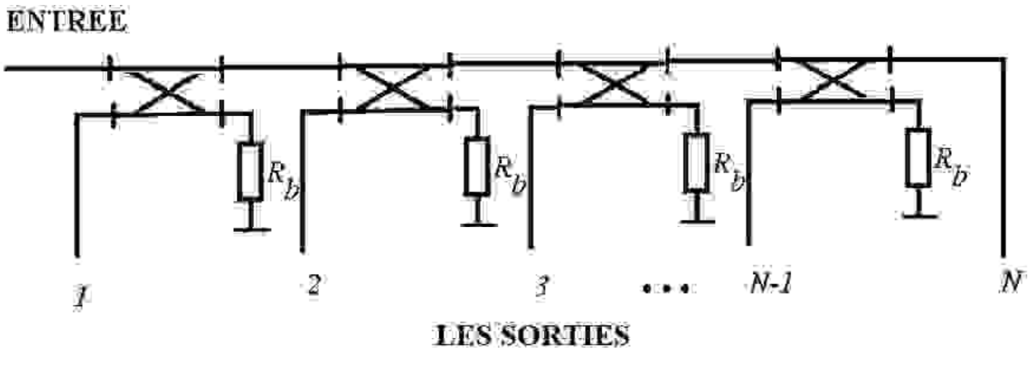


Figure 4.45. Schéma du diviseur de puissance multicanal série avec lignes couplées

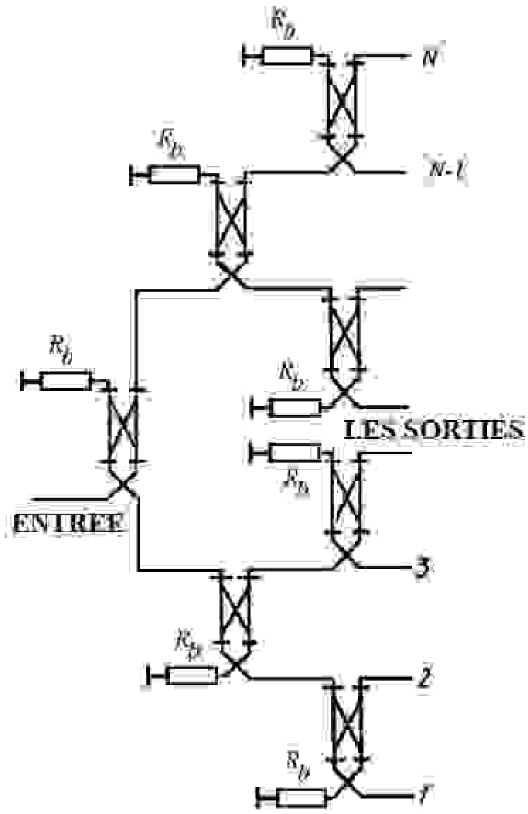


Figure 4.46. Schéma du diviseur multi-canal de type parallèle aux lignes couplées.

CHAPITRE 5

ETUDE DES CIRCUITS POUR MICRO-ONDES EN UTILISANT LES PARAMETRES S

Ce chapitre présente une méthode dont le but est d'éliminer les difficultés d'analyse des multi-portes en utilisant les paramètres impédance et admittance.

5.1 Introduction

L'analyse des circuits intégrés de micro-ondes sera effectuée en utilisant une méthode intégrale, étudiant de cette manière le comportement des paramètres électriques dans certains plans de référence. L'analyse des di-portes sera effectuée à la porte de sortie mais aussi à la porte d'entrée. L'analyse des di-portes utilisant les paramètres h, Y et Z fournit des informations sur le courant total et la tension totale aux deux portes. La seule différence concernant la caractérisation des ensembles de paramètres est le choix des variables indépendantes et dépendantes. Un aspect très important concernant le calcul des tous les paramètres mentionnés est la modalité de réalisation du circuit ouvert et du court-circuit aux portes de la di-porte.

Pour le domaine des micro-ondes, quelques difficultés apparaissent:

- les instruments de mesure ne sont pas capable à déterminer de manière précise le courant total et la tension totale aux portes;
- l'état de circuit ouvert ou en court-circuit est très difficile à réaliser sans avoir des réactances parasites;
- les dispositifs actifs peuvent avoir un régime instable de fonctionnement au moment d'exécution des mesures si les portes sont court-circuitées.

On renonce donc à utiliser la tension totale et le courant totale comme paramètres; la notion d'onde est choisie, considérant que dans un système aux micro-ondes (figure 5.1), la tension, le courant et la puissance transmise sont toutes des ondes qui se propagent le long de la ligne de transmission.

Si l'impédance de la charge est différente par rapport à l'impédance caractéristique de la ligne qui connecte le générateur et la charge, alors une partie de l'onde incidente est réfléchie par la charge. En arrivant au générateur, cette onde redevient une onde incidente et, donc, une onde stationnaire apparaît dans la ligne.

La valeur de la tension totale dans un point le log de la ligne de transmission est donnée par la somme des ondes de tension incidentes (U_{in}) et réfléchies (U_r), dans le point considéré; le courant total dans la ligne est la différence entre l'onde de tension incidente et réfléchie, pondérée par l'impédance caractéristique de la ligne, c'est-à-dire:

$$U_1 = U_{in} + U_r$$

$$I_1 = \frac{U_{in} - U_r}{Z_0} \qquad (5.1)$$

Le coefficient de réflexion est défini comme le rapport entre l'amplitude complexe de l'onde réfléchie et l'amplitude complexe de l'onde incidente:

$$\Gamma = \frac{U_r}{U_{in}} = \left|\frac{U_r}{U_{in}}\right| e^{i(\varphi_r - \varphi_i)} = |\Gamma| e^{i\varphi} \qquad (5.2)$$

L'équation ci-dessus fournit plusieurs informations concernant la mesure de la qualité d'adaptation entre l'impédance de la charge et l'impédance caractéristique de la ligne. Dans toutes les situations, sauf l'adaptation idéale, la charge réfléchie une partie de l'énergie reçue de la source.

Evidemment, la meilleure adaptation entre la charge et l'impédance caractéristique de la ligne est réalisée quand l'onde réfléchie et le coefficient de réflexion ont les valeurs les plus faibles.

Cet aspect devient très clair de point de vue analytique si le coefficient de réflexion est écrit en remplaçant les valeurs U_r et U_i dans (5.2) par les solutions du système (5.1):

$$\Gamma = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} = \frac{Y_0 - Y_S}{Y_0 + Y_S} \qquad (5.3)$$

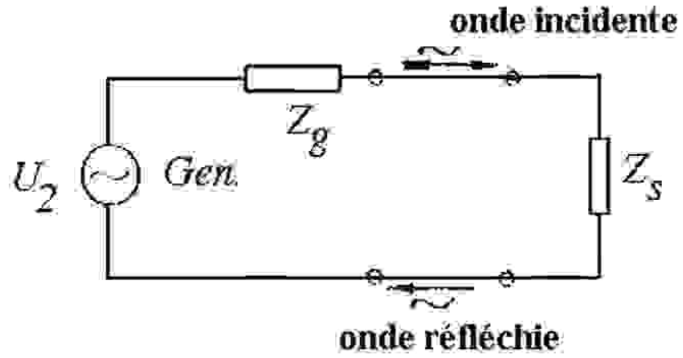


Figure 5.1 Schéma équivalent d'un système aux micro-ondes

5.2 Paramètres S

Il est évident que, si un réseau de di-portes est disposé le long de la ligne de transmission (figure 5.2), chaque onde sera le résultat d'une interaction des deux autres ondes. Un ensemble de paramètres, basés sur ce type de réaction entre les quatre ondes, sera établi par la suite pour un dipôle.

Si les paramètres h sont écrits pour un dipôle, respectivement

$$U_1 = b_1 I_1 + h_{12} U_2$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} U_2, \qquad (5.4)$$

où:

$$h_{11} = \frac{U_1}{I_1}\bigg|\, U_2 = 0$$

$$h_{12} = \frac{U_1}{U_2}\bigg|\, I_1 = 0$$

$$h_{21} = \frac{U_2}{U_1}\bigg|\, I_2 = 0$$

$$h_{22} = \frac{U_2}{I_2}\bigg|\, U_1 = 0,$$

et U_1, U_2, I_1 et I_2 sont la tension totale et le courant totale à la porte de sortie et respectivement d'entrée:

$$U_1 = U_{in1} + U_{r1} \qquad (5.5a)$$

$$U_2 = U_{in2} + U_{r2} \qquad (5.5b)$$

$$I_1 = \frac{U_{in1} - U_{r1}}{Z_0} \qquad (5.5c)$$

$$I_2 = \frac{U_{in_2} - U_{r2}}{Z_0} \qquad (5.5d)$$

Réécrivant les équations (5.4) de manière que les ondes incidentes soient des variables indépendantes et celles réfléchies deviennent des variables dépendantes et compte tenant des valeurs établies dans les équations (5.5a)÷(5.5d), le système suivant est obtenu:

$$U_{r1} = f_{11}(h) U_{in1} + f_{12}(h) U_{in2}$$

$$U_{r2} = f_{21}(h) U_{in1} + f_{22}(h) U_{in2} \qquad (5.6)$$

où le nouvel ensemble des paramètres qui dépendent des paramètres h est connu sous le nom d'ensemble de paramètres S. Un ensemble similaire peut être obtenu en fonction des paramètres impédance ou admittance.

Les équations (5.6) sont réécrites en utilisant le changement de variable:

$$a_1 = \frac{U_{in1}}{\sqrt{Z_0}};\ a_2 = \frac{U_{in2}}{\sqrt{Z_0}};\ b_1 = \frac{U_{r1}}{\sqrt{Z_0}};\ b_2 = \frac{U_{r2}}{\sqrt{Z_0}}$$

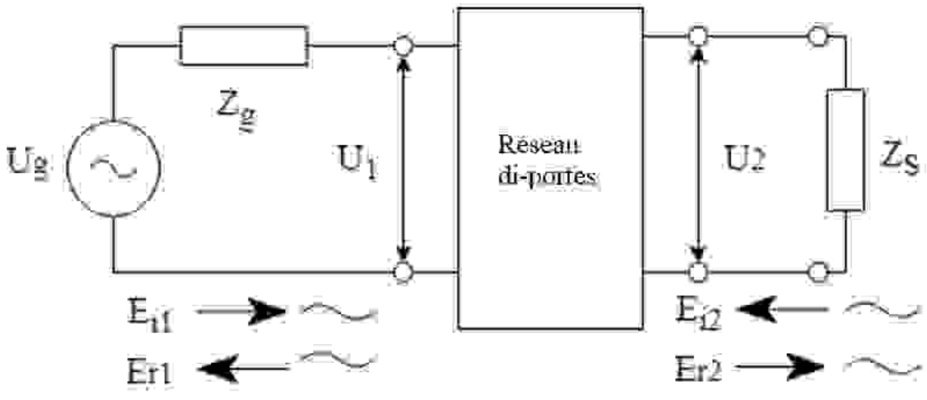


Figure 5.2 Di-porte placée dans un circuit de micro-ondes

et le système ci-dessous est obtenu:

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Dans cette définition le carré de l'amplitude a la signification de puissance incidente ou réfléchie à la porte d'entrée ou de sortie de la di-porte Cette définition est préférée parce que dans un réseau le terme d'ondes de puissance est plus adéquat que le terme d'ondes de tension.

Par conséquence, les paramètres S sont définis conformément aux équations (5.7), de la manière suivante:

- le coefficient de réflexion à l'entrée du réseau di-porte, quand l'onde réfléchie à la sortie a une valeur nulle, est: $S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}$;
- le coefficient de réflexion à la sortie du réseau di-porte quand à l'entrée l'onde réfléchie est nul: $S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0}$;
- le coefficient de transfert direct, quand l'onde réfléchie à la sortie est nulle et qui fournit des informations concernant le gaine ou l'atténuation d'un di-porte: $S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$;
- le coefficient de transfert inverse, quand l'onde réfléchie à l'entrée est nulle: $S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$.

5.3 Les réseaux multi-portes

Les concepts présentés ci-dessus peuvent être adaptés aussi pour des réseaux multi-portes. La caractérisation d'une tri-porte (figure 5.3) peut être réalisée par l'intermède d'une matrice **S** ayant 9 paramètres.

Compte tenant de la modalité d'arrangement d'axes de symétrie, les configurations possibles sont la configuration étoile (le tri-porte a trois axes de symétrie et l'angle entre eux est de $120°$), en forme de Y (le tri-porte a un seul axe de symétrie), en forme de T (quand deux branches ont les axes colinéaires et le troisième est perpendiculaire à l'axe commun) et des configurations non-définies.

