

Méthodes statistiques pour l'évaluation du transport turbulent dans les plasmas de tokamak

Dragoș Justin Palade
National Institute for Laser, Plasma and
Radiation Physics
Măgurele, Romania
dragos.palade@inflpr.ro

Mădălina Olimpia Vlad
National Institute for Laser, Plasma and
Radiation Physics
Măgurele, Romania
madalina.vlad@inflpr.ro

Florin Spineanu
National Institute for Laser, Plasma and
Radiation Physics
Măgurele, Romania
florin.spineanu@inflpr.ro

Ligia Maria Pomârjanschi
National Institute for Laser, Plasma and
Radiation Physics
Faculty of Physics
Măgurele, Romania
ligia.pomarjanschi@inflpr.ro

V. Băran, A. C. Croitoru
Collègues précédents

Résumé — Nous présentons une méthode statistique pour l'évaluation du transport turbulent dans des environnements dominés par la turbulence tels que les dispositifs tokamak. La méthode est basée sur l'approche des particules-test pour les trajectoires de gyrocentre dans des milieux magnétiques forts générés par des champs aléatoires stochastiques avec des propriétés statistiques prescrites (distributions et spectres). Le principal résultat du cadre est représenté par les coefficients de transport (vitesses de pincement et diffusions), qui permettent une prédiction semiquantitative des tendances de la dynamique du plasma. Le cadre est mis en œuvre à l'aide de codes numériques de taille moyenne. La méthode et les résultats sont le fruit de collaborations francoroumaines antérieures sur ce sujet.

Mots-clés — turbulence, transport, stochastique, numérique, tokamak

I. INTRODUCTION

Le Groupe de Théorie du Plasma de l'Institut National de Physique des Lasers, de Plasmas et de Radioprotection a une longue histoire de collaborations avec divers groupes de recherche en France sur différents sujets d'intérêt commun. Les collaborations se sont principalement concentrées sur le défi de la description du transport turbulent dans les dispositifs de fusion (tokamak). Une méthode semi-analytique connue sous le nom de Méthode des Trajectoires de Décorrélation [1] a été créée il y a près de 30 ans grâce au travail de M. Vlad, F. Spineanu (INFLPR), JH Misguish (CEA Cadarache) et R. Balescu (Université Libre de Bruxelles). Son objectif était précisément l'étude du transport dans les milieux stochastiques, en mettant l'accent sur la turbulence de dérive dans les plasmas magnétisés. Depuis lors, de nombreuses applications ont été publiées par différentes équipes de recherche pour les dispositifs tokamak et la dynamique des rayons cosmiques dans les milieux astrophysiques. Ce travail a également fait l'objet de nombreux projets liés à Eurofusion.

Il y a dix ans, une nouvelle génération de jeunes chercheurs (D.I. Palade, A. Croitoru, V.V. Baran et A. Zubarev) a commencé à travailler en étroite collaboration avec M. Vlad et F. Spineanu et a poursuivi leurs travaux [2, 3]. Les méthodes habituelles du groupe ont connu de nouveaux développements, aboutissant à un domaine d'étude revitalisé [4, 5, 6]. L. M. Pomârjanschi, un scientifique encore plus jeune, a récemment rejoint l'équipe dans nos efforts pour décrypter les subtilités du transport turbulent à la lumière des futurs dispositifs expérimentaux tels qu'ITER [7].

Comprendre l'objectif, les processus et les détails des nouvelles techniques statistiques utilisées par le Groupe de Théorie du Plasma pour l'évaluation du transport turbulent nécessite une brève explication du problème posé par la fusion thermonucléaire contrôlée dans les dispositifs tokamak.

Dans un tokamak, de l'hydrogène (deutérium ou tritium) et d'autres impuretés mineures sont contenus dans une enceinte en forme de donut. Un puissant champ magnétique interne $B \sim 1T$ est généré par des bobines externes principalement orientées le long de la direction toroïdale. Le gaz d'hydrogène présente une densité générique de $n \sim 10^{19}m^{-3}$ et est chauffé à l'aide de diverses méthodes (INB, ECRH, ICRH, etc.) jusqu'à atteindre des températures similaires à celles des étoiles au cœur, à $T \sim 108K$. Une fois à l'état de plasma, les ions d'hydrogène sont désormais entièrement ionisés. La haute température fait que les ions H se combinent en noyaux d'hélium, libérant une quantité significative d'énergie qui est ensuite capturée à l'aide de techniques particulières. De cette manière, la réaction de fusion est produite, et si tout se déroule comme prévu, l'énergie obtenue sera supérieure à l'énergie fournie, créant la source d'énergie abondante que l'humanité a longtemps souhaitée.

