Prof. univ. dr. ing. Mircea DEGERATU
Laureat al premiului Hermann Oberth
al Academiei Oamenilor de Știință din România

Conf. univ. dr. ing. Nicolae Ioan ALBOIU

ELEMENTE DE MECANICA FLUIDELOR COMPRESIBILE ȘI NOȚIUNI DE AERODINAMICA VITEZELOR MARI

EDITURA ACADEMIEI OAMENILOR DE ȘTIINȚĂ DIN ROMÂNIA

EDITURA TEHNICA

București, 2023

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
DEGERATU, MIRCEA
Elemente de mecanica fluidelor compresibile şi noţiuni de aerodinamica vitezelor mari / prof. univ. dr. ing. Mircea Degeratu, conf. univ. dr. ing. Nicolae Ioan Alboiu. - Bucureşti : Editura Academiei Oamenilor de Ştiinţă din România : Editura Tehnică, 2023
Conţine bibliografie
ISBN 978-630-6518-02-9

ISBN 978-973-31-2409-2

I. Alboiu, Nicolae Ioan

53

PREFAȚĂ

Aplicațiile curgerii gazelor cu viteze mari au luat, în ultimul timp, un avânt foarte mare astfel încât nu mai este astăzi posibil să se trateze problemele de aero-gazo-dinamică fără a se ține cont de vitezele considerabile atinse în diversele instalații moderne, ceea ce implică introducerea efectului de compresibilitate, a aerului sau a gazelor la modul general, în stabilirea relațiilor specifice mișcării fluidelor compresibile.

În prezenta lucrare, s-a propus a se dezvolta o serie de probleme actuale ale fluidelor compresibile, atât sub aspect teoretic, cât și mai ales sub acela al aplicațiilor la problemele curente întâlnite în domeniile practice, rămânând bineînțeles în cadrul modelului fluidelor perfecte.

Cartea de față a fost organizată în patru părți plus anexe, după cum urmează.

În partea I, intitulată *Elemente generale de dinamica fluidelor compresibile*, după o introducere în domeniul mișcării permanente irotaționale a fluidelor compresibile necesară pentru simplificarea expunerii ulterioare și pentru o înțelegere mai ușoară a fenomenelor studiate, sunt prezentate mărimi și elemente caracteristice studiului fluidelor compresibile.

Partea a II-a, intitulată *Curgeri izentropice pentru fluide compresibile*, se referă la curgerea izentropică unidimensională și la teorema lui Hugoniot, precum și la curgerile izentropice prin ajutajele convergente și convergent-divergente.

Partea a III-a, intitulată *Evoluții și curgeri adiabatice ireversibile*, abordează atât studiul evoluțiilor adiabatice ireversibile de tipul undelor de șoc drepte și oblice, cât și studiul curgerilor adiabatice cu frecare de tipul curgerilor Fanno.

Partea a IV-a, intitulată *Noțiuni de bază privind aerodinamica vitezelor mari*, tratează atât curgerile subsonice cu viteze mari cât și curgerile transonice, supersonice și hipersonice, prezentându-se și diferitele instalații de tip suflerie și de tip tub de șoc pentru cercetări de aerodinamică la viteze mari.

În anexe, sunt prezentate două aplicații, prima notată cu A1 și numită *Aplicație privind ajutajul convergent. Instalație de preparare a amestecurilor de gaze în flux continuu* și a doua notată cu A2 și numită *Aplicație privind ajutajul convergent-divergent. Propulsor reactiv cu gaz comprimat*.

Trebuie menționat faptul că s-a considerat utilă folosirea, în mod corelat, a unor noțiuni aparținând și altor discipline tehnice generale precum Fizica, Mecanica, Termotehnica, Rezistența materialelor etc.

S-a căutat să se expună întreaga lucrare ca o privire unitară, existând preocuparea, în special, ca problemele tratate să decurgă unele din altele, într-un mod rațional, pentru ca înțelegerea să devină cât mai accesibilă.

Cartea este destinată, în principal, cadrelor didactice care predau Mecanica fluidelor, Hidraulica, Termodinamica și Termohidraulica fluidelor compresibile, dar și studenților care au aceste discipline în programa universitară.