La matrice S correspondante à une tri-porte a la forme suivante:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \qquad (5.8)$$

Les coefficients $S_{i,j}(i = j)$ représentent les coefficients de réflexion aux portes de la tri-porte quand les autres portes sont chargées avec des impédances égales à l'impédance caractéristique des lignes de transmission. Les autres paramètres de la matrice, les coefficients de transfert entre portes, sont définis de manière similaire aux ceux de la di-porte

Les conclusions établies pour les réseaux de type di-porte et tri-porte peuvent être généralisées aussi pour des réseaux à n portes (figure 5.4). L'onde réfléchie à une entrée (par exemple l'entrée p), dépend des ondes incidentes aux toutes les entrées de la multi-porte et peut être exprimée de la manière suivante:

$$b_p = \sum_{q=1}^{n} S_{pq} a_q, \ p = \overline{1, n} \qquad (5.9)$$

où:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + \cdots + S_{1n}a_n$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + \cdots + S_{2n}a_n$$

$$\vdots$$

$$b_n = S_{n1}a_1 + S_{n2}a_2 + \cdots + S_{nn}a_n \qquad (5.10)$$

Sous forme matricielle le système d'équations (5.10) peut être écrit sous la forme:

$$[\mathbf{b}] = [\mathbf{S}][\mathbf{a}], \qquad (5.11)$$

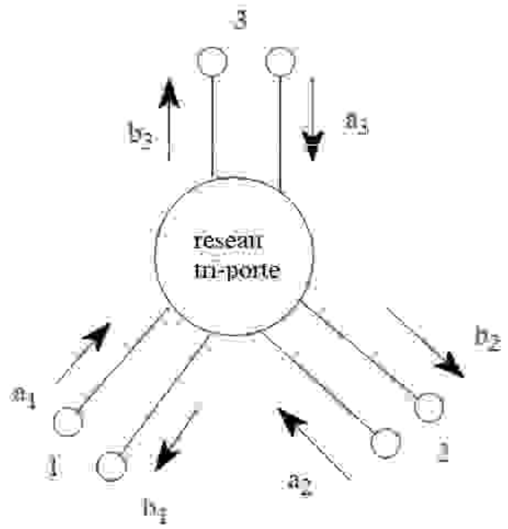
où:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \ \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

sont les matrices colonne correspondantes aux ondes réfléchie et incidente et

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \cdots & S_{2n} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & \cdots & S_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \qquad (5.12)$$

est la matrice de répartition.



En conclusion, les éléments S_{pq}, où $p \neq q$, définissent la connexion entre les bornes q et p. L'élément S_{ii} définit la superposition des ondes réfléchies à l'entrée i quand une onde est appliquée à cette entrée et les autres $n-1$ entrées sont chargées par des impédances égales à l'impédance caractéristique de la ligne de transmission.

Figure 5.3 Réseau tri-porte

L'atténuation de passage entre les entrées p et q peut être exprimée en dB, de la manière suivante:

$$\alpha_{pq} = 10 \ log \frac{P_p}{P_q} = 20 \ log \frac{a_p}{a_q} = 20 \ log \frac{1}{|S_{qp}|} \qquad (5.13)$$

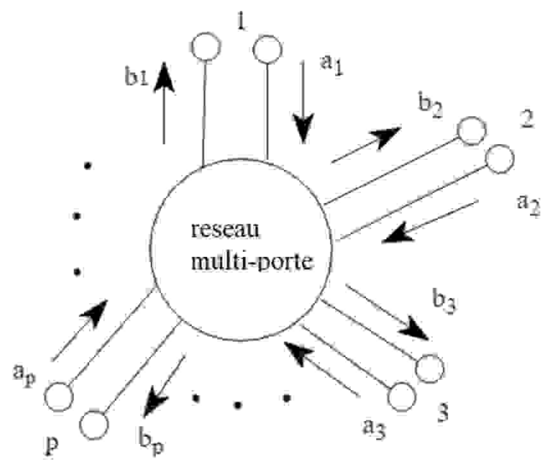
où: $p, q = \overline{1, n}$; $p \neq q$.

Le coefficient α_{pq} exprime la partie de la puissance du signal qui est introduite à l'entrée p ($\left(P_p = \frac{1}{2}\lfloor a_p \rfloor^2\right)$) qui arrive a la porte q comme puissance sortant du di-porte ($P_q = \frac{1}{2}\lfloor a_q \rfloor^2$).

La multi-porte pour laquelle les coefficients de transfert accomplissent la condition suivante:

$$S_{pq} = S_{qp} \qquad (5.14)$$

est symétrique.



Une multi-porte est considérée sans pertes si la puissance incidente est égale à la puissance réfléchie:

$$\sum_{i=1}^{n}|a_i|^2 = \sum_{i=1}^{n}|b_i|^2 \qquad (5.15)$$

Figure 5.4 Réseau multi-porte

A partir de la condition que la puissance dissipée en multi-porte soit nulle, il résulte que la somme des puissances réelles transmises par les portes de la jonction sans pertes est aussi nulle. Aussi, considérant que la puissance appliquée à l'entrée d'une porte est:

$$P_n = \frac{1}{2}U_n^N I_n^N = \frac{1}{2}(a_n + b_n)(a_n^* - b_n^*)$$

l'égalité suivante est valide:

$$\sum_n (a_n a_n^* - b_n b_n^*) = 0 \qquad (5.16)$$

Les deux sommes dans (5.16) peuvent être écrites de manière matricielle de la manière suivante:

$$\sum_n a_n a_n^* = a_1 a_1^* + \cdots + a_n a_n^* = [a]\,[a^*]_T$$
$$\sum_n b_n b_n^* = b_1 b_1^* + \cdots + b_n b_n^* = [b]\,[b^*]_T$$

Si ces deux égalités sont introduites sous forme matricielle dans l'équation (5.16), il résulte:

$$[\mathbf{a}][\mathbf{a}^*]_\mathbf{T} - [\mathbf{b}][\mathbf{b}^*]_\mathbf{T} = 0$$

Compte tenant de l'équation (5.12) nous obtenons:

$$[\mathbf{a}][\mathbf{a}^*]_\mathbf{T} - [\mathbf{a}][\mathbf{S}][\mathbf{S}^*]_\mathbf{T}[\mathbf{a}^*]_\mathbf{T} = 0$$

Si on multiplie à gauche par la matrice $[\mathbf{a}]^{-1}$ et à droite par$[\mathbf{a}^*]_\mathrm{T}^{-1}$, l'égalité suivante est obtenue:

$$[\mathbf{1}] - [\boldsymbol{S}^*]_{\boldsymbol{T}}[\boldsymbol{S}] = 0 \qquad (5.17)$$

Les réseaux sans pertes peuvent être utilisées si l'adaptation entre les étages d'un amplificateur est souhaitée. Pour un réseau aux pertes la puissance réfléchie est plus faible que la puissance incidente.

5.4 Le changement des planes de référence

Afin de déterminer les paramètres S des éléments actifs du transistor n'est pas indiqué de connecter les bornes de radiofréquence directement aux terminaux du transistor. Si les planes de référence sont déplacées, les éléments de la matrice **S** auront une phase différente mais leurs valeurs absolues restent non-modifiées parce que les ondes incidentes et réfléchies ont la même amplitude pour les réseaux sans pertes.

Si le plan de référence est déplacé vers le di-porte avec une distance d, la phase de l'onde directe se modifie avec $\varphi = -\beta d$, et si le plan de référence est déplacé au sens contraire la phase d'onde directe se modifie avec $\varphi = \beta d$. Aussi, si le plan de référence à l'entrée du di-porte est déplacé plus loin, les ondes incidentes et réfléchies ont les valeurs suivantes à la porte d'entrée et respectivement de sortie (figure 5.5):

$$\begin{aligned} a_1' &= a_1 e^{j\varphi_1}; \quad a_2' = a_2 e^{j\varphi_2} \\ b_1' &= b_1 e^{-j\varphi_1}; \quad b_2' = b_2 e^{-j\varphi_2} \end{aligned} \tag{5.18}$$

Evidemment, compte tenant des nouvelles variables dans les équations (5.18) une nouvelle matrice de répartition peut être écrite $[\mathbf{S}']$.

La relation entre la matrice initiale $[\mathbf{S}]$ et celle obtenue en déplaçant les planes de référence $[\mathbf{S}']$ est obtenue à partir de la forme matricielle des équations suivantes:

$$\begin{aligned} b_1' &= b_1 e^{-j\varphi_1} = S_{11}' a_1' + S_{12}' a_2' = S_{11}' a_1 e^{j\varphi_1} + S_{12}' a_2 e^{j\varphi_2} \\ b_2' &= b_2 e^{-j\varphi_2} = S_{21}' a_1' + S_{22}' a_2' = S_{21}' a_1 e^{j\varphi_1} + S_{22}' a_2 e^{j\varphi_2}, \end{aligned}$$

c'est-à-dire: $\begin{bmatrix} e^{-j\varphi_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\varphi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}' & S_{12}' \\ S_{21}' & S_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\varphi_1} & 0 \\ 0 & e^{j\varphi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$

En multipliant à gauche la dernière relation par la matrice:

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} e^{j\varphi_1} & 0 \\ 0 & e^{j\varphi_2} \end{bmatrix},$$

une relation entre les matrices $[\boldsymbol{S}]$ et $[\boldsymbol{S}']$ est obtenue:

$$[\boldsymbol{S}] = [\boldsymbol{\varphi}][\boldsymbol{S}'][\boldsymbol{\varphi}] \tag{5.19}$$

où:

$$[\boldsymbol{S}'] = [\boldsymbol{\varphi}]^{-1}[\boldsymbol{S}][\boldsymbol{\varphi}]^{-1} \tag{5.20}$$

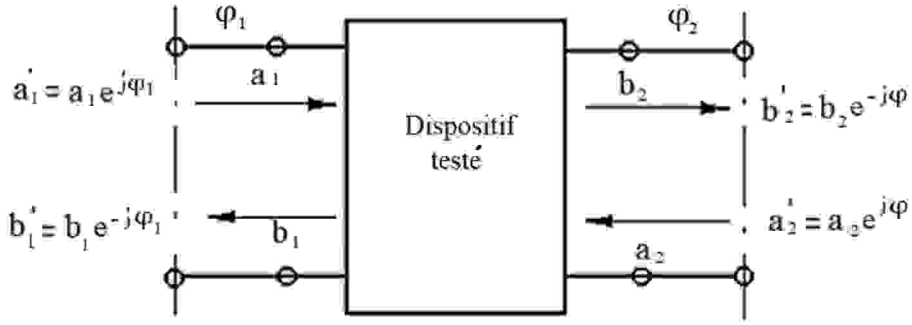


Figure 5.5 Configuration des planes de référence

5.5 Connexion en cascade des di-portes

Les équations de définition de la matrice S ont été introduites en utilisant les ondes réfléchies comme des variables dépendantes et les ondes incidentes comme des variables indépendantes. Une nouvelle ensemble de paramètres sera introduite ci-dessous, afin d'analyser les réseaux connectés en cascade.

Les équations (5.7), seront réarrangés de manière que les ondes à l'entrée du di-porte, a_1, b_1, soient des variables indépendantes et les ondes de sortie a_2, b_2 soient des variables dépendantes, respectivement:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \tag{5.21}$$

Cette nouvelle ensemble de paramètres définis par l'équation (5.21) est l'ensemble des paramètres de transfert appelée aussi l'ensemble de paramètres T; les relations entre ces paramètres et les paramètres S sont données par les équations suivantes:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{S_{11}S_{22}-S_{12}S_{21}}{S_{21}} & \frac{S_{11}}{S_{21}} \\ -\frac{S_{22}}{S_{21}} & \frac{1}{S_{21}} \end{bmatrix} \tag{5.22}$$

et

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{12}}{T_{22}} & \frac{T_{11}T_{22}-T_{12}T_{21}}{T_{22}} \\ \frac{1}{T_{22}} & -\frac{T_{21}}{T_{22}} \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

Les paramètres T peuvent être aussi définis quand les ondes aux sorties du di-porte sont des variables dépendantes et les ondes d'entrée sont les variables indépendantes. Cette modalité alternative de définition des paramètres $\boldsymbol{T}$ peut être difficile à utiliser si des éléments actifs unilatéraux sont utilisés (si $S_{12} = 0$).

La liaison entre les paramètres T et S est:

$$[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} \frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{12}} & \frac{S_{22}}{S_{12}} \\ -\frac{S_{11}}{S_{12}} & \frac{1}{S_{12}} \end{bmatrix} \tag{5.24}$$

Dans le cas d'un élément unilatéral, les paramètres $\boldsymbol{T}$ définis par l'équation (5.24) ont des valeurs infinies.

Les équations de liaison définies en utilisant la relation (5.21) entre les ondes d'entrée et les ondes de sortie pour un réseau de deux di-portes (figure 5.6) sont:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{b}_1 \\ \mathrm{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{11} & \mathrm{T}_{12} \\ \mathrm{T}_{21} & \mathrm{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{a}_2 \\ \mathrm{b}_2 \end{bmatrix} \tag{5.25}$$

et

$$\begin{bmatrix} \mathrm{b}_1' \\ \mathrm{a}_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{11}' & \mathrm{T}_{12}' \\ \mathrm{T}_{21}' & \mathrm{T}_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{a}_2' \\ \mathrm{b}_2' \end{bmatrix} \tag{5.26}$$

Il est évident que les ondes de sortie du premier di-porte sont identiques aux ondes d'entrée du deuxième di-porte. En introduisant la relation (5.26) dans l'équation (5.25), il résulte:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{b}_1 \\ \mathrm{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{11} & \mathrm{T}_{12} \\ \mathrm{T}_{21} & \mathrm{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{T}_{11}' & \mathrm{T}_{12}' \\ \mathrm{T}_{21}' & \mathrm{T}_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{a}_2' \\ \mathrm{b}_2' \end{bmatrix} \tag{5.27}$$

En généralisant pour n di-portes connectés en cascade, la relation devient:

$$[\boldsymbol{T}] = \prod_{i=1}^{n} [\boldsymbol{T_i}] \tag{5.28}$$

Etant donné que la multiplication des matrices n'est pas une opération commutative, les matrices des paramètres T devront être multipliées suivant l'ordre établi par la succession des étages. Si la deuxième variante de définition des paramètres T était utilisée, la multiplication des matrices serait effectuée en ordre inverse.

CHAPITRE 6

ETUDE DES NON-HOMOGENEITES DES CIRCUITS DE MICRO-ONDES EN UTILISANT LA MATRICE DE DISPERSION

Ce chapitre présente une méthode de calcul de la structure du champ électromagnétique dans les circuits de micro-ondes, basée sur leur matrice de répartition et qui prend en compte la diversité et la complexité des modes de propagation mais aussi les non-homogénéités de la ligne de transmission, données par la configuration du circuit.