D'un point de vue géométrique, la forme toroïdale inhabituelle d'un tokamak et ses puissants champs magnétiques externes sont des composants essentiels. Ils se combinent pour confiner complètement les ions et les électrons à l'intérieur du tokamak en les forçant à suivre des trajectoires ressemblant à de très étroits ressorts et à suivre les lignes du champ magnétique. Il va de soi que toute fuite de ce plasma chaud vers les parois du dispositif pourrait potentiellement perturber l'ensemble du processus. Cette description correspond à l'interprétation originale du concept de tokamak des années 1950. Il est vite devenu évident que même à de telles températures élevées, certaines collisions entre les ions (ou entre les ions et les électrons) sont inévitables (et dans certains cas nécessaires). L'un de leurs effets est l'apparition d'une sorte de transport, qui ressemble à la diffusion moléculaire mais qui est fortement influencé par la géométrie des trajectoires (surtout dans la direction radiale, vers les parois). De nature néoclassique, ce transport ne constitue généralement pas une menace sérieuse pour la stabilité du plasma de fusion.

Dans les années 1960, un problème majeur est apparu, et il continue de préoccuper le domaine de la science de la fusion

aujourd'hui. Le plasma du tokamak connaît des états hors d'équilibre pendant les phases de chauffage, où de petites fluctuations dans les profils de température et de densité extraient de l'énergie des gradients macroscopiques, se développent et atteignent des états chaotiques représentant plusieurs pour cent du profil total. On sait que ces états sont turbulents et produisent des champs électriques chaotiques correspondants. Ces derniers modifient de manière significative les trajectoires des particules, de sorte que certaines d'entre elles ne ressemblent plus étroitement aux belles courbes bien comportées prédites par la théorie néoclassique. Au lieu de cela, elles deviennent chaotiques et développent une mobilité à longue distance, atteignant éventuellement les parois du tokamak. Ce type de transport est appelé transport turbulent. En termes de connaissances théoriques et du point de vue expérimental, il représente l'une des principales préoccupations de la communauté de la fusion nucléaire, et les ingénieurs doivent trouver des solutions.

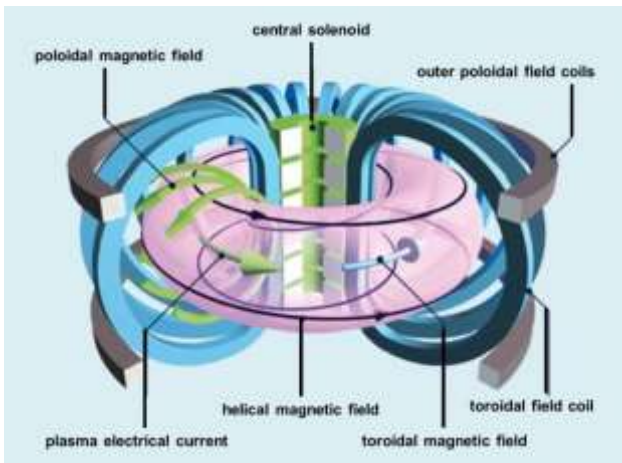


Fig. 1. Structure générique d'un dispositif tokamak. [7]

L'objectif de notre travail sur ce sujet est de comprendre, de décrire et de prédire ce type de transport. Nous y parvenons en réalisant des simulations numériques des trajectoires des ions dans des environnements de type tokamak, en incluant la turbulence sous forme de champs aléatoires stochastiques, et en quantifiant les coefficients de transport, de pincement et de diffusion. Dans ce manuscrit, le cadre théorique est brièvement discuté.