De asemenea, lucrarea se mai adresează cercetătorilor în domeniul fluidelor compresibile și curgerilor cu viteze mari, specialiștilor în aerodinamică aeronautică și neaeronautică, precum și specialiștilor în instalații cu fluide compresibile de tipul instalațiilor de gaze naturale, de aer comprimat, de gaze medicale și de gaze utilizate în sistemele hiperbare.

Autorii

CUPRINS

Partea I.

ELEMENTE GENERALE DE DINAMICA FLUIDELOR COMPRESIBILE

1. MIȘCAREA PERMANENTĂ IROTAȚIONALĂ A UNUI FLUID COMPRESIBIL NEVÂSCOS
2. STUDIUL CURGERII PERMANENTE A UNUI FLUID COMPRESIBIL
3. MĂRIMI ȘI ELEMENTE CARACTERISTICE STUDIULUI FLUIDELOR COMPRESIBILE
4. PUNCT DE FRÂNARE PENTRU O CURGERE IZENTROPICĂ SUBSONICĂ. VITEZA LIMITĂ

1

MIȘCAREA PERMANENTĂ IROTAȚIONALĂ A UNUI FLUID COMPRESIBIL NEVÂSCOS

1.1. UTILIZAREA ECUAȚIILOR GENERALE DIN MECANICA FLUIDELOR

Se pornește de la ecuațiile generale ale mișcării unui fluid nevâscos, sub forma Lamb – Helmholtz a ecuațiilor Euler.

Se consideră ecuațiile generale:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial w_x}{\partial t} + \begin{vmatrix} \Omega_y & \Omega_z \\ w_y & w_z \end{vmatrix} = -\frac{\partial e}{\partial x} \\
&\frac{\partial w_y}{\partial t} + \begin{vmatrix} \Omega_z & \Omega_x \\ w_z & w_x \end{vmatrix} = -\frac{\partial e}{\partial y} \\
&\frac{\partial w_z}{\partial t} + \begin{vmatrix} \Omega_x & \Omega_y \\ w_x & w_y \end{vmatrix} = -\frac{\partial e}{\partial z}
\end{aligned} \tag{1.1}$$

unde:

$\vec{w}\left(w_x, w_y, w_z\right)$ - viteza locală;

$\vec{\Omega}\left(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z\right)$ - rotorul vitezei locale;

$e\left(e_x, e_y, e_z\right)$ - energia specifică totală (pe unitatea de masă) a particulei fluide $\left(e = \pi + \mathscr{P} + \dfrac{w^2}{2}\right)$;

π - potențialul forțelor masice $\left(f_x = -\dfrac{\partial \pi}{\partial x};\ f_y = -\dfrac{\partial \pi}{\partial y};\ f_z = -\dfrac{\partial \pi}{\partial z}\right)$;

$\mathscr{P}$ - funcția de presiune pentru regimul barotrop $\left(\mathrm{d}\mathscr{P} = \dfrac{\mathrm{d}p}{\rho}\right)$;

p - presiunea hidrodinamică.

Ecuațiile (1.1) pot fi scrise și sub forma:

$$\frac{\partial w_x}{\partial t}+\begin{vmatrix}\Omega_y & \Omega_z \\ w_y & w_z\end{vmatrix}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{w^2}{2}\right)=f_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial w_y}{\partial t}+\begin{vmatrix}\Omega_z & \Omega_x \\ w_z & w_x\end{vmatrix}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{w^2}{2}\right)=f_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial w_z}{\partial t}+\begin{vmatrix}\Omega_x & \Omega_y \\ w_x & w_y\end{vmatrix}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{w^2}{2}\right)=f_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

sau

$$\frac{\partial w_x}{\partial t}+\underbrace{\left(\frac{\partial w_x}{\partial z}-\frac{\partial w_z}{\partial x}\right)}_{\Omega_y}w_z-\underbrace{\left(\frac{\partial w_y}{\partial x}-\frac{\partial w_x}{\partial y}\right)}_{\Omega_z}w_y+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{w^2}{2}\right)=f_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial w_y}{\partial t}+\underbrace{\left(\frac{\partial w_z}{\partial x}-\frac{\partial w_x}{\partial z}\right)}_{\Omega_z}w_x-\underbrace{\left(\frac{\partial w_z}{\partial y}-\frac{\partial w_y}{\partial z}\right)}_{\Omega_x}w_z+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{w^2}{2}\right)=f_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial w_z}{\partial t}+\underbrace{\left(\frac{\partial w_z}{\partial y}-\frac{\partial w_y}{\partial z}\right)}_{\Omega_x}w_y-\underbrace{\left(\frac{\partial w_x}{\partial z}-\frac{\partial w_z}{\partial x}\right)}_{\Omega_y}w_x+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{w^2}{2}\right)=f_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