6.1 Introduction

Chaque circuit de micro-ondes peut être représenté sous forme d'un ensemble des lignes de transmission ayant différentes non-homogénéités. Suivant l'analyse du circuit, la matrice de répartition est obtenue. Cette matrice est nommée aussi la matrice de dispersion à cause de l'effet produit par les non-homogénéités de la ligne sur les ondes électromagnétiques.

La relation entre les amplitudes des ondes incidentes et réfléchies pour une multi-porte est exprimée par:

$$\begin{bmatrix} U_{1r} \\ U_{2r} \\ \vdots \\ U_{nr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & & S_{2n} \\ \vdots & & & \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1in} \\ U_{2in} \\ \vdots \\ U_{nin} \end{bmatrix}$$

Si la multi-porte satisfait le principe de la réciprocité, alors la modification de la direction de l'onde n'influence pas le coefficient de transmission. Si la multi-porte est sans pertes, la puissance totale des ondes incidentes est égale à la puissance totale des ondes réfléchies, ce qui corresponde au caractère unitaire de la matrice de répartition.

Le nombre d'entrées et donc aussi le nombre des lignes et des colonnes de la matrice de répartition sont déterminés non seulement par le nombre de portes de la di-porte mais aussi par le nombre de modes existants dans le circuit de micro-ondes à la fréquence utilisée. La matrice correspondante au processus électromagnétique est composée par n^2 bloques, où n est le nombre des lignes de transmission (nombre de canaux d'onde) qui entrent dans la multi-porte. Le nombre de lignes et de colonnes de chaque bloque est déterminé par le nombre de modes de propagation dans les canaux correspondants au ce bloque.

Considérons qu'un signal caractérisé par un ensemble des valeurs propres est appliqué aux certaines entrées (canaux). Dans ce cas, dans chaque canal se propagent aussi les ondes réfléchies qui représentent la réponse du circuit aux ondes incidentes. Le champ électromagnétique dans chaque canal peut être représenté sous forme de superposition des ondes incidentes et réfléchies:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_{i\ in} + \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_{i\ r}, \quad i = \overline{1,n}$$

Les ondes réfléchies dans chaque canal sont le résultat de l'action des ondes incidentes sur le circuit analysé, dans tous les canaux. U_{kin}^{i} et U_{kr}^{i}représentent les vecteurs des amplitudes complexes des ondes incidentes et réfléchies par le canal i. Ici, k représente le numéro du mode de propagation dans le canal analysé. Dans le cas général, ces vecteurs sont incommensurables, parce que le nombre de modes d'onde dans le canal est infini. La dépendance entre ces deux vecteurs peut être écrite sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{U_{1r}^{1}} \\ \mathrm{U_{2r}^{1}} \\ \cdots \\ \mathrm{U_{1r}^{2}} \\ \mathrm{U_{2r}^{2}} \\ \cdots \\ \cdots \\ \mathrm{U_{1r}^{n}} \\ \cdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{S_{11}^{11}} & \mathrm{S_{12}^{11}} & \cdots & \mathrm{S_{11}^{12}} & \mathrm{S_{12}^{12}} & \cdots & \mathrm{S_{11}^{1n}} & \mathrm{S_{12}^{1n}} & \cdots \\ \mathrm{S_{21}^{11}} & \mathrm{S_{22}^{11}} & \cdots & \mathrm{S_{21}^{11}} & \mathrm{S_{22}^{12}} & \cdots & \mathrm{S_{11}^{1n}} & \mathrm{S_{22}^{1n}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathrm{S_{11}^{21}} & \mathrm{S_{12}^{21}} & \cdots & \mathrm{S_{11}^{22}} & \mathrm{S_{12}^{22}} & \cdots & \mathrm{S_{11}^{2n}} & \mathrm{S_{12}^{2n}} & \cdots \\ \mathrm{S_{21}^{21}} & \mathrm{S_{22}^{21}} & \cdots & \mathrm{S_{21}^{21}} & \mathrm{S_{21}^{22}} & \cdots & \mathrm{S_{21}^{2n}} & \mathrm{S_{22}^{2n}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathrm{S_{11}^{n1}} & \mathrm{S_{12}^{n1}} & \cdots & \mathrm{S_{11}^{n2}} & \mathrm{S_{12}^{n2}} & \cdots & \mathrm{S_{11}^{nn}} & \mathrm{S_{12}^{nn}} & \cdots \\ \mathrm{S_{21}^{n1}} & \mathrm{S_{22}^{n1}} & \cdots & \mathrm{S_{21}^{n2}} & \mathrm{S_{22}^{n2}} & \cdots & \mathrm{S_{21}^{nn}} & \mathrm{S_{22}^{nn}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{U_{1in}^{1}} \\ \mathrm{U_{2in}^{1}} \\ \cdots \\ \mathrm{U_{1in}^{2}} \\ \mathrm{U_{2in}^{2}} \\ \cdots \\ \cdots \\ \mathrm{U_{1in}^{n}} \\ \cdots \end{bmatrix} \tag{6.1}$$

La matrice $[S]$ de la relation (6.1) est formée d'une série des bloques $\mathrm{S^{ij}}$, caractérisant le processus de transmission entre le canal j et le canal i. Chaque bloque $\mathrm{S^{ij}}$ est composé de k_i lignes et l_j colonnes, où k_i représente le nombre des modes d'onde prises en calcul pour le canal i et l_j est le nombre de modes d'onde prises en calcul pour le canal j. En pratique, un nombre fini des modes d'onde est pris en compte dans chaque canal analysé. Par conséquent, si les éléments de la matrice sont connus, alors le processus électromagnétique à l'intérieur de la di-porte peut être entièrement étudié, sans tenir compte de la structure interne de la di-porte, qui est considérée comme « une boîte noire »

6.2 Méthode de décomposition

Afin de réaliser l'analyse d'un circuit complexe de micro-ondes, il est nécessaire de résoudre une série de problèmes-clé. Ce terme définit le problème-limite de l'électrodynamique, à la suite duquel l'information concernant la matrice de répartition du circuit est obtenue. Pour déterminer les éléments de la matrice de répartition S, le problème-clé est résolu en régime de diffraction de tous les modes de propagation, dans tous les canaux. Dans ce cas les équations Maxwell homogènes sont résolues en considérant que dans un des canaux de multi-porte il y a une onde incidente et que dans tous les autres canaux les ondes incidentes n'existent pas.

Chaque circuit des micro-ondes est représenté sous forme d'un ensemble d'éléments, pour chacun un problème électrodynamique relativement simple étant résolu. Une telle méthode d'étude des circuits de micro-ondes s'appelle méthode de décomposition et les éléments séparés dans lesquels le dispositif est divisé, s'appellent bloques autonomes.

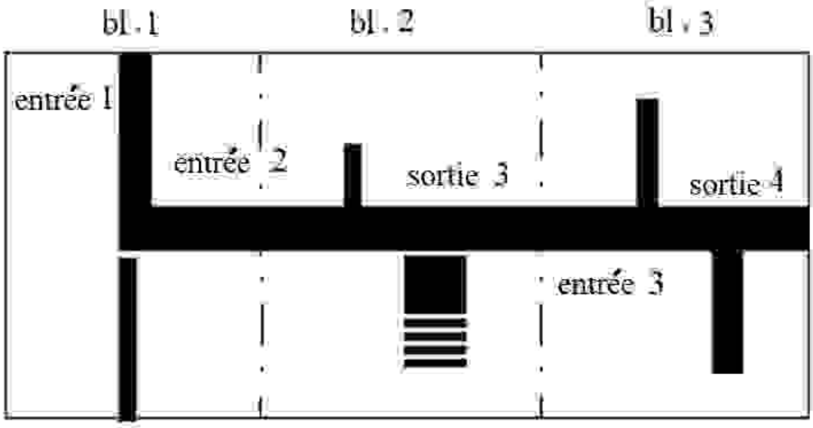


Figure 6.1 Circuit de micro-ondes divisé en bloques autonomes

Le circuit de micro-ondes (figure 6.1) est considéré, divisé dans les bloques autonomes 1, 2 et 3 pour lesquels les matrices qui décrivent leur comportement ont été déterminées, par exemple les matrices ${}_1^dS, {}_2^dS, {}_3^dS,$ où l'index "d" situé en haut à gauche de la matrice fait référence à la méthode de décomposition. Les deux premières bloques sont analysées. Pour simplifier le problème, les hypothèses suivantes sont considérées: le bloque 1 a l'entrée 1 et la sortie 2 et que le bloque 2 a l'entrée 2 et la sortie 3. Les équations de diffractions sont écrites pour les deux bloques, sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} {}_1^dU_r^1 \\ {}_1^dU_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_1^dS^{11} & {}_1^dS^{12} \\ {}_1^dS^{21} & {}_1^dS^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1^dU_{in}^1 \\ {}_1^dU_{in}^2 \end{bmatrix} \quad \text{pour le bloque 1,} \qquad (6.2a)$$

$$\begin{bmatrix} {}_2^dU_r^2 \\ {}_2^dU_r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_2^dS^{22} & {}_2^dS^{23} \\ {}_2^dS^{32} & {}_2^dS^{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_2^dU_{in}^2 \\ {}_2^dU_{in}^3 \end{bmatrix} \quad \text{pour le bloque 2;} \qquad (6.2b)$$

${}_i^dU_{in}^i$, ${}_i^dU_r^i$ – sont les vecteurs colonnes des amplitudes complexes, correspondants aux ondes incidentes et réfléchies, de dimensions k_j (qui représente le nombre de modes de propagation dans le canal j); ${}_1^dS^{jk}$ représente la matrice de répartition du bloque i du circuit, qui décrit le processus de transmission entre le canal k et le canal j.

On peut écrire, pour les bloques 1 et 2:

$$ {}_1^dU_{in}^2 \equiv {}_2^dU_r^2 \ , {}_2^dU_{in}^2 \equiv {}_1^dU_r^2. \tag{6.3}$$

A partir des équations matricielles (6.2) et compte tenant des identités (6.3) les relations suivantes sont obtenues:

$$ {}_1^dU_{in}^2 \equiv {}_2^dU_r^2 = [\boldsymbol{I} - {}_2^dS^{22}\ {}_1^dS^{22}]^{-1}\left[{}_2^dS^{22}\ {}_1^dS^{21}\ {}_1^dU_{in}^1\ U_1^{1in} + {}_2^dS^{21}\ {}_2^dU_{in}^1\right] \tag{6.4}$$

$$ {}_1^dU_r^2 \equiv {}_2^dU_{in}^2 = [\boldsymbol{I} - {}_1^dS^{22}{}_2^dS^{22}\ ]^{-1}[{}_1^dS^{21}\ {}_1^dU_{in}^1 + {}_1^dS^{22}\ {}_2^dS^{21}\ {}_2^dU_{in}^1],$$

où la matrice $\boldsymbol{I}$ est la matrice unité. En éliminant les vecteurs communs pour les deux bloques en utilisant les relations (6.4) et (6.2), nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} {}_1^dU_r^1 \\ {}_2^dU_r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_{12}^{\ d}S^{11} & {}_{12}^{\ d}S^{13} \\ {}_{12}^{\ d}S^{31} & {}_{12}^{\ d}S^{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1^dU_{in}^1 \\ {}_2^dU_{in}^3 \end{bmatrix}$$

où ${}_{12}^{\ d}U_r = {}_{12}^{\ d}S\ {}_{12}^{\ d}U_{in}$. Les expressions des éléments de la matrice sont exprimées ci-dessous:

$$\begin{aligned} {}_{12}^{\ d}S^{11} &= {}_1^dS^{11} + {}_1^dS^{12}[\boldsymbol{I} - {}_2^dS^{22}{}_1^dS^{22}]^{-1}{}_2^dS^{22}{}_1^dS^{21} \\ {}_{12}^{\ d}S^{13} &= {}_1^dS^{12}[\boldsymbol{I} - {}_2^dS^{22}{}_1^dS^{22}]^{-1}{}_2^dS^{23} \\ {}_{12}^{\ d}S^{31} &= {}_2^dS^{32}[\boldsymbol{I} - {}_1^dS^{22}{}_2^dS^{22}]^{-1}{}_1^dS^{21} \\ {}_{12}^{\ d}S^{33} &= {}_2^dS^{33} + {}_2^dS^{32}[\boldsymbol{I} - {}_1^dS^{22}{}_2^dS^{22}]^{-1}{}_1^dS^{22}{}_2^dS^{23}, \end{aligned} \tag{6.5}$$

où les quantités notées en bas-gauche par l'indice 12 sont associées au nouveau bloque 12, obtenu par l'unification des bloques 1 et 2. De manière analogue, en unifiant les bloques 1, 2 et 3, le bloque 123 est obtenu. Suivant une procédure analogue, en utilisant la méthode de décomposition, les matrices de tout dispositif de micro-ondes peuvent être obtenues. Dans le cas général, chaque bloque autonome est lié aux bloques voisins en utilisant un nombre différent des canaux, entre 1 et 4.

Par la suite, la modalité d'utilisation de la méthode de décomposition sera présentée, afin de résoudre des différents problèmes-clé pour des structures concrètes, quand les dimensions du conducteur de la ligne de transmission sont modifiées.