II. THÉORIE

A. Trajectoires de gyrocentre

Les particules chargées dans les plasmas de fusion sont soumises à la force de Lorentz générée par les champs électriques et magnétiques. Par conséquent, on serait tenté de décrire leur mouvement en termes d'équations de mouvement newtoniennes standard. Heureusement, le champ magnétique dans un tokamak est extrêmement puissant et contraint les particules à effectuer des gyrations sur des rayons très petits et rapides le long d'une dynamique plus lente et plus large. Cela nous permet d'utiliser, au lieu des trajectoires réelles des particules $(\mathbf{x}(t), \mathbf{v}(t))$ une version moyennée désignée sous le nom de gyrocentre $(\mathbf{X}(t), \mathbf{v}_{\parallel}(t), \mu)$ pour laquelle la rotation à petite échelle est supprimée. Les avantages de cette description sont d'ordre numérique au détriment de l'obtention d'équations de mouvement plus complexes :

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{u} + v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}^*}{B_{\parallel}} + \mathbf{E}^* \times \frac{\mathbf{b}}{B_{\parallel}} \quad (1)$$

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{q}{m} \frac{\mathbf{B}^* \cdot \mathbf{E}^*}{B_{\parallel}} \quad (2)$$

$$\mathbf{B}^* = \mathbf{B} + \frac{m}{q} \nabla \times (v_{\parallel} \mathbf{b} + \mathbf{u} + \mathbf{v}_E) \quad (3)$$

$$\mathbf{E}^* = -\frac{m}{q} \partial_t \mathbf{v}_E - \nabla \left(\phi + \frac{\mu B}{q} - \frac{m \mathbf{u}^2}{2q} \right) \quad (4)$$

Où m et q sont la masse et la charge de la particule, $\mathbf{u}$ est la vitesse de rotation toroïdale du plasma, $v_{\parallel}$ est la vitesse parallèle le long de la direction $\mathbf{b}$ du champ magnétique externe $\mathbf{B}$, $\mathbf{v}_E = \mathbf{b} \times \nabla \phi / B$ est la dérive ExB, tandis que $\phi(\mathbf{x}, t)$ est le champ stochastique modélisant la turbulence électrostatique. Ce dernier terme est la source de tous les problèmes. Par μ , nous entendons le moment magnétique de la particule qui quantifie la rotation de Larmor.

B. Modélisation de la turbulence

Notre approche modélise les champs turbulents $\phi(\mathbf{x}, t)$ via un ensemble statistique de champs aléatoires stochastiques $\{\phi(\mathbf{x}, t)\}$ qui sont distribués de manière gaussienne, homogènes et ayant des spectres et des relations de dispersion prescrits. La conséquence technique de ces hypothèses est que toute réalisation de l'ensemble peut être représentée en utilisant la transformation de Fourier comme suit :

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \int d\mathbf{k} S^{\frac{1}{2}}(\mathbf{k}) \zeta(\mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t)} \quad (5)$$

Où $\zeta(\mathbf{k})$ est un bruit blanc gaussien, $S(\mathbf{k})$ est le spectre de la turbulence et $\omega(\mathbf{k})$ représente la relation de dispersion linéaire du modèle individuel du champ turbulent. En particulier, dans la turbulence du gradient de température ionique (ITG), les fréquences peuvent être facilement approximées comme suit :

$$\omega(\mathbf{k}) = \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{k}}{1 + \rho_s^2 k_{\perp}^2} \quad (6)$$

Avec $\mathbf{V}^* = \nabla p \times \mathbf{b} / (enB/2)$ comme la vitesse diamagnétique. Le spectre de la turbulence de type dérive peut être estimé comme suit :

$$S(\mathbf{k}) \sim e^{-\frac{k_{\perp}^2 \lambda_D^2}{2}} e^{-\frac{k_{\parallel}^2 \lambda_D^2}{2}} k_{\parallel} \left(e^{-\frac{(k_{\parallel} - k_0)^2 \lambda_D^2}{2}} - e^{-\frac{(k_{\parallel} + k_0)^2 \lambda_D^2}{2}} \right) \quad (7)$$

Peu importe les formes spécifiques du spectre ou des relations de dispersion, la représentation en transformée de Fourier indique une manière pratique de construire un tel ensemble statistique qui pourrait être utilisé pour nos objectifs.