sub formă scalară, în coordonate carteziene, sau

$$\frac{\partial\vec{w}}{\partial t}+\left(\nabla\times\vec{w}\right)\times\vec{w}+\nabla\left(\frac{w^2}{2}\right)=\vec{f}-\frac{1}{\rho}\nabla p \tag{1.4}$$

în exprimare vectorială.

Pentru mișcarea permanentă: $\frac{\partial\vec{w}}{\partial t}=0$

Pentru mișcare irotațională: $\vec{\Omega}=0$ și deci $rot\ \vec{w}=\nabla\times\vec{w}=0$

Astfel, rezultă ecuația pentru un fluid nevâscos aflat în mișcare permanentă și irotațională:

$$\frac{1}{2}\nabla w^2=\vec{f}-\frac{1}{\rho}\nabla p \tag{1.5}$$

Pentru fluidele compresibile studiate, adică pentru gaze, forțele masice unitare (raportate la unitatea de masă) sunt egale cu zero (gazele pot fi considerate ca fluide fără greutate) adică:

$$\vec{f} \cong 0 \quad \left(f_x = 0,\ f_y = 0,\ f_z = 0 \right)$$

iar ecuația (1.5) devine:

$$\frac{1}{2}\nabla w^2 + \frac{1}{\rho}\nabla p = 0 \tag{1.6}$$

Înmulțind scalar membrii ecuației (1.6) cu $\mathrm{d}\vec{s}$ (elementul de deplasare al particulei de fluid pe traiectorie – deplasarea elementară) se obține ecuația:

$$\frac{1}{2}\nabla w^2 \cdot \mathrm{d}\vec{s} + \frac{1}{\rho}\nabla p \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 \tag{1.7}$$

adică rezultă ecuația:

$$\mathrm{d}\left(\frac{w^2}{2}\right) + \frac{\mathrm{d}p}{\rho} = 0 \tag{1.8}$$

Integrând în lungul unui fir de curent, se obține:

$$\frac{w^2}{2} + \int \frac{\mathrm{d}p}{\rho} = \text{const.} \tag{1.9}$$

1.2. INTERPRETAREA ENERGETICĂ A ECUAȚIEI CURGERII PERMANENTE IROTAȚIONALE A FLUIDELOR COMPRESIBILE NEVÂSCOASE

Dacă se integrează ecuația diferențială (1.8) între două puncte, 1 și 2 situate pe un fir de curent ale curgerii rezultă:

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + \int_{p_1}^{p_2} \frac{\mathrm{d}p}{\rho} = 0 \tag{1.10}$$

Dar, $\dfrac{1}{\rho} = v$ este volumul specific și se obține ecuația:

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \int_{p_1}^{p_2} v\, \mathrm{d}p \tag{1.11}$$

sau

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \left(l_T \right)^{1-2} \tag{1.12}$$

unde:

$\dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2}$ - este diminuarea de energie cinetică a unității de masă de fluid între punctele 1 și 2;

$\left(l_T\right)^{1-2} = \int_{p_1}^{p_2} v \, \mathrm{d}p$ - lucrul mecanic de transvazare a unității de masă de fluid între secțiunile 1 și 2.

Dacă ecuația curgerii permanente, irotaționale a fluidelor compresibile nevâscoase (1.11) sau (1.12) exprimă conservarea energiei mecanice: diminuarea energiei cinetice între două puncte ale curgerii este egală cu lucrul mecanic de transvazare primit de fluid.

1.3. INTEGRAREA PENTRU CAZUL CURGERII IZENTROPICE A GAZULUI PERFECT

Pentru a integra ecuația dinamicii fluidelor compresibile în mișcare permanentă și irotațională, se vor utiliza următoarele relații:

- ecuația de stare a gazelor perfecte:

$$pv = RT \text{ sau } \frac{p}{\rho} = RT \qquad (1.13)$$

unde R este constanta gazului iar T temperatura în scară absolută.