6.3 Diffraction des ondes électromagnétiques aux modifications brusques des dimensions du conducteur de la ligne de transmission

Une non-homogénéité sous la forme d'un saut de largeur sera analysée (figure 6.3). Conformément à cette méthode, l'entier domaine est coupé par un plane transversal, où $z = 0$, qui passe par la région de saut, permettant ainsi d'obtenir deux domaines partielles, où la longueur du conducteur est w_1 et respectivement w_2. Nos considérons que $w_2 < w_1$. Dans le cas limite, la largeur du conducteur dans le deuxième domaine peut être égale à 0.

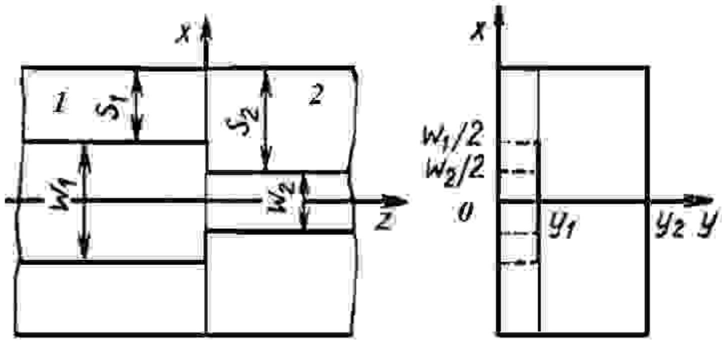


Figure 6.2 Le saut de largeur de la ligne de transmission

Le problème traité va considérer que l'onde incidente vient de la partie gauche de la figure. En ce cas, dans le premier domaine il y a une superposition des champs des ondes incidentes et réfléchies par la non-uniformité; dans le deuxième domaine, seulement l'onde résultante existe:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_1 = \sum_{n=1}^{N} A_n \begin{bmatrix} e_{1n}(x,y) \\ h_{1n}(x,y) \end{bmatrix} \; exp(-j\beta_{1n}z) +$$

$$\textstyle\sum_{n=1}^{\infty} B_n \begin{bmatrix} e_{1n}(x,y) \\ -h_{1n}(x,y) \end{bmatrix} \; exp(j\beta_{1n}z) \quad, z \leq 0, \qquad (6.6)$$

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_2 = \textstyle\sum_{n=1}^{\infty} C_n \begin{bmatrix} e_{2n}(x,y) \\ h_{2n}(x,y) \end{bmatrix} \; exp(-j\beta_{2n}z), \quad z \geq 0, \qquad (6.7)$$

où $\begin{Bmatrix} e_{jn}(x,y) \\ h_{jn}(x,y) \end{Bmatrix}$, $j = 1,2$ représentent le système de fonctions propres, correspondant aux champs électrique et magnétique, déterminé en utilisant la méthode électrodynamique; A_n, B_n et C_n sont les coefficients inconnus.

Nous avons considéré que l'onde incidente est formée par un numéro fini de modes d'onde et que l'onde réfléchie contient un nombre infini de modes.

Les conditions à la limite, écrites dans le plan $z = 0$ et compte tenant des conditions imposées aux composantes tangentielles des vecteurs des champs électrique et magnétique (d'être continues au croisement de la surface de séparation des deux milieux) et du fait qu'à la proximité extérieure de la surface d'un conducteur parfait seulement des composantes électriques normales et magnétique tangentielles peuvent exister et qu'elles deviennent nulles à l'intérieur du conducteur, sont:

$$[E_1, z_0] = [E_2, z_0] \text{ pe } S_2, \tag{6.8}$$

$$[z_0, H_1] = [z_0, H_2] \text{ pe } S_1, \tag{6.9}$$

$$[E_1, z_0] = [E_2, z_0] = 0 \text{ pe } \varDelta S = S_2 - S_1, \tag{6.10}$$

où les quantités S_1, S_2 représentent les largeurs des zones sans conducteur, explicitées sur la figure 6.2; z_0 est le vecteur unité orienté vers le long de l'axe z. Entre parenthèses est calculé le produit vectoriel entre les composantes du champ et le verseur. Compte tenant de la condition imposée aux composantes tangentielles du champ électrique, l'équation (6.8) s'écrite de la manière suivante:

$$\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ E_{1x} & E_{1y} & E_{1z} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ E_{2x} & E_{2y} & E_{2z} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ sur } S_2 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} E_{1y} = E_{2y} \\ E_{1x} = E_{2y} \end{cases}$$

Les relations (6.9) et (6.10) sont interprétées de manière analogue. En introduisant les relations (6.6) et (6.7) dans la relation (6.8) et compte tenant du fait que dans le plan z=0 les fonctions exponentielles valent 1, il résulte:

$$\left[\sum_{n=1}^{N} A_n\, \vec{e}_{1n}(x,y) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n\, \vec{e}_{1n}(x,y)\right] \times \vec{z}_0 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \vec{e}_{2n}(x,y) \times \vec{z}_0$$

Les étapes suivantes sont ensuite parcourues:

- l'équation est multipliée par $\vec{h}_{2k}$ et intégrée sur S_2 et ensuite l'égalité suivante est utilisée:

$$\left([\vec{e}_{2n}(x,y), \vec{z}_0], \vec{h}_{2k}(x,y)\right) = \left(\left[\vec{e}_{2n}(x,y), \vec{h}^{*}_{2k}(x,y)\right], \vec{z}_0\right);$$

- des relations analogues sont utilisées pour les termes situés à gauche dans l'égalité ci-dessus, obtenant le système suivant:

$$\begin{gathered} \sum_{n=1}^{N} A_n \int_{S_2} \left(\left[\vec{e}_{2n}(x,y), \vec{h}^{*}_{2k}(x,y)\right], \vec{z}_0\right) dS + \\ + \textstyle\sum_{n=1}^{\infty} B_n \int_{S_2} \left(\left[\vec{e}_{2n}(x,y), \vec{h}^{*}_{2k}(x,y)\right], \vec{z}_0\right) dS = \\ \textstyle\sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_{S_2} \left(\left[\vec{e}_{2k}(x,y), \vec{h}^{*}_{2k}(x,y)\right], \vec{z}_0\right) dS \end{gathered} \tag{6.11}$$

- compte tenant de l'orthogonalité des fonctions propres dans le domaine 2, c'est-à dire de:

$$\int_{S_2}\left(\left[\vec{e}_{jn},\vec{h}_{jk}^{*}\right],\vec{z}_0\right)dS = 0 \text{ pentru } n\neq k,$$

et que les fonctions $\vec{e}_{1n}$ sont égales à zéro sur $\Delta S = S_2 - S_1$ et que les intégrales de la partie gauche de l'égalité sont effectuées sur S_1, le système d'équations (6.11) deviennent:

$$\sum_{n=1}^{N} b_{nk}A_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_{nk}B_n = C_k \tag{6.12}$$

où

$$\begin{cases} b_{nk} = \dfrac{1}{N_{2k}}\displaystyle\int_{S_1}[e_{1n},h_{2k}^{*}]z_0 dS \\ N_{2k} = \displaystyle\int_{S_2}[e_{2k},h_{2k}^{*}]z_0 dS\,,\ k = 1,2,3,\ldots \end{cases}$$

De manière analogue, utilisant la condition (6.9), nous obtenons:

$$A_n - B_n = \sum_{k=1}^{\infty} c_{nk}C_k \tag{6.13}$$

où

$$\begin{cases} c_{nk} = \frac{1}{N_{1n}}\int_{S_2}[e_{1n},h_{2k}^{*}]z_0 dS \\ N_{1n} = \int_{S_1}[e_{1n},h_{1n}^{*}]z_0 dS \end{cases}$$

Le système d'équations algébriques linéaires formé par (6.12) et (6.13) peut être réécrit sous la forme:

$$\sum_{n=1}^{\infty} d_{kn}B_n = \sum_{n=1}^{N}\left(\delta_{kn} - \sum_{i=1}^{\infty} b_{ni}c_{ki}\right)A_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_{kn}C_n = 2\sum_{n=1}^{N} b_{nk}A_n, \tag{6.14}$$

où $d_{kn} = \delta_{kn} + \sum_{i=1}^{\infty} b_{ni}c_{ki}\,; f_{kn} = \delta_{kn} + \sum_{i=1}^{\infty} b_{ik}c_{in}\,, k = 1,2,3,\ldots$

En solutionnant le système infini d'équations algébriques linéaires, les coefficients de décomposition pour l'onde réfléchie et résultante sont déterminés (dans le domaine 2). De manière analogue, le problème est résolu aussi pour la situation quand la ligne est excitée par la partie droite. Une fois les valeurs des coefficients déterminés, la matrice de répartition du circuit peut être écrite.

6.4 Diffraction des ondes électromagnétiques pour deux sauts proches de la largeur du conducteur de la ligne de transmission

Conformément à l'algorithme analysé dans le paragraphe antérieur, les matrices de répartition peuvent être obtenues aussi pour des non-homogénéités plus complexes. Si les deux non-homogénéités sont près une de l'autre, alors les modes supérieures ne s'évanouissent pas sur la distance entre elles et donc la structure du champ sera très compliquée; les matrices de répartition pour chaque non-homogénéité ont un ordre très grand, ce qui rend particulièrement difficile le calcul nécessaire. Il est donc nécessaire de mettre en oeuvre un algorithme spécial.

La structure typique de la non-homogénéité sous forme d'un double saut de la largeur du conducteur est présentée sur la figure 6.3. Les rapports entre les largeurs du conducteur peuvent être différents, l'ordre de succession des sauts peut être aussi arbitraire (étroitement- élargissement, voir la figure 6.3, élargissement-étroitement, élargissement-élargissement, étroitement-étroitement).

Le champ électromagnétique dans les domaines 1 et 2 sera représenté sous forme d'une superposition des ondes directes et réfléchies et dans le domaine 3 comme une superposition des ondes résultantes.

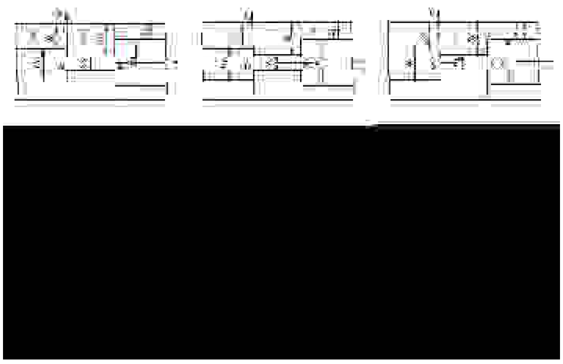


Figure 6.3. Non-homogénéités sous forme de double saut de largeur du conducteur de la ligne de transmission

Dans le domaine 1, les champs s'écrivent sous la forme:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_1 = \sum_{n=1}^{N} A_n \begin{bmatrix} e_{1n}, \\ h_{1n} \end{bmatrix} \; exp(-j\beta_{1n}z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \begin{bmatrix} e_{1n} \\ -h_{1n} \end{bmatrix} \; exp(j\beta_{1n}z), \qquad (6.15)$$

dans le domaine 2:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \begin{bmatrix} e_{2n}, \\ h_{2n} \end{bmatrix} \; exp(-j\beta_{2n}z) + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \begin{bmatrix} e_{2n} \\ -h_{2n} \end{bmatrix} \; exp(j\beta_{2n}z), \qquad (6.16)$$

dans le domaine 3:

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}_3 = \sum_{n=1}^{\infty} F_n \begin{bmatrix} e_{3n} \\ h_{3n} \end{bmatrix} \; exp[-j\beta_{3n}(z - z_1)] \qquad (6.17)$$

où $\begin{Bmatrix} e_{jn} \\ h_{jn} \end{Bmatrix}$ sont des systèmes de fonctions propres correspondantes à la section transversale; B_n, C_n, D_n, F_n sont des coefficients inconnus. Pour la structure montrée sur la figure 6.3, les conditions à la limite à la surface de séparation des domaines s'écrivent sous la forme:

$$[E_1, z_0] = [E_2, z_0] \text{ sur } S_2 \text{ pour } z=0, \qquad (6.18)$$

$$[E_1, z_0] = [E_2, z_0] = 0,\ \Delta S_0 = S_2 - S_1 \text{ pour } z=0 \tag{6.19}$$

$$[z_0, H_1] = [z_0, H_2] \text{ sur } S_1 \text{ pour } z=0, \tag{6.20}$$

$$[E_3, z_0] = [E_2, z_0] \text{ sur } S_2 \text{ pour } z=z_1, \tag{6.21}$$

$$[E_3, z_0] = [E_2, z_0] = 0 \text{ sur } \Delta S_1 = S_2 - S_3 \text{ pour } z=z_1, \tag{6.22}$$

$$[z_0, H_3] = [z_0, H_2] \text{ sur } S_3 \text{ pour } z=z_1, \tag{6.23}$$

où S_j est la section transversale de la ligne i du domaine j, et ΔS est le saut de largeur du conducteur.