III. CODES NUMÉRIQUES

A. L'approche statistique des simulations numériques directes

L'idée principale de l'approche statistique que nous utilisons actuellement est qu'un ensemble de champs stochastiques $\{\phi(\mathbf{x}, t)\}$ pilote, via les équations de mouvement (1-4), un ensemble de trajectoires gyrocentriques associées $\{\mathbf{X}(t), \mathbf{v}_{\parallel}(t)\}$. À leur tour, ces dernières peuvent être utilisées pour calculer les

coefficients de transport sous forme de moyennes lagrangiennes statistiques. Plus précisément, la vitesse convective $V(t)$ et le tenseur de diffusion $D(t)$ sont évalués comme suit :

$$V(t) = \frac{d\langle X(t) \rangle}{dt} ; D(t) = \frac{d\langle X(t) \otimes X(t) \rangle}{2 dt}$$

À leur tour, ces deux quantités indiquent la vitesse moyenne vers laquelle le plasma tend et son comportement dispersif.

B. Les détails numériques

Un code numérique qui met en œuvre les idées de la méthode de simulation numérique directe en conjonction avec les prescriptions des équations de mouvement et la description des champs turbulents est construit. Le code est polyvalent, comporte de nombreuses routines spécifiques indépendantes et est écrit en langage Fortran. Il résout les équations (1-4) avec la méthode numérique de Runge-Kutta 4. La représentation numérique des champs est mise en œuvre à l'aide de $N_c=10^2-10^3$ ondes partielles. Le nombre total de trajectoires (réalisations de champs) utilisé est, en général, $N_p=10^4-10^6$.

IV. RESULTATS

La méthode décrite dans la section précédente a été utilisée pour l'étude de nombreux problèmes distincts (voir [6] et les références qui s'y trouvent) : le transport turbulent des particules rapides, l'impact des perturbations magnétiques résonantes sur le transport, l'impact de la dérive de polarisation sur la convection des impuretés, l'impact de l'accélération parallèle des impuretés de tungstène, etc. Parmi cette vaste gamme d'applications, nous présentons ici quelques résultats génériques.

Dans la Figure 1, sont représentées des trajectoires de type banane obtenues avec notre code numérique dans un environnement de tokamak. La ligne rouge indique une trajectoire purement néoclassique sans aucun effet turbulent. La courbe est lisse. L'inclusion de champs turbulents conduit à de nombreuses (seules quelques-unes sont montrées) trajectoires chaotiques différentes qui peuvent être considérées comme des cas néoclassiques perturbés. La représentation complète est montrée en projection dans le plan poloidal, car les trajectoires sont en réalité des objets tridimensionnels complets.

Dans la Figure 2 et la Figure 3, les coefficients de transport le long de la direction radiale, à savoir la vitesse $V_r(t)$ et la diffusion $D_r(t)$, sont représentés. Quatre cas distincts sont présentés : avec et sans (en bleu, en rouge) l'inclusion de la dérive de polarisation et pour deux types différents de turbulence dominante : le gradient de température ionique (ITG, ligne pleine) et le mode des électrons piégés (TEM, ligne en pointillés). Les résultats indiquent l'une de nos découvertes originales : alors que la polarisation n'a pratiquement aucun effet sur la diffusion radiale, elle peut induire une convection radiale cohérente vers l'intérieur ou vers l'extérieur en fonction du type de turbulence présente. Ces résultats suggèrent que l'inclusion des dérives de polarisation dans les simulations de

turbulence est cruciale pour une compréhension correcte du transport.

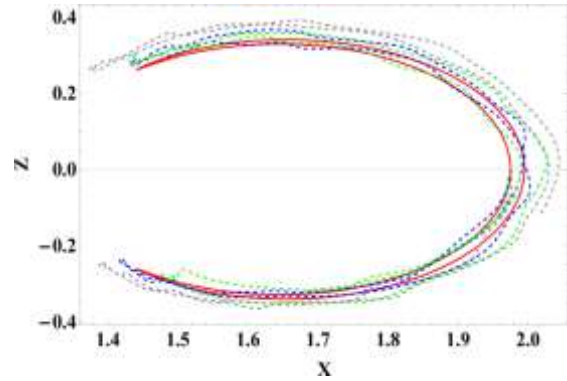


Fig. 1. Trajectoires de type banane obtenues avec seulement les contributions néoclassiques (en rouge) et avec l'inclusion de la turbulence (en gris, bleu, vert, orange).