- relația lui Mayer:

$$c_p - c_v = R \qquad (1.14)$$

unde c_p și c_v sunt căldurile specifice masice, la presiune constantă și respectiv la volum constant.

- relația care exprimă exponentul adiabatic:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \qquad (1.15)$$

- relațiile care rezultă din expresiile (1.14) și (1.15):

$$c_p = \frac{k}{k-1} R \qquad c_v = \frac{1}{k-1} R \qquad (1.16)$$

- relațiile specifice unei curgeri izentropice:

$$\frac{T^{k/(k-1)}}{p} = \text{const.}, \; T \cdot v^{k-1} = \text{const.}, \; p \cdot v^k = \text{const.} \qquad (1.17)$$

Relațiile (1.17) se mai pot scrie și sub forma:

$$\frac{p^{(k-1)/k}}{T} = \text{const.}, \quad \frac{T}{\rho^{k-1}} = \text{const.}, \quad \frac{p}{\rho^{k}} = \text{const.} \tag{1.18}$$

Din relația $\frac{p}{\rho^k} = \text{const.}$, se poate scrie succesiv:

$$p = C \cdot \rho^k, \ \mathrm{d}p = C \cdot k \cdot \rho^{k-1}\,\mathrm{d}\rho, \ \mathrm{d}p = C \cdot k \cdot \rho \cdot \rho^{k-2}\,\mathrm{d}\rho$$

de unde rezultă:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\rho} = C \cdot k \cdot \rho^{k-2} \cdot \mathrm{d}\rho \tag{1.19}$$

Se poate scrie:

$$\int \frac{\mathrm{d}p}{\rho} = \int C \cdot k \cdot \rho^{k-1}\,\mathrm{d}\rho = C \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \rho^{k-1} = C \cdot \rho^{k} \cdot \rho^{-1} \cdot \frac{k}{k-1} \tag{1.20}$$

de unde rezultă expresia (deoarece $C \cdot \rho^k = p$):

$$\int \frac{\mathrm{d}p}{\rho} = \frac{k}{k-1}\frac{p}{\rho} \tag{1.21}$$

Substituind expresia (1.21) în relația (1.9) rezultă:

$$\frac{k}{k-1}\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} = \text{const.} \tag{1.22}$$

sau, pentru că $\frac{p}{\rho} = RT$ rezultă o altă formă a relației (1.22):

$$\frac{k}{k-1}RT + \frac{w^2}{2} = \text{const.} \tag{1.23}$$

Relația (1.22) scrisă și sub forma (1.23) poartă numele de relația lui Barré de Saint-Venant.

Având în vedere faptul că $c_p = \frac{k}{k-1}R$ rezultă că relația (1.23) se poate scrie și sub forma:

$$c_p T + \frac{w^2}{2} = \text{const.} \tag{1.24}$$

Integrând relația lui Barré de Saint-Venant sub forma (1.22) și (1.24) între punctele 1 și 2 din curgere, se obțin relațiile:

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \frac{k}{k-1}\left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1}\right) \tag{1.25}$$

și

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = c_p\left(T_2 - T_1\right) \tag{1.26}$$

Pornind de la expresia $pv^k = \text{const.}$, se poate scrie succesiv:

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const.},\ \frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k} \tag{1.27}$$

de unde rezultă expresiile:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^k \tag{1.28}$$

sau

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} \tag{1.29}$$

Relația (1.25) se mai poate scrie și sub forma:

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \frac{k}{k-1}\frac{p_1}{\rho_1}\left(\frac{p_2}{p_1}\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right) \tag{1.30}$$

Înlocuind expresia (1.28) în relația (1.30) rezultă:

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \frac{k}{k-1}\frac{p_1}{\rho_1}\left[\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^k \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right]$$

sau

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \frac{k}{k-1}\frac{p_1}{\rho_1}\left[\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{k-1} - 1\right] \tag{1.31}$$

Înlocuind expresia (1.29) în relația (1.31) se obține relația de mai jos:

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \frac{k}{k-1}\frac{p_1}{\rho_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] \tag{1.32}$$

Termenul din membrul din dreapta al relației (1.32) reprezintă *lucrul mecanic de transvazare izentropică.*