En utilisant les expressions (6.15)-(6.17) et les égalités (6.18)-(6.23) et compte tenant de l'orthogonalité des ondes propres dans chaque domaine:

$$\int_S \left(\left[\vec{e}_{jn}, \vec{h}^*_{jk} \right], \vec{z}_0 \right) dS = 0 \quad \text{pour } n \neq k,$$

nous obtenons, en suivant une méthodologie similaire à celle présentée dans le sous-chapitre 1.3, un système infini d'équations linéaires où les quantités inconnues sont les coefficients B_n, C_n, D_n et F_n. En éliminant les coefficients C_n et D_n, un système d'équations en B_n et F_n est obtenu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{\mathrm{kn}} F_n + \xi \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{kn} B_n = \sum_{n=1}^{N} A_n (\zeta_{kn} - 2\delta_{kn})\,;$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha'_{\mathrm{kn}} F_n + \xi' \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{kn} B_n = \sum_{n=1}^{N} A_n \zeta'_{kn},$$

où $k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$;

$$\alpha_{\mathrm{kn}} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{c_{kp} f_{np}}{j\ \sin(\beta_{2p} z_1)};\ \zeta_{kn} = \delta_{kn} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{c_{kp} \mathrm{a_{np}}}{j\ \tan(\beta_{2p} z_1)};$$

$$\alpha'_{\mathrm{kn}} = \delta_{kn} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_{kp} f_{np}}{j\ \tan(\beta_{2p} z_1)};\ \zeta'_{kn} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_{kp} \mathrm{a_{np}}}{j\ \sin(\beta_{2p} z_1)};$$

$$\mathrm{a_{np}} = \frac{1}{N_{2p}} \int_{S_1} [e_{1n}, h^*_{2p}] z_0 dS\,;\ b_{np} = \frac{1}{N_{3p}} \int_{S_3} [e_{3n}, h^*_{2p}] z_0 dS\,;$$

$$c_{np} = \frac{N_{2p}}{N_{1p}} \mathrm{a_{np}};\ f_{np} = \frac{N_{3n}}{N_{2p}} b_{np};\ N_{jp} = \int_{S_j} [e_{jp}, h^*_{jq}] z_0 dS, j = 1,2,3,$$

où $\xi = \xi' = -1$ sont les paramètres qui détermine la structure des non-homogénéités et qui peuvent prendre les valeurs de ± 1 en différentes combinaisons. Pour une structure où les inégalités $S_2 \le S_1, S_3$ sont vraies, il est nécessaire de faire le remplacement $S_1 \leftrightarrow S_2$ dans les conditions à la limite (6.18)-(6.20), respectivement le remplacement $S_2 \leftrightarrow S_3$ dans les conditions à la limite (6.21)÷(6.23); dans ce cas, $\xi = \xi' = 1$. Pour la structure où $S_1 \le S_2 \le S_3$, il faut remplacer $S_2 \leftrightarrow S_3$ dans les conditions (6.21)÷(6.23), et les paramètres ξ et ξ' prennent les valeurs de -1, respectivement $+1$. Enfin, pour obtenir le modèle mathématique correspondant à la structure pour laquelle $S_1 \ge S_2 \ge S_3$, il est nécessaire de faire le remplacement $S_1 \leftrightarrow S_2$ dans les conditions (6.18)÷(6.20), et que les paramètres ξ et ξ' prennent les valeurs $+1$, et respectivement -1.

6.5 Tracé aux non-homogénéités irrégulières en cascade

Un tracé où les non-homogénéités sont connectées en cascade sous forme des sauts de largeur du conducteur de la ligne de transmission est analysé dans cette section. Sur la figure 3.4 la configuration du circuit est montrée.

Les bloques 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 sont formés par des segments de lignes à largeur constante, les bloques 2, 6, 12, 14 contiennent les sauts de largeur du conducteur et les bloques 4, 8, 10 contiennent les sauts de ligne effectués aux distances relativement faibles.

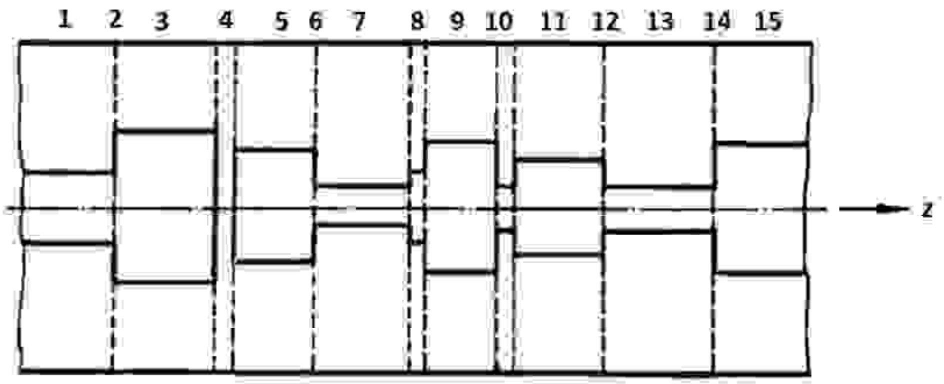


Figure 6.4 Trajet de micro-ondes aux non-homogénéités en cascade

En utilisant les modèles mathématiques présentés dans ce chapitre, l'algorithme de calcul des éléments de la matrice de répartition correspondante au chaque élément de base est conçu. Chaque élément est donc représenté sous forme de multi-porte (figure 6.5).

La matrice de répartition ${}_{p}^{d}S$d'une multi-porte est composée par quatre bloques et son ordre est $m+k$, où m est le nombre des modes d'onde dans le canal de sortie et p est le numéro de la multi-porte, et l'index "d" situé en haut à gauche de la matrice fait référence à la méthode de décomposition. Chaque bloque représente une matrice des dimensions suivantes:

$$ {}_{p}^{d}S^{11} - m \times m;\ {}_{p}^{d}S^{12} - m \times n;\ {}_{p}^{d}S^{21} - n \times m;\ {}_{p}^{d}S^{22} - n \times n \qquad (6.24) $$

Si la matrice ${}_{p}^{d}S$ d'un des bloques est d'ordre m+n et la matrice ${}_{p+1}^{d}S$ du bloque suivant est d'ordre $n+k$, alors la matrice résultante ${}_{p,p+1}^{d}S$ a l'ordre m+k; les éléments de ces bloques sont calculés en utilisant la formule (6.5), et les dimensions de ces bloques sont déterminés à partir des expressions (6.24). La matrice de répartition correspondante à la totalité du trajet peut être obtenue à partir d'un schéma récurent, analysé antérieurement et présenté dans le sous-chapitre 6.2.

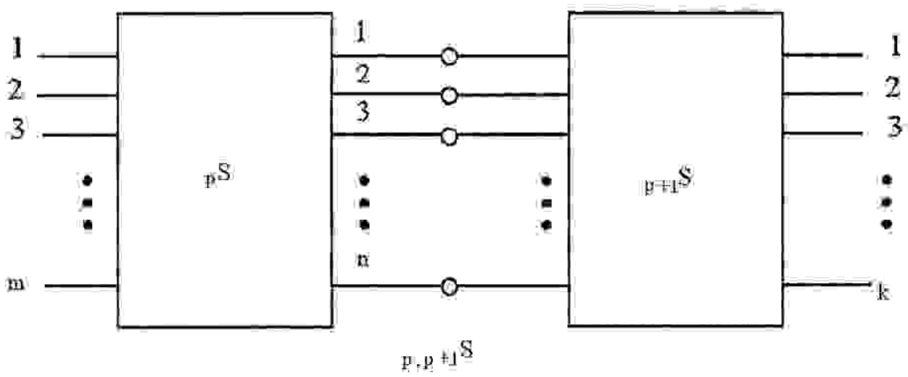


Figure 6.5 La structure des multi-portes qui décrivent les éléments de base du circuit de micro-ondes aux non-homogénéités

6.6 CONCLUSIONS

La méthode de décomposition a une contribution essentielle pour clarifier le comportement du champ électromagnétique dans les circuits de micro-ondes avec des non-homogénéités de la ligne de transmission. En ce sens, l'effet de diffraction des ondes électromagnétiques peut être analysé conjointement avec les changements de dimensions des lignes micro-ruban.

La matrice de distribution correspondant à un chemin complexe peut être obtenue selon un schéma récurrent qui utilise la méthode de décomposition et qui invite également le lecteur à concevoir des programmes destinés à calculer certains paramètres de distributions de champs électromagnétiques.

CHAPITRE 7

SUITE DES LOGICIELS MATLAB POUR LE CALCUL DES PARAMETRES DU CHAMPS ELECTROMAGNETIQUE ET DES CIRCUITS DE MICRO-ONDES

A partir des méthodes et des algorithmes présentés dans le cadre de cet ouvrage, une suite des logiciels pour le calcul des certains paramètres de la distribution de champ électromagnétique a été développée. Toutes les implémentations de méthodes sont réalisées en utilisant l'environnement intégré de développement Matlab.

7.1 Présentation générale

La suite des logiciels développés comprend des différents programmes de calcul auxquels l'utilisateur a accès à partir d'une interface graphique commune. La conception de l'implémentation modulaire permet une extension facile par intégration des prochaines composantes.

Cette suite de logiciels porte le nom générique de Microwave Solutions (version 1.0). Une illustration de la fenêtre principale est donnée sur la figure 7.1.

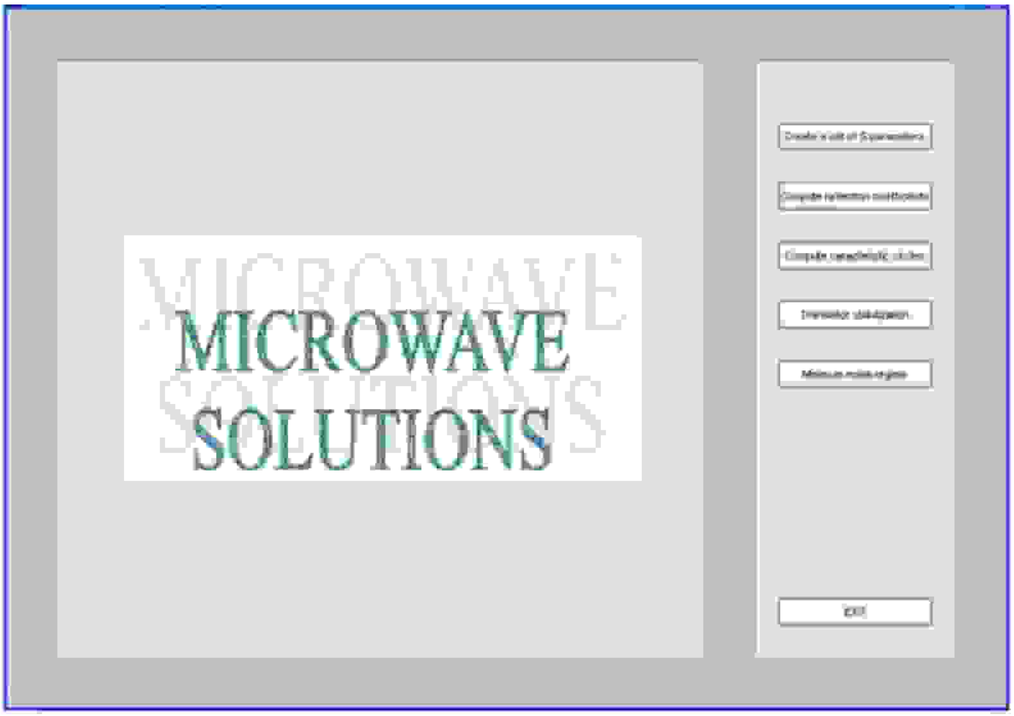


Figure 7.1 La fenêtre principale du logiciel Microwave Solutions

Afin de permettre une utilisation facile des logiciels, la structure montrée sur la figure 7.1 est commune pour toutes les sous-applications comprises. Ainsi, la zone gauche est réservée pour afficher certaines informations et pour la représentation graphique des résultats.

La zone située dans la partie droite de la fenêtre permet l'accès de l'utilisateur aux sous-applications (commandes) de chaque fenêtre.

A présent, l'application permet de lancer les sous-programmes suivants:

1. Création (calcul) d'un ensemble de paramètres S pour un transistor;
2. Calcul des coefficients de réflexion pour un transistor en charge;
3. Calcul des cercles caractéristiques pour un transistor en charge;
4. Calcul de la stabilité d'un transistor en charge;
5. Calcul du régime de bruit minimal et du circuit d'adaptation;

Quelques applications concrètes sont présentées à titre d'exemples, afin de montrer la manière d'utilisation des logiciels.

7.2 Installation du logiciel

Le logiciel « Microwave Solutions » est programmé et compilé sous l'une des versions de l'environnement de Matlab. Sa version distribuable comprend deux fichiers exécutables et plusieurs fichiers de données (archive du logiciel et images).

Parce que le logiciel est présenté en forme compilée (exécutable), il peut être installé et utilisé sur des machines qui ne disposent pas d'une installation du Matlab. Néanmoins, la bibliothèque des fonctions Matlab (« run-time ») doit être installée apriori. Cette bibliothèque est fournie avec le logiciel « Microwave Solutions ».

Toutes les étapes décrites dans ce chapitre nécessite la présence du système d'exploitation Windows.

Donc, l'installation du logiciel « Microwave Solutions » comporte trois étapes:

- **Transfert des fichiers d'installation sur le support de stockage local (SSD/HDD).**

Au cours de cette étape, le programme stocké dans le cloud est accessible à l'adresse https://github.com/scantaragiu/Microwave_book.git, d'où les fichiers stockés dans le référentiel (repository) "Microwave_book" sont copiés et téléchargés sur le support de stockage local. Ce référentiel contient tous les fichiers nécessaires pour installer et exécuter le programme.

Pour télécharger les fichiers, cliquez sur le bouton *Code* et choisissez l'option *Download ZIP*. Après avoir téléchargé avec succès l'archive, elle se décompressera dans le répertoire où vous souhaitez installer l'application à partir de votre stockage local.

- **Installation de la bibliothèque run-time (Matlab Component Runtime ou MCR).**

Celle-ci contient toutes les fonctions appelables par le logiciel « Microwave Solutions » telles que les fonctions d'interface graphique Windows, les fonctions internes de Matlab, les librairies de calcul mathématique complexe etc.

Le programme d'installation s'appelle « MCRInstaller.exe ». Lancez ce programme et suivez les instructions sur l'écran. Cela installera la bibliothèque MCR à l'emplacement de votre choix. Cette étape utilisera environ 200 MB d'espace libre sur votre support de stockage local.