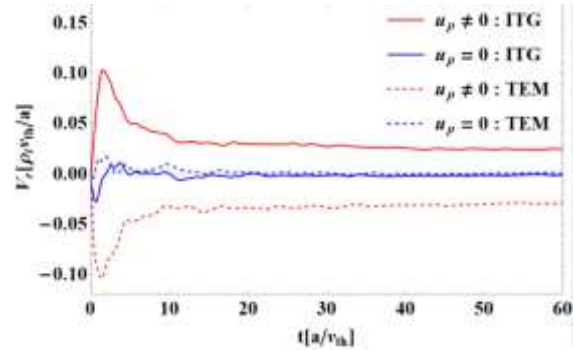


Fig. 2. Vitesses de convection radiale typiques obtenues pour les impuretés de bore dans le cas de l'ITG/TEM (ligne pleine/ligne en pointillés) avec/sans (en rouge/en bleu) l'inclusion de la dérive de polarisation.

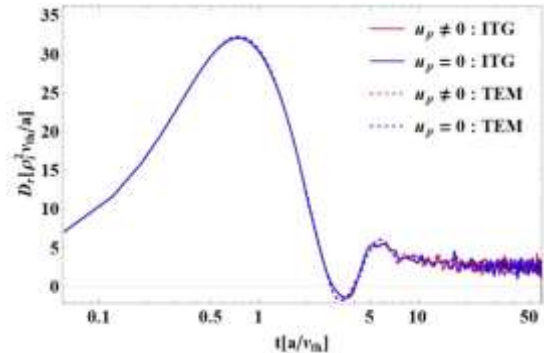


Fig. 3. Vitesses de diffusion radiale typiques obtenues pour les impuretés de bore dans le cas de l'ITG/TEM (ligne pleine/ligne en pointillés) avec/sans (en rouge/en bleu) l'inclusion de la dérive de polarisation.

V. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Au cours des dernières années, le Groupe de Théorie du Plasma a poursuivi l'intérêt traditionnel développé lors des collaborations franco-roumaines pour comprendre et modéliser le transport turbulent dans les plasmas de fusion. Les anciennes méthodes de particules-tests qui reposaient sur des approximations ont été remplacées par des approches plus raffinées et réalistes qui utilisent toujours

des particules-tests, mais suivent une représentation plus fidèle à la fois de la dynamique et des champs turbulents. Ces ajouts se sont concrétisés en codes numériques cohérents capables de démêler et de prédire le transport dans des cas réalistes. Notre travail se poursuivra sur ce sujet, et nous espérons que de futures collaborations seront liées à des chercheurs français.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé dans le cadre du Consortium EUROfusion, financé par l'Union européenne dans le cadre du programme de recherche et de formation Euratom (Accord de subvention n° 101052200 - EUROfusion). Les opinions exprimées sont cependant celles de l'auteur(s) uniquement et ne reflètent pas nécessairement celles de l'Union européenne ou de la Commission européenne. Ni l'Union européenne ni la Commission européenne ne sauraient en être tenues responsables.

Cette recherche a été partiellement soutenue par le ministère roumain de la Recherche, de l'Innovation et de la Numérisation dans le cadre du Programme national roumain de base LAPLAS VII - contrat n° 162 30N/2023.

REFERENCES

- [1] Vlad, Mădălina, et al. "Diffusion with intrinsic trapping in two-dimensional incompressible stochastic velocity fields." *Physical Review E* 58.6 (1998): 7359.
- [2] Vlad, M., F. Spineanu, and A. Croitoru. "Nonlinear effects in particle transport in stochastic magnetic fields." *The Astrophysical Journal* 815.1 (2015): 11.243
- [3] Croitoru, A., Palade, D. I., Vlad, M., & Spineanu, F. (2017). Turbulent transport of alpha particles in tokamak plasmas. *Nuclear Fusion*, 57(3), 036019.3546
- [4] Palade, Dragos Iustin, Madalina Vlad, and Florin Spineanu. "Turbulent transport of the W ions in tokamak plasmas: properties derived from a test particle approach." *Nuclear Fusion* 61.11 (2021): 116031.
- [5] Palade, Dragos Iustin, and Madalina Vlad. "Fast generation of Gaussian random fields for direct numerical simulations of stochastic transport." *Statistics and Computing* 31 (2021): 1-15.
- [6] Palade, D. I. "Peaking and hollowness of low-Z impurity profiles: an interplay between ITG and TEM induced turbulent transport." *Nuclear Fusion* 63.4 (2023): 046007.
- [7] <https://www.iter.org/>