- **Installation effective du logiciel « Microwave Solutions ».**

Lancez en exécution le fichier « start.exe », copié sur le support de stockage local comme montré dans les étapes précédentes.

Au premier lancement, il va extraire du fichier archive de l'application « start.ctf » les fichiers-logiciels de l'application. Cette procédure ne sera pas répétée aux lancements ultérieurs du logiciel, qui seront, donc, plus rapides.

Après avoir effectuée l'installation du logiciel « Microwave Solutions », chaque démarrage sera effectué par le lancement en exécution du fichier « start.exe ». Il est recommandé de créer une icône dans/sur le bureau, ce qui facilite le lancement de cette application.

Suite à cette opération, la fenêtre illustrée sur la figure 7.1 sera affichée.

7.3 Calcul des paramètres S du transistor

La première commande accessible à partir du menu situé dans la partie droite de l'écran principal est celle qui permet de calculer l'ensemble des paramètres S à partir de la structure physique d'un transistor.

La caractérisation des éléments de circuit dans la gamme des micro-ondes est effectuée notamment par l'intermédiaire de ces paramètres.

Une fois lancée, cette sous-application fait ouvrir une nouvelle fenêtre de travail, dont l'aspect initial est montré sur la figure 7.2.

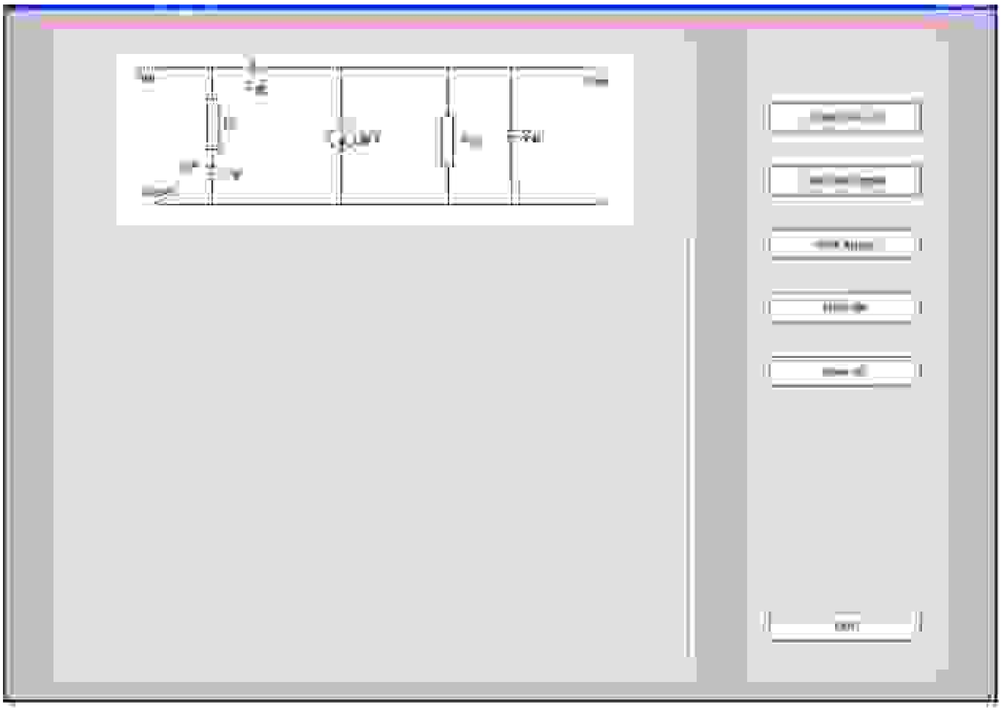


Figure 7.2 Vue initiale de la fenêtre pour le calcul des paramètres S

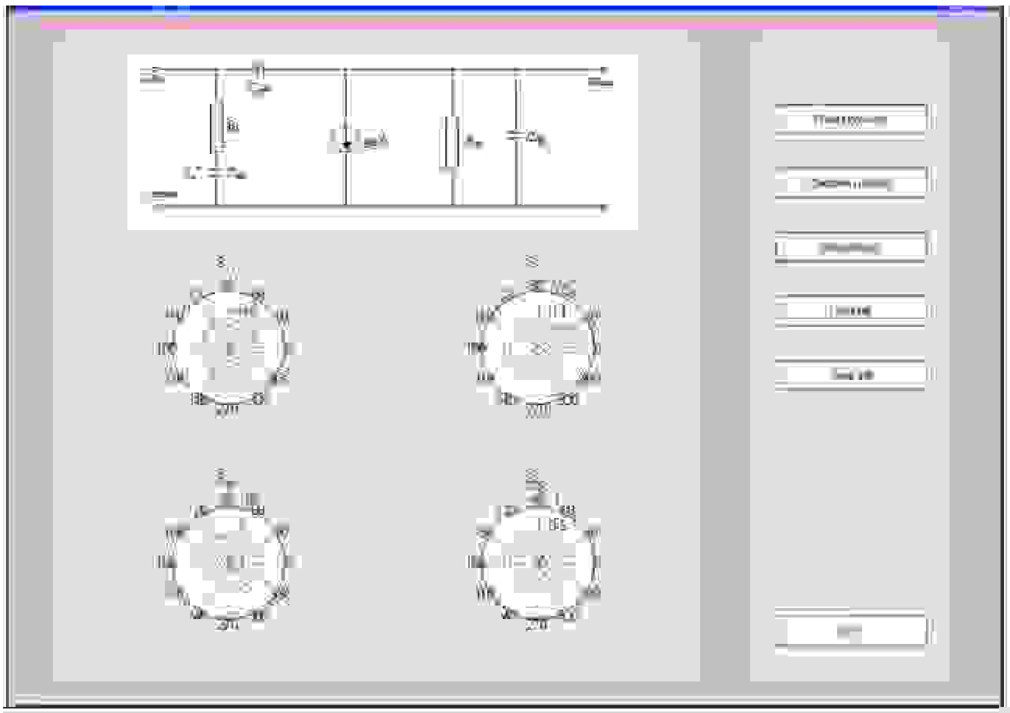


Figure 7.3 Représentation graphique des paramètres S du transistor HP-ATF 10236a

Une nouvelle ensemble de paramètres de type S peut être générée en choisissant la commande „Create new set”. Une fenêtre secondaire, qui permet de fournir les valeurs des éléments structuraux du transistor s'ouvre. Ensuite, une autre fenêtre permet d'introduire le domaine du calcul des paramètres S (la plage de fréquences).

Une fois les paramètres S calculés, il est possible de les afficher en représentation cartesienne ou polaire, ou de les sauvegarder.

Cette étape est nécessaire si leur utilisation future est souhaitée. Une commande permet aussi de charger un ensemble des paramètres antérieurement sauvegardé et, ensuite, de le représenter graphiquement.

La figure 7.3 montre la représentation graphique des paramètres S du transistor HP-ATF 10236a.

7.4 Calcul des coefficients de réflexion

Ces coefficients sont caractéristiques pour un transistor en charge, mesurant le dégrée d'adaptabilité qui existe à chacune des deux portes d'entrée du transistor. Afin de calculer leurs valeurs, il est nécessaire de connaître les paramètres S du transistor et les valeurs des impédances.

La porte d'entrée du transistor est couplée à la source et la porte de sortie à la charge. Pour un ensemble donné des paramètres S, les plages de variation (en magnitude et en phase) des valeurs des impédances complexes de la source et de la charge sont introduites par l'intermédiaire de l'interface graphique.

Ainsi, les étapes à parcourir pour représenter les coefficients de réflexion du transistor sont:

- lancer la sous-application « Calcul des coefficients de réflexion »;
- charger l'ensemble de paramètres S pour le transistor et la plage de fréquences souhaités;
- introduire les données externes (amplitude et phase de la source et de la charge) ;
- utiliser les fonctions d'affichage des coefficients de réflexion à la porte d'entrée et à la porte de sortie du transistor;
- sauvegarder, éventuellement, les données ainsi calculées;

La sous-application permet aussi de charger un ensemble particulier de coefficients de réflexion antérieurement calculées, afin d'effectuer leur affichage.

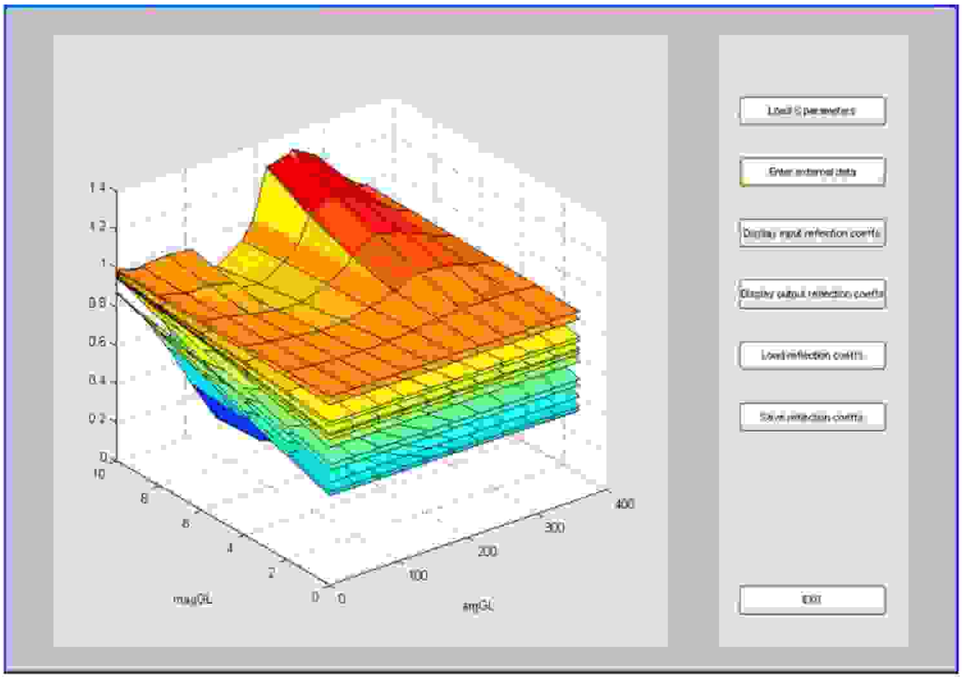


Figure 7.4 Coefficients de réflexion pour le transistor HP-ATF 10236a

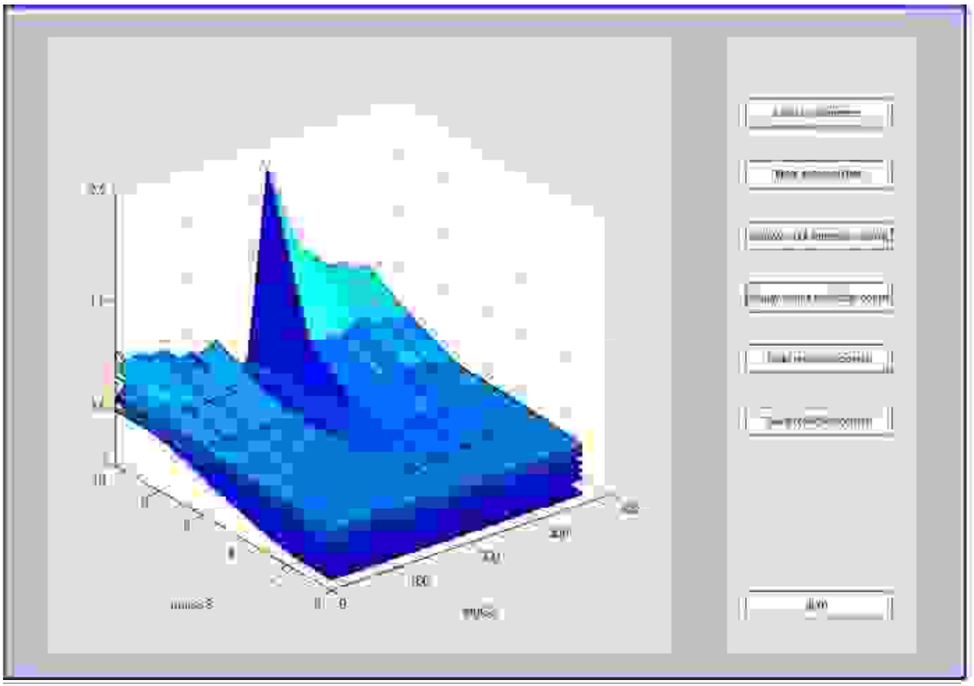


Figure 7.5 Les coefficients de réflexion (amplitude) pour le transistor HP-ATF 10236a

La figure 7.4 présente la manière d'affichage des coefficients de réflexion pour le transistor HP-ATF 10236a à la porte d'entrée.

De manière similaire, les coefficients de réflexion à la porte de sortie sont représentés sur la figure 7.5.

7.5 Représentation des cercles caractéristiques du transistor

Les zones de stabilité et de régime de bruit (cercles de stabilité et de bruit constant) sont représentées par l'intermédiaire de la sous-application « Cercles caractéristiques ».

Ce programme nécessite les paramètres S et les paramètres de bruit du transistor et permet de représenter les paramètres de bruit et de tracer les cercles de bruit et de stabilité à une fréquence prédéfinie (parmi lesquelles les paramètres S sont connus). En addition, la même sous-application permet de tracer les cercles de gain constant du transistor.

Un exemple d'application, pour le transistor HP-ATF 10236a, est présenté sur la figure 7.6 qui montre les cercles de stabilité du transistor à la fréquence de 4 GHz.

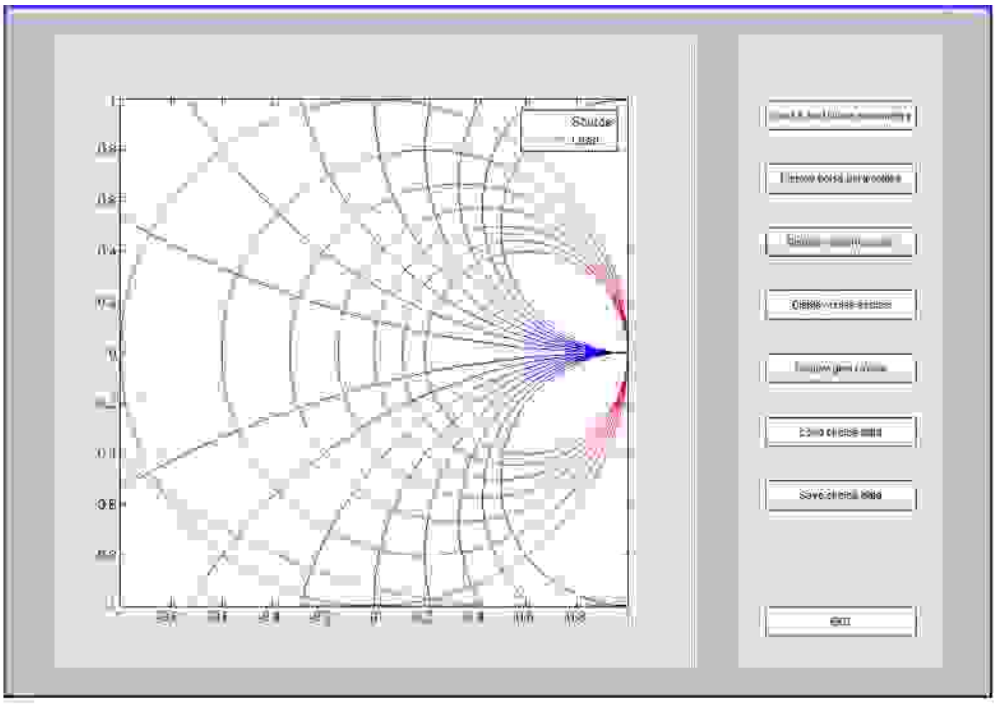
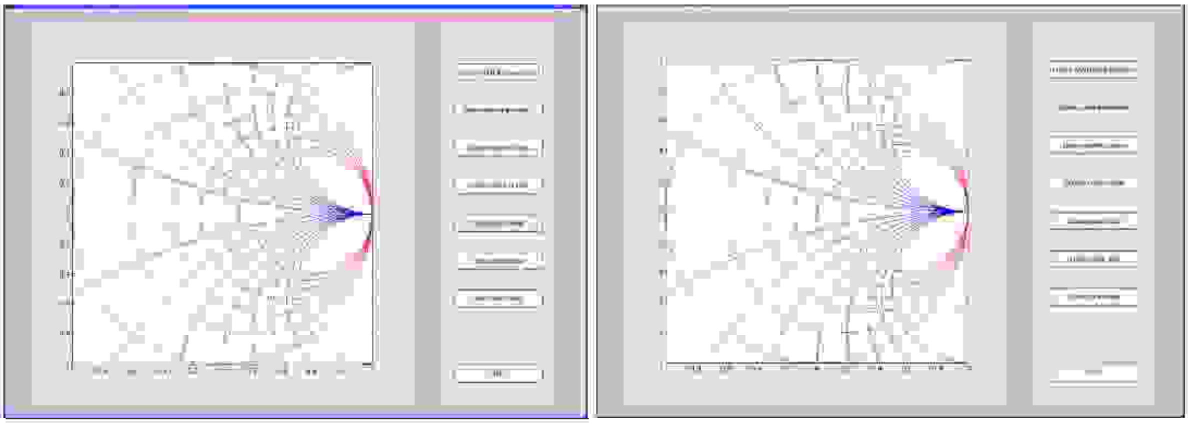


Figure 7.6 Les cercles de stabilité du transistor HP-ATF 10236a à la fréquence de 4 GHz

De la même manière, la figure 7.7 montre le cercle de bruit constant à la même fréquence et le cercle de gain constant.

Comme toutes les autres sous-applications, il est possible d’enregistrer et de charger un certain ensemble de paramètres (prédéfini) pour effectuer l’affichage.



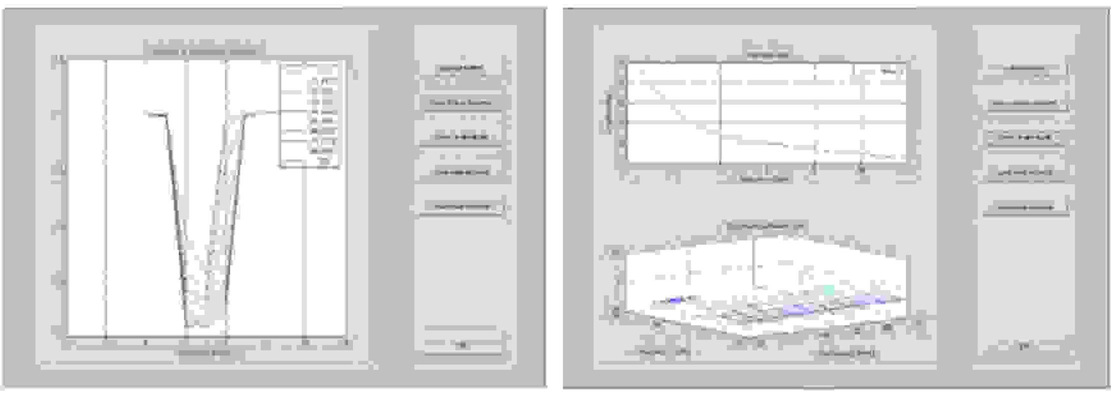
a) b)

Figure 7.7 Modalités d’affichage des cercles de bruit constant (a) et de gain constant (b) pour le transistor HP-ATF 10236a à la fréquence de 4 GHz

Comme toutes les autres sous-applications, il est possible d’enregistrer et de charger un certain ensemble de paramètres (prédéfini) pour effectuer l’affichage.

7.6 Etude de la stabilité du transistor

Cette étude peut être réalisé par l’intermédiaire de la sous-application « Stabilité du transistor ». Il est nécessaire de fournir les paramètres S qui caractérisent le transistor et la plage des impédances pour lesquelles la stabilité est étudiée. En utilisant ensuite les boutons de commande disponibles dans la fenêtre de la sous-application, il est possible d’afficher les valeurs du coefficient de stabilité et du gain unilatéral. A titre d’exemple, la figure 7.8 montre, pour le transistor HP-ATF 10236a, la modalité d’affichage du coefficient de stabilité pour des impédances entre 100 et 200 Ohm et du gain unilatéral du transistor.



a) b)

Figure 7.8 Affichage du paramètre de stabilité (a) et du gain unilatéral du transistor (b) HP-ATF 10236a

Bien sûr, il y a aussi la possibilité d'enregistrer les valeurs calculées et de charger un ensemble de données au but de son affichage.

7.7 Le régime de bruit minimal

Le logiciel de calcul du régime de bruit minimal est une sous-application interactive. Il est nécessaire de charger les cercles de stabilité du transistor (dont le calcul peut être effectué aussi en utilisant l'interface graphique) et les autres paramètres du transistor.

Il est ensuite possible d'afficher immédiatement, de manière graphique, le facteur de bruit du transistor et le cercle de bruit minimal (voir la figure 7.9).

a) b)

Figure 7.9 Affichage du facteur de bruit (a) du transistor HP-ATF 10236a et de son cercle de bruit minimal (b) à la fréquence de 4 GHz

Cette sous-application offre une procédure interactive pour calculer un circuit d'adaptation du transistor, qui assure le régime de bruit minimal.

Ainsi, la commande « Calculer le circuit d'adaptation » permet de tracer les admittances normalisées à l'entrée et à la sortie du transistor, pour une charge de valeur complexe donnée.

En utilisant le curseur de la souris, la sélection des points de valeur unitaire (correspondants au nuls des graphiques) pour le circuit d'entrée et pour celui de sortie est possible (voir la figure 7.10).

Une fois la sélection des deux points réalisés, une fenêtre affichera les longueurs des lignes micro-ruban utilisées afin de réaliser l'adaptation du transistor aux deux portes, d'entrée et de sortie.

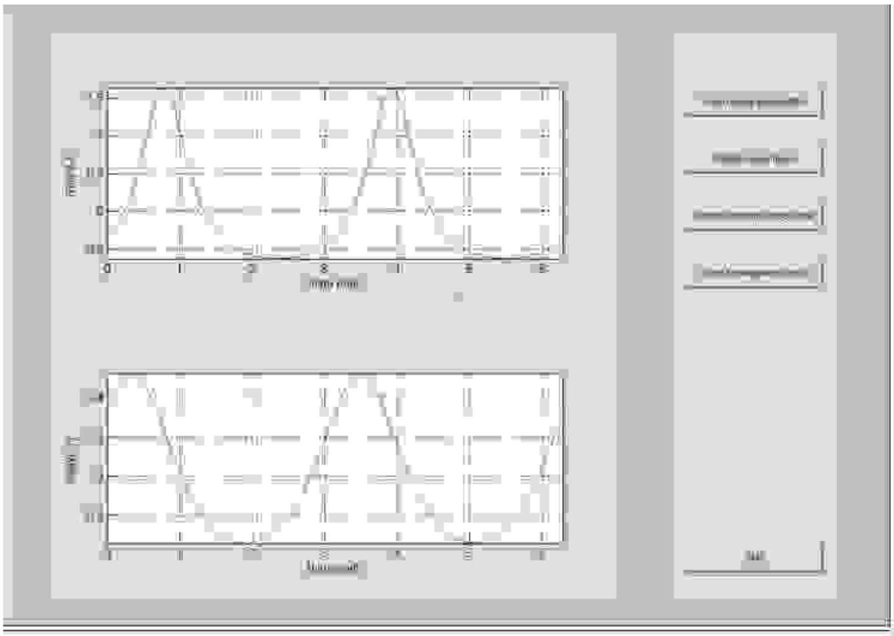


Figure 7.10 Sélection interactive des points d’impédance normalisée unitaire pour l’adaptation du circuit

La suite de logiciel Microwave Solutions peut être facilement étendue par ceux qui s'intéressent aux applications et à l'éducation des micro-ondes.

POSTFACE

L'analyse électrodynamique des structures micro-ruban, présentée dans l'ouvrage, peut être utilisée aussi pour les fréquences se situant à la limite maximale du domaine des micro-ondes. Elle montre que la propagation de l'énergie électromagnétique dans les structures micro-ruban ne peut pas s'effectuer sans pertes pour toute fréquence de la gamme de travail et offre la possibilité de déterminer la valeur de la fréquence dans la gamme de travail à laquelle une structure choisie a des pertes d'énergie.

Les difficultés d'application de l'analyse électrodynamique du champ électromagnétique aux lignes micro-ruban sont, principalement l'accomplissement simultané des objectifs établis dans le chapitre introductif de l'ouvrage et dans le cadre de la section 1.4.

Les facilités de l'analyse électrodynamique du champ électromagnétique peuvent être utilisées pour résoudre d'autres problèmes spécifiques aux structures micro-ruban de micro-ondes, respectivement dans le cas des lignes couplées, des configurations *slotline* et du guide d'onde coplanaire, ou dans le cas des non-homogénéités physiques et géométriques complexes des lignes mais aussi à la conception automate des circuits intégrés hybrides de micro-ondes. Dans ce cas, la méthode électrodynamique peut constituer l'instrument idéal pour obtenir la matrice de répartition (aussi nommée matrice de dispersion) des circuits intégrés de micro-ondes.

La deuxième méthode d'étude du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée, présentée dans le livre, utilise des approximations aux différences finies, une technique numérique particulièrement puissante qui peut être utilisée avec succès pour résoudre les problèmes scalaires et vectoriels les plus difficiles de l'électrodynamique. La méthode des différences finies est préférée dans ce livre comme technique numérique d'approximation des équations de Helmholtz, en raison de la mise en œuvre et de la résolution rapide du modèle mathématique, ainsi que de la réunification des composantes longitudinales des champs électriques et magnétiques dans un seul problème de valeurs propres et vecteurs. Etant donné les logiciels spécialisés, résoudre ce genre de problèmes devient une tâche facile.

Les autres chapitres du livre ont passé en revue les éléments essentiels concernant l'étude des circuits micro-ondes, respectivement:

- ✓ les procédures de calcul des principaux paramètres de la ligne micro-ruban;
- ✓ les éléments de circuit spécifiques à la gamme de micro-ondes;
- ✓ l'analyse des multi-portes en utilisant les paramètres ***S***;

- ✓ l’utilisation de la matrice de dispersion pour l’analyse des non-homogénéités de la ligne de transmission;
- ✓ l’application interactive pour le calcul de certains paramètres des distributions de champs électromagnétiques et des circuits micro-ondes, qui peut être facilement étendue par les personnes intéressées et utilisée à des fins de recherche et le développement, d'innovation et enfin d'éducation.

A travers la problématique abordée, d'un réel intérêt dans le processus de formation académique et dans les projets et personnalisations industrielles, l'ouvrage met en lumière des informations essentielles pour l'étude et la conception assistée de circuits intégrés hybrides dans toute la gamme des micro-ondes et dans le strict respect des phénomènes physiques dans la ligne micro-ruban réelle.

BIBLIOGRAPHIE

[1]	Schneider M. V.	Microstrip Lines for Integrated Circuits, Bell Syst. Tech. J., vol. 48, pages 1421÷1444, May÷June 1969
[2]	Yamashita E., Mitra R.	Variational Method for the Analysis of Microstrip Lines, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT - 16, pages 251÷256, Apr. 1968.
[3]	Judd S. V., Whiteley I., Clowes R. J., Rickard D. C.	An Analytical Method for Calculating Microstrip Transmission Line Parameters, IEEE TMTT, vol. MTT-18, pages 78÷87, Feb. 1970.
[4]	Stinehelfer H.	An Accurate Calculation of Uniform Microstrip Transmission Lines, IEEE TMTT., vol. MTT-16, pages 439÷444, July 1968
[5]	Wheeler H. A.	Transmission - Line Properties of Parallel Strips Separated by a Dielectric Sheet, IEEE TMTT, vol.MTT-13, pages 172-185, March 1965
[6]	Sobol H.	Applications of Integrated Circuits Technology to Microwave Frequencies, Proc. IEEE, vol. 59, pages 1200÷1211, Aug. 1971
[7]	Sylvester P.	TEM Wave Properties of Microstrip Transmission Lines, Proc. IEEE (London), vol. 115, pages 43÷48, 1968
[8]	Bryant T. G., Weiss J. A.	Parameters of Microstrip Transmission Lines and of coupled Pairs of Microstrip Lines, IEEE TMTT, vol. MTT - 16, pages 1021÷1027, December 1968
[9]	Kwolters C., Clar P. L.	Microstrip transmission lines on high dielectric substrates for hybrid microwave integrated circuits, in 1967 G-MTT Symposium Dig., pages 129÷131, May 1967
[10]	Hornsby J. S., Gopinath A.	Numerical Analysis of a Dielectric Loaded Waveguide with a Microstrip Line Finite Difference Methods, IEEE TMTT, vol. 17, pages 684÷691, Sept. 1969
[11]	Mitra R., Itoh T.	A New Technique for the Analysis of the Dispersion Characteristics of Microstrip Lines IEEE TMTT, vol. MTT- 19, pages 47÷57, Jan. 1971

[12] Denlinger E. J. A Frequency Dependent Solution for Microstrip Transmission Lines, IEEE TMTT, vol. MTT-19, pages 30÷39, Jan. 1971

[13] Daly P. Hybrid-mode Analysis of Microstrip by Finite Element Methods, IEEE, vol. MTT- 19, pages 19÷25, Jan. 1971

[14] Zysman G. I., Varon D. Wave Propagation in Microstrip Transmission Lines, 1969 G-MTT Symposium. Dig., pages 3÷9, May 1969

[15] Wolters K. C., Clar P. L. Analysis and Experimental Evaluation of Distributed Overlay Structured in Microwave Integrated Circuits, G-MTT Symposium. Dig., pages 123÷130, May 1968

[16] Corr D. G., Davies J. B. Computer Analysis of the Fundamental and Higher Order Modes in Single and Coupled Microstrip, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT- 20, pages 669÷677, Oct. 1972

[17] Hayata K., Koshiba M., Eguchi M., Suzuki M. Vectorial Finite Element Method without Spurious Solutions for Dielectric Waveguiding Problems Using Transversal Magnetic Field Component, IEEE, vol. MTT- 34, pages 1120÷1124, Mar. 1985

[18] Schulz N., Bierwirth K., Arndt F., Koster U. Finite-Difference Method without Spurious Solutions for the Hybrid-Mode Analysis of Diffused Channel Waveguide Structure, IEEE TMTT, vol. 38, pages 722÷729, June 1990

[19] Patrick S., Webb K. A Variational Vector Finite Difference Analysis for Dielectric Waveguides, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 40, pages 692÷698, Apr. 1992

[20] Wei-Xu Huang, Itoh T. Complex Modes in Lossless Shielded Microstrip Lines, IEEE TMTT, vol. 36, pages 163÷165, Jan. 1988

[21] Sima I. Metode, tehnici si tehnologii noi în transmisiuni, vol. 5, Linii microstrip (Méthodes, techniques et nouvelles technologies dans les transmissions, tome 5, Lignes micro-ruban), Editura ATM,1992

[22] Veselov G. I., Microelectronîe ustroistva SVCi (Circuits microélectroniques), Moscova, 1989

[23] Teodorescu N., Olariu V. Ecuaţii diferenţiale cu derivate parţiale, vol. 2, (Equations différentielles aux dérivées partielles, tome 2), Editura Tehnica, București, 1979, ISBN 973-31-0116-8

[24]	* * *	Grande Enciclopedie des Sciences et Technique, Paris, 1975
[25]	Mânzatu E., Struțu C.	Matematici speciale – partea a II-a (Mathématiques spéciales - partie II), Editura ATM, 1977
[26]	Zebic A.	Equation de Helmholtz: etude numerique de quelques preconditionnements pour la methode GMRES, INRIA, Project Menusin, B. P. 105, Rocquencourt, France, 1992
[27]	Rulea G.	Bazele teoretice şi experimentale ale tehnicii microundelor (Les bases théoriques et expérimentales de la technique des micro-ondes), Editura Scientifică și Pedagogică, București, 1989
[28]	Meixner J.	The Behaviour of Electromagnetic Fields at Edges, IEEE Trans A. P. 20, 1972
[29]	Gavrilă G.	Bazele electrotehnicii - Teoria câmpului electromagnetic (Bases de l'électrotechnique - Théorie des champs électromagnétiques), București, Editura A.T.M., 1995
[30]	Jackson J. D.	Electrodinamica clasică (Électrodynamique Classique), Editura Tehnică, 1991, ISBN 973-31-0116-8
[31]	Nicolau E.	Radiaţia şi propagarea undelor electromagnetice (Radiaţia şi propagarea undelor electromagnetice), Editura Academiei, București, 1989
[32]	Lojewski, G.	Linii de transmisiune pentru frecvenţe înalte (Lignes de transmission pour hautes fréquences), București, Editura Technique, 1996
[33]	Niculescu T.	Propagarea undelor radio şi instalaţii de antenă-fider (Propagation des ondes radio et installations d'alimentation d'antenne), București, Editura A.T.M., 1994.
[34]	Niculescu T.	Antene TV de bandă largă (Antennes TV haut débit), București, Editura Militară, 1988.
[35]	Palade, T.	Tehnica Microundelor (Micro-ondes), Editura Genesis, Cluj-Napoca, 1997, ISBN 973-98204-3-3
[36]	Baican R.	Circuite integrate de microunde (Circuits intégrés micro-ondes) – Promedia Plus, Cluj-Napoca, 1998, ISBN 973-97377-6-5

[37] Gavriloaia G. Analiza numerică a câmpului de microunde (Analyse numérique du champ micro-onde), Editura Teora, București, 2001, ISBN 973-20-0686-2
[38] Tomescu A., Tomescu I.B.L, Tomescu F.M.G. Modelarea numerica a câmpului electromagnetic (Modélisation numérique du champ électromagnétique), Editura Matrix Rom, București, 2002
[39] Lojewski G. Dispozitive si circuite de microunde (Appareils et circuits micro-ondes), Editura Tehnica, București, 2005, ISBN 973-31-2263-7
[40] Crisan N. Antene și circuite pentru microunde (Antennes et circuits micro-ondes), Editura Risoprint, 2008, ISBN 978-973-751-867-5
[41] Crisan N., Palade T., Cremene L., Puschita E. Microunde – Aplicații (Micro-ondes – Applications), Editura UTPRESS, 2008, ISBN 978-973-662-377-6
[42] Iordăchescu G-A. Microunde: teorie și aplicații (Micro-ondes: théorie et applications), Editura Universității din Pitești, 2018, ISBN 978-606-560-595-4

* *
*

[43] Cantaragiu Ş. Circuite de microunde – metode numerice de calcul (Circuits micro-ondes - méthodes de calcul numérique), Editura All, București, 2000, ISBN 973-684-165-0
[44] Cantaragiu Ş. Receptor în tehnologie microstrip în banda S (Récepteur en technologie micro-ruban bande S), A XXII-a sesiune de comunicări științifice a A.T.M., București, 11-12 noiembrie 1987
[45] Cantaragiu Ş. Modul de frecvenţă foarte înaltă în tehnologie microstrip pentru receptor în banda S (Module très haute fréquence en technologie micro-ruban pour récepteur bande S), Concursul național de creație științifică și tehnică, secțiunea Electronică și microelectronică, Iaşi, 26-28 noiembrie 1987
[46] Cantaragiu Ş. Receptoarele de radiolocaţie şi radiodirijare în tehnologie microstrip (Récepteurs de radiolocalisation et de direction radio en technologie micro-ruban), Sesiunea de comunicări științifice a C.A.A.T., București, octombrie 1989

[47] Cantaragiu Ş. Sinteza reţelelor de antene cu balansare electronică în tehnologie microstrip (Synthèse de réseaux d'antennes à swing électronique en technologie micro-ruban), Sesiunea a XXIII-a de comunicări științifice, I.C.D.A., București, 29 mai 1991

[48] Cantaragiu Ş. Circuite de microunde în tehnologie microstrip pentru receptoarele de radiolocaţie şi radiodirijare (Circuits micro-ondes en technologie micro-ruban pour récepteurs de radiolocalisation et de direction radio), Buletinul apărării antiaeriene a teritoriului, nr.1 1990

[49] Niculescu T., Cantaragiu Ş., Alexandrescu G., Petre N. Reţele de antene fazate - elemente de proiectare ((Réseaux d'antennes phasées - éléments de design), vol. 1, Editura A.T.M., 1992

[50] Cantaragiu Ş. Tehnica microundelor - circuite integrate microstrip (Technologie micro-ondes - circuits intégrés micro-ruban), Editura Academia Forțelor Aeriene, Braşov, 1995

[51] Cantaragiu Ş. Electromagnetic Field Calculations of Microstrip Lines using Finite Difference Method, Technische Mitteilung TM-S-EA 94.08.02-2, Oerlikon Contraves, Zurich, 1994

[52] Cantaragiu Ş. Model matematic pentru calculul câmpului electromagnetic în linia microstrip (Modèle mathématique pour le calcul du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban), raport cercetare pregătire doctorat, A.T.M., București, 1995

[53] Cantaragiu Ş. Proiectarea modernă a circuitelor integrate de microunde (Conception moderne des circuits intégrés micro-ondes), raport cercetare pregătire doctorat, A.T.M., Bucureşti, 1996

[54] Cantaragiu Ş. Model matematic pentru linia microstrip ecranată (Modèle mathématique pour ligne micro-ruban blindée), A XXVI-a sesiune de comunicări științifice cu participare internațională, A.T.M., București, 13-14 noiembrie 1997

[55] Cantaragiu Ş. Studiul câmpului electromagnetic din linia microstrip ecranată prin metode analitice şi numerice, teză de doctorat (L'étude du champ électromagnétique dans la ligne micro-ruban blindée par des méthodes analytiques et numériques, thèse de doctorat), A.T.M., București, 28 noiembrie 1997

[56]	Cantaragiu Ş.	Analysis of shielded microstrip lines by finite-difference method, ICECS'99. Proceedings of ICECS'99. 6th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (Cat. No. 99EX357), pages 565-567, 1999/9/5
[57]	Cantaragiu Ş.	Electrodynamics Analysis of Shielded Microstrip, Lines by Partial Domain Method, second Conference for Circuits and Systems (ECS'99), Slovakia, Bratislava, 6-8 September 1999
[58]	Cantaragiu Ş., Szilagyi A.,	Active Combined Radar/Laser Protection System, NATO, SET Panel Symposium, Prague, Czech Republic, 22-23 April 2002
[59]	Coman C.I., Lager I.E., Ligthart L.P., Cantaragiu Ş., Szilagyi A.,	The Effect of the Mutual Coupling in Smart Antenna for Electronic Warfare Applications, NATO IST/SET Symposium, Chester, UK, 7-8 April 2003
[60]	Ioana C., Candel I., Cantaragiu Ş., Șerbănescu A.	Monitoring transient phenomena in power networks: the keypoint of energetic distribution security, Annals of the Academy of Romanian Scientists, ISSN 987-606-521-022-6, Vol. 1, nr. 1, București, 2010.

Ștefan CANTARAGIU este absolvent al Academiei Tehnice Militare din București, facultatea electronică și electrotehnică, specialitatea sisteme de apărare aeriană.

Este Doctor în științe inginerești, specialitatea radiotehnică și comunicații.

A coordonat și condus numeroase programe și proiecte de cercetare și, deopotrivă, tehnologice în instituții publice din domeniul apărării. De asemenea, a îndeplinit funcții de conducere în mediul privat, precum Chief Technology Officer, Director Programe Cercetare Dezvoltare, Chief Executive Officer.

Autor a numeroase lucrări, articole științifice și inovații în următoarele domenii: circuite de microunde, antene, radare, sisteme de dirijare, e-defence, sisteme de comandă-control și comunicații.

Membru corespondent al Academiei Oamenilor de Știință din România, secția Știința și Tehnologia Informației.

Ștefan CANTARAGIU est diplômé de l'Académie technique militaire de Bucarest, faculté d'électronique et d'électrotechnique, spécialité systèmes de défense aérienne.

Il est docteur en sciences de l'ingénieur, spécialisé dans l'ingénierie radio et les communications.

Il a coordonné et dirigé de nombreux programmes et projets de recherche et technologiques dans des institutions publiques dans le domaine de la défense. Il a également occupé des postes de direction dans le secteur privé, tels que directeur de la technologie, directeur des programmes de recherche et développement, directeur général.

Auteur de nombreux papiers, articles scientifiques et innovations dans les domaines suivants: circuits micro-ondes, antennes, radars, systèmes de guidage, e-défense, systèmes de contrôle-commande et communications.

Membre correspondant de l'Académie Roumaine des Scientifiques, Section des Sciences et Technologies de l'Information.

9 786306 518203

9 789733 